

2ª PROVA DE CÁLCULO I - MAT 2453
Poli - 20/05/2002

Nome: _____

Nº USP: _____

Professor: _____ Turma: _____

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Questão 1. (1,0 ponto) Calcule o limite abaixo, se existir:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin^2 x)^{\operatorname{tg} x}$$

Questão 2. (2,0 pontos)

(a) Ache o polinômio de Taylor de ordem 3 da função $f(x) = \cos x$ em torno da origem.

(b) Mostre que:

$$\left| \cos x - 1 + \frac{x^2}{2} \right| \leq \frac{|x|^4}{24},$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.

(c) Calcule $\cos 0,1$ com erro inferior a 10^{-5} .

Questão 3. (2,0 pontos) A figura abaixo mostra dois cones circulares retos, um “de cabeça para baixo” dentro do outro. As duas bases estão em planos paralelos e o vértice do cone menor está no centro da base do cone maior. Dado que a altura e o raio da base do cone maior são iguais respectivamente a 15 e a 6, determine a altura h e o raio da base r do cone menor de modo que o mesmo possua o maior volume possível.

Dica: O volume do cone circular com base de raio r e altura h é $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Questão 4. (2,0 pontos) Considere o polinômio $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 1$.

(a) Analise o sinal de $f'(x)$.

(b) Determine o número de raízes reais distintas do polinômio $f(x)$. Justifique.

Questão 5. (3,0 pontos) Considere a função f definida por:

$$f(x) = \ln(2x) - \ln(3x^2 + 3),$$

para todo $x > 0$.

(a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(b) Mostre que $f''(x) = \frac{x^4 - 4x^2 - 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$.

(c) Analise o sinal de $f'(x)$ e de $f''(x)$.

(d) Esboce o gráfico de f , levando em conta os resultados obtidos nos itens anteriores.