2ª Lista de MAT 2453 (Apêndice) - Cálculo I - 2002
TAYLOR

1. Utilizando o polinômio de Taylor de ordem 2, calcule um valor aproximado e avalie o erro:

   a) $\sqrt[3]{8{,}2}$ b) ln(1,3) c) sen(0,1)

2. Mostre que:

   a) $|\operatorname{sen} x - x| \leq \dfrac{1}{3!}|x|^3, \quad \forall x \in I\!R$

   b) $0 \leq e^x - \left(1 + x + \dfrac{1}{2}x^2\right) < \dfrac{1}{2}x^3$, para $0 \leq x \leq 1$.

3. Encontre o polinômio de Taylor de ordem 5 de $f(x) = \sqrt[3]{x}$ em volta de $x_0 = 1$.

4. a) Seja n natural ímpar. Mostre que, para todo $x \in I\!R$,

$$\left| \operatorname{sen} x - \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - ... + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{x^n}{n!}\right)\right| \leq \frac{|x|^{n+2}}{(n+2)!}$$

   b) Avalie sen 1 com erro, em módulo, inferior a 10^{-5}.

5. a) Determine o polinômio de Taylor de ordem n de $f(x) = e^x$ em torno de $x_0 = 0$.
   b) Avalie e com erro, em módulo, inferior a 10^{-5}.
   c) Mostre que para todo $x \in I\!R$,

$$\left|e^{x^2} - \left(1 + x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3!} + ... + \frac{x^{2n}}{n!}\right)\right| \leq \frac{e^{x^2} x^{2n+2}}{(n+1)!}$$

6. Seja I um intervalo aberto e seja $f : I \subset I\!R \to R$ de classe C^2 em I. Use o polinômio de Taylor de grau 1 e a fórmula de Taylor para provar o "teste da segunda derivada", isto é, prove que se $a \in I$ é um ponto crítico de f e

   a) se $f''(a) > 0$ então f tem um mínimo local em a;
   b) se $f''(a) < 0$ então f tem máximo local em a.