

# MAT-111 – Cálculo Diferencial e Integral I

## Bacharelado em Física – USP – 2004 – Diurno

<http://www.ime.usp.br/~martha/mat111/index.html>

Caros alunos,

Bem vindos à USP!

O intuito deste texto é dar informações gerais sobre a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I (MAT-111), deixando claros nossos objetivos.

É importante ressaltar, de início, que o programa da disciplina é bastante extenso e, portanto, será imprescindível que vocês dediquem algumas horas por semana para estudar Cálculo, refletindo sobre os conceitos apresentados e resolvendo os problemas propostos.

Esperamos que vocês não só aprendam bastante, como gostem do curso. Um bom semestre a todos!

*Martha S. Monteiro*

### O que é Cálculo?

O Cálculo Diferencial e Integral é um ramo da Matemática diferente dos outros que você aprendeu até aqui, pois ele é dinâmico: estuda movimentos, variações, quantidades que mudam, tendendo a outras quantidades.

As idéias principais que formam a base do Cálculo foram acontecendo através de vários séculos. Os primeiros passos foram dados pelos gregos antigos, que desenvolveram métodos de aproximação para o cálculo de áreas de regiões limitadas por curvas. Arquimedes (287 - 212 a.C.) determinou a área da região compreendida por uma parábola e uma reta *somando as áreas de infinitos triângulos* inscritos na região. Obteve o valor da *soma infinita* ao observar que, conforme  $n$  crescia, as somas (finitas) dos  $n$  primeiros termos se aproximavam de um valor limite. O problema da área de regiões limitadas por curvas é estudado no ramo do Cálculo chamado Cálculo Integral.

No século XVII, o jurista francês Pierre de Fermat, que se dedicava à Matemática nas horas vagas, foi um dos pioneiros no estudo de funções e criou um método de achar os valores máximo e mínimo de uma função procurando os pontos do gráfico nos quais a reta tangente é horizontal. Os ingleses Isaac Barrow, John Wallis, Isaac Newton e o alemão Gottfried Leibniz fizeram importantes contribuições ao estudo de Fermat ao estudarem o “problema da tangente”. Para se obter a equação da reta tangente a um gráfico num certo ponto P, o difícil é encontrar a inclinação da reta. Como resolver o problema? A idéia de Barrow foi a de calcular a inclinação de uma reta que corta o gráfico em dois pontos P e Q. Depois, fazendo Q aproximar-se de P, a reta PQ, secante ao gráfico, aproxima-se da reta tangente ao gráfico em P. O valor da inclinação procurada é o *limite* dos valores das inclinações das secantes, quando Q se aproxima de P. O problema da tangente faz parte do que é chamado hoje de Cálculo Diferencial.

Os dois ramos do Cálculo e seus problemas motivadores (o problema da área e o da tangente) parecem ser natureza completamente diferente. Newton percebeu que, na verdade, eles estão estreitamente relacionados. Isto você verá quando estudarmos o **Teorema Fundamental do Cálculo**.

Um dos conceitos mais importantes do Cálculo é comum aos dois ramos: o conceito de limite. Em cada caso acima descrito, o problema consiste em calcular uma certa quantidade fazendo aproximações por outras quantidades mais fáceis de serem calculadas.

Newton ajudou a desenvolver o Cálculo motivado pelo estudo do movimento dos planetas em torno do Sol. Com o passar do tempo, muitas outras descobertas aconteceram, novos problemas foram sendo resolvidos pelos mesmos métodos, e novas aplicações foram sendo percebidas. Hoje em dia, o Cálculo é usado para achar órbitas de satélites, estimar o crescimento populacional (de pessoas, de bactérias, ou de qualquer outro ser vivo), calcular a inflação (que mede a variação dos preços num certo período), e muitos outros problemas interessantes e úteis. Questões importantes de otimização são resolvidas com conhecimentos de Cálculo.

O Cálculo Diferencial e Integral é hoje considerado um instrumento indispensável de pensamento em quase todos os campos da ciência pura e aplicada: em Física, Química, Biologia, Astronomia, Engenharia, Economia e até mesmo em algumas Ciências Sociais, além de áreas da própria Matemática.

Os métodos e as aplicações do Cálculo estão entre as maiores realizações intelectuais da civilização, uma conquista cultural e social, e não apenas científica.

### Conteúdo.

Números reais. Funções polinomiais, racionais e trigonométricas; função composta e função inversa. Limites: noção intuitiva e propriedades algébricas. Teorema do Confronto e corolários. Continuidade. Teorema de Weierstrass. Derivadas: definição, interpretações geométrica e física, regras de derivação, regra da cadeia, derivada da função inversa e derivação implícita. Aplicações. A função logaritmo natural e sua inversa. Teorema do Valor Médio e aplicações. Regras de L'Hôpital e aplicações. Gráficos. Máximos e mínimos. A Integral de Riemann e aplicações: cálculo de áreas, volumes de sólidos, comprimento de curvas, trabalho e densidade. Integrais indefinidas. Técnicas de integração. Noções sobre Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

Carga Horária. 6 horas/aula por semana.

### Bibliografia.

- Hamilton L. Guidorizzi, *Um curso de Cálculo*, Vol. 1, 5ª edição, LTC, 2001.
- James Stewart, *Calculus - Early Transcendentals*, 4<sup>th</sup> edition, Brooks/Cole Publishing Company. ou sua tradução,
- James Stewart, *Cálculo*, 4ª edição, Vol. 1, Pioneira/Thomson Learning.
- G. F. Simmons, *Cálculo com Geometria Analítica*, Vol. 1, Mc Graw-Hill, 1988.
- R. Finney, M. Weir, F. Giordano, *Cálculo de George B. Thomas Jr.*, volume 1, Addison Wesley, 2002.
- M. Spivak, *Calculus*, Benjamin, 1967.

## Avaliação.

Serão realizadas três provas, cujas notas são indicadas respectivamente por  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  e a média do semestre será dada pela fórmula

$$M = \frac{P_1 + 2P_2 + 2P_3}{5}.$$

O aluno será aprovado se  $M \geq 5$  e a frequência às aulas for maior do que 70%.

O aluno que tem frequência mas não nota suficiente para aprovação poderá fazer uma prova substitutiva ( $S$ ). Neste caso, sua nova média será dada por

$$M = \max\left\{\frac{S + 2P_2 + 2P_3}{5}, \frac{P_1 + 2S + 2P_3}{5}, \frac{P_1 + 2P_2 + 2S}{5}\right\}$$

O aluno que não estiver aprovado no final do semestre, mas tem média maior ou igual a 3,0 e frequência maior do que 70%, terá direito a fazer uma Prova de Recuperação no mês de Julho. Nesse caso, se  $R$  for a nota da prova de recuperação, a nova média será  $\tilde{M} = \max\left\{M, \frac{M+2R}{3}\right\}$ .

## Datas das Provas.

1ª Prova: 16 de abril

2ª Prova: 21 de maio

3ª Prova: 23 de junho

Prova Substitutiva: 30 de junho

Prova de Recuperação: a ser definida

## Instruções Para os Dias de Provas.

A duração de cada prova é de 100 minutos. A entrada de alunos atrasados será permitida até no máximo 30 minutos após o início da prova. A saída só é permitida depois de 40 minutos do início.

Durante a prova só poderá permanecer sobre a carteira o material necessário para a prova: lápis, caneta, régua, borracha e documento de identificação. Não será permitido usar calculadora, celular, pager, etc... Todo o material restante (mochilas, cadernos, livros, agasalhos, ...) deverá ser deixado na frente da sala.

É obrigatória a apresentação de documento de identidade original, com foto e data recente (RG, carteira de aluno da USP ou carteira de motorista).

Casos de cola serão encaminhados à Diretoria do Instituto de Física.

1 de março de 2004