Aula 13 - Somas de Séries

Vamos resolver alguns problemas que calculam somas.
Vamos resolvê-los sem usar a função `pow`, para fazer uso da técnica de calcular um termo a partir do anterior.

P46) Dado n>0 inteiro e x real, calcular $x + x^3 / 3 + x^5 / 5 + \ldots + x^{2n-1} / (2n-1)$

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
 double x,       /* dado */
        termo,   /* termo da soma */
        soma;    /* resultado calculado */
 int i,   /* contador */
     n;   /* número de termos - dado */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de x:"); scanf("%lf", &x);
 printf("\nentre com o valor de n:"); scanf("%d", &n);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 termo = x;
 for (i = 1; i <= n; i++)
      { soma = soma + termo/(2*i-1);
        termo = termo * x * x;
      }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
 system("pause");return 0;
}
```

Outra forma:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
 double x,       /* dado */
        termo,   /* termo da soma */
        soma;    /* resultado calculado */
 int i,   /* contador */
     n;   /* dado */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de x:"); scanf("%lf", &x);
 printf("\nentre com o valor de n:"); scanf("%d", &n);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 termo = x;
 for (i = 1; i <= 2*n-1; i += 2)
      { soma = soma + termo/i;
        termo = termo * x * x;
      }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
```

```
 system(“pause”); return 0;
}
```

P47) Idem calculando $x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \ldots \pm x^n/n$. O sinal vai se alternando.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main(){
 double x,      /* dado */
        termo,  /* termo da soma */
        soma;   /* resultado calculado */
 int i,  /* contador */
     n;  /* dado */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de x:"); scanf("%lf", &x);
 printf("\nentre com o valor de n:"); scanf("%d", &n);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 termo = -1.0;
 for (i = 1; i <= n; i++)
      {termo = (-1.0) * termo * x;
       soma = soma + termo / i;
      }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
 system(“pause”); return 0;
}
```

P48) Idem calculando $x/2 - 3x^2/4 + 5x^3/8 - 7x^4/16 + \ldots \pm (2n\text{-}1)\, x^n/2^n$. O sinal vai se alternando

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
 double x,      /* dado */
        num,    /* termo numerador */
        den,    /* termo denominador */
        sinal,  /* sinal do termo */
        soma;   /* resultado calculado */
 int i,  /* contador */
     n;  /* dado */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de x:"); scanf("%lf", &x);
 printf("\nentre com o valor de n:"); scanf("%d", &n);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 num = 1.0;
 den = 1.0;
 sinal = -1.0;
 for (i = 1; i <= n; i++)
      {num = num * x;
       den = den * 2;
       sinal = - sinal;
```

```
      soma = soma + sinal * (2 * i - 1) * num / den;
     }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
 system("pause"); return 0;
}
```

P49) Idem calculando $x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + . . . + x^n/n!$

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
 double x,      /* dado */
        num,    /* termo numerador */
        den,    /* termo denominador */
        soma;   /* resultado calculado */
 int i,  /* contador */
     n;  /* dado */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de x:"); scanf("%lf", &x);
 printf("\nentre com o valor de n:"); scanf("%d", &n);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 num = 1.0;
 den = 1.0;
 for (i = 1; i <= n; i++)
      {num = num * x;
       den = den * i;
       soma = soma + num / den;
      }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
 system("pause"); return 0;
}
```

Outra forma:

```
 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 num = x;
 den = 1.0;
 for (i = 1; i <= n; i++)
      {/* soma termo atual */
       soma = soma + num / den;
       /* prepara próximo termo */
       num = num * x;
       den = den * (i+1);
      }
```

Outra forma:

```
 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 termo = x;
 for (i = 1; i <= n; i++)
```

```
      {/* soma o termo atual */
       soma = soma + termo;
       /* prepara próximo termo */
       termo = termo * x / (i+1);
      }
```

P50) Dado n>0 calcular a soma 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + . . . + 1/n. Esta soma é conhecida como o n-ésimo número harmônico.
Importante – cuidado para não usar só inteiros, pois 1/i = 0 para i > 1, se i for int.

P51) Dado um número epsilon (em geral bem pequeno), calcular a soma anterior, até encontrar um termo que seja menor que epsilon, ou seja, calcular 1 + 1/2 + 1/3 + ... 1/k, tal que 1/(k+1) < epsilon

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int main() {
 double epsilon, /* dado */
        soma;     /* resultado calculado */
 int i;   /* contador */

 /* ler x e n */
 printf("\nentre com o valor de epsilon:"); scanf("%lf", &epsilon);

 /* calcular a soma */
 soma = 0.0;
 i = 1;
 while (1.0 / (double) i >= epsilon)
      {soma = soma + 1.0 / (double) i;
       i++;
      }
 /* imprime o resultado */
 printf("\n*** valor da soma - %15.7lf", soma);
 system("pause"); return 0;
}
```

P52) Idem, calculando 1 + 2/2! + 3/3! + . . . + k/k! tal que 1/(k +1)! < epsilon

Existem outras funções interessantes que são calculadas através de somas de séries por aproximação.

A função seno de x, pode ser calculada pela fórmula de Taylor da seguinte forma:

$$sen(x) = x/1! - x^3/3! + x^5/5! - \ldots + (-1)^k \, . \, x^{2k+1}/(2k+1)! + \ldots$$

A série é infinita, mas seus termos, em módulo, são decrescentes. Portanto, para se obter uma boa aproximação de sen (x) , basta calcular a soma, até que termo corrente em módulo, seja menor que um número epsilon bem pequeno, ou seja bem próximo de zero.

P52a) Idem para o seno.

Da mesma forma o cosseno pode ser calculado por:

$$cos(x) = 1 - x^2/2! + x^4/4! - x^6/6! + \ldots + (-1)^k \cdot x^{2k}/(2k)! + \ldots$$

P52b) Idem para o cosseno.

A função arco tangente de x pode ser calculada por:

$$\arctan(x) = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + \ldots$$

P52c) idem para o arco tangente

A função exponencial pode ser calculada por:

$$e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \ldots + x^n/n! + \ldots$$

P52d) idem para o a função exponencial.

A função ln(1+x) para $|x|<1$ pode ser calculada por:

$$\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \ldots + (-1)^n x^{n+1}/n+1 + \ldots$$

P52e) idem para a função ln(1+x)