

**2ª PROVA DE CÁLCULO I - MAT 2453**  
**Poli - 20/05/2002**

Nome: \_\_\_\_\_

Nº USP: \_\_\_\_\_

Professor: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

**Questão 1.** (1,0 ponto) Calcule o limite abaixo, se existir:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin^3 x)^{\operatorname{tg} x}$$

**Questão 2.** (2,0 pontos)

(a) Ache o polinômio de Taylor de ordem 3 da função  $f(x) = \cos x$  em torno da origem.

(b) Mostre que:

$$\left| \cos x - 1 + \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{|x|^4}{24},$$

para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

(c) Calcule  $\cos 0,1$  com erro inferior a  $10^{-5}$ .

**Questão 3.** (2,0 pontos) A figura abaixo mostra dois cones circulares retos, um “de cabeça para baixo” dentro do outro. As duas bases estão em planos paralelos e o vértice do cone menor está no centro da base do cone maior. Dado que a altura e o raio da base do cone maior são iguais respectivamente a 12 e a 6, determine a altura  $h$  e o raio da base  $r$  do cone menor de modo que o mesmo possua o maior volume possível.

Dica: O volume do cone circular com base de raio  $r$  e altura  $h$  é  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

**Questão 4.** (2,0 pontos) Considere o polinômio  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 1$ .

(a) Analise o sinal de  $f'(x)$ .

(b) Determine o número de raízes reais distintas do polinômio  $f(x)$ . Justifique.

**Questão 5.** (3,0 pontos) Considere a função  $f$  definida por:

$$f(x) = \ln(3x) - \ln(2x^2 + 2),$$

para todo  $x > 0$ .

(a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(b) Mostre que  $f''(x) = \frac{x^4 - 4x^2 - 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$ .

(c) Analise o sinal de  $f'(x)$  e de  $f''(x)$ .

(d) Esboce o gráfico de  $f$ , levando em conta os resultados obtidos nos itens anteriores.