



0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Utilize caneta azul ou preta e preencha completamente a quadrícula.  
Exemplo: ■. Não use ☒.

**Turma:** (somente um número; consulte a pessoa responsável se não souber)

<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 11	<input type="checkbox"/> 12	<input type="checkbox"/> 13	<input type="checkbox"/> 14	<input type="checkbox"/> 20
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

← Marque as quadrículas ao lado para formar o seu número USP e escreva seu nome completo em letra legível na linha pontilhada abaixo. **Se seu número possui menos que 8 dígitos complete com zeros à esquerda.**

Nome: .....

Esta prova tem duração de 120 minutos. Não desmonte a prova.

**Q1 [2 pontos]** Simule o código abaixo e selecione a opção correspondente à saída impressa do programa. Ignore as quebras de linhas geradas pelo comando `print`.

```
def f (L, e, d):
    if e > d:
        return True
    c = (e+d)//2
    print (L[c])
    x = f (L, e, c-1)
    y = f (L, c+1, d)
    return True

def g (L, e, d):
    if e > d:
        return True
    c = (e+d)//2
    x = g (L, e, c-1)
    y = g (L, c+1, d)
    print (L[c])
    return True

def main ():
    f ([35, 42, 14], 0, 2)
    g ([35, 42, 14], 0, 2)

main ()
```

Rascunho

- 35 42 14 35 42 14
- 14 35 42 42 35 14
- 35 14 42 42 35 14
- 42 35 14 35 14 42
- 42 42
- 14 35 42 14 35 42
- 42 14 35 35 14 42

- 35 42 14 42 14 35
- 14 42 35 42 35 42
- 42 35 14 42 35 14
- 35 42 42 35
- 14 35 42 35 42 14
- 35 42 14 14 35 42
- 42 35 14 14 35 42

- 42 35 35 42
- 35 14 42 42 14 35
- 42 14 35 42 14 35
- 42 35
- 14 42 35 42 35 14
- 35 14 42 35 14 42



### Q2 [2 pontos]

Preencha as lacunas L1 até L3, de forma a obter uma função recursiva que calcula o número de ocorrências de um dado valor **a** em uma lista **L**, considerando seus **n** primeiros elementos, ou seja, quantas vezes esse valor **a** aparece entre os **n** primeiros elementos da lista. **Exemplo:** Para  $L=[3,3,4,3,2,2,3,3]$ ,  $n=8$  e  $a=3$  retorna 5.

A moda de um conjunto de dados é o valor que detém o maior número de observações, ou seja, o valor mais frequente (ou seja, o que “está na moda”...). No caso de empate qualquer um dos valores de frequência máxima pode ser considerado como sendo uma moda. Preencha as lacunas L4 até L8, de forma a obter uma função recursiva que calcula uma moda de uma lista de inteiros com **n** elementos.

**Exemplo:** Para  $L=[3,3,4,3,2,2,3,3]$  devolve moda 3. Obs: No caso de empate, a seleção de qualquer uma das modas é satisfatória.

```
def Freuencia(a,L,n):
  L1
  L2
  L3
  return f
}

def Moda(L,n):
  L4
  L5
  L6
  L7
  if f1 > f2:
    return m
  L8
}

def main():
  L = [3,3,4,3,2,2,3,3]
  print(Moda(L, len(L)))
}
```

Rascunho

A cada opção errada que for selecionada, desconta-se nota do exercício.

L1:	<input type="checkbox"/> if n == 0: return 0	<input type="checkbox"/> if n == 1: return -1	<input type="checkbox"/> if n == 0: return -1	<input type="checkbox"/> if n == 1: return 1
	<input type="checkbox"/> if n <= 1: return 0	<input type="checkbox"/> if n == 1: return 0	<input type="checkbox"/> if n == 0: return 1	
L2:	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(a, L, n+1)	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(a, L, n-1)	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(a, L, n//2)	
	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(n-1, L, a)	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(a, L, n)	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(a, L, n-2)	<input type="checkbox"/> f = Freuencia(n, L, a)
L3:	<input type="checkbox"/> if L[n-1] != a: f+=1	<input type="checkbox"/> if L[n] == a: f+=1	<input type="checkbox"/> if L[n] == a: f-=1	<input type="checkbox"/> if L[n] != a: f-=1
		<input type="checkbox"/> if L[n-1] == a: f+=1	<input type="checkbox"/> if L[n-1] != a: f-=1	
L4:	<input type="checkbox"/> if n == 2: return 2	<input type="checkbox"/> if n == 1: return L[0]	<input type="checkbox"/> if n == 1: return L[1]	<input type="checkbox"/> if n == 1: return L[n]
		<input type="checkbox"/> if n == 0: return 0	<input type="checkbox"/> if n == 1: return 1	
L5:	<input type="checkbox"/> m = Moda(L, n+1)	<input type="checkbox"/> m = Moda(L, n//2)	<input type="checkbox"/> m = Moda(L, n-2)	<input type="checkbox"/> m = Moda(L, n)
		<input type="checkbox"/> m = Moda(L+1, n)	<input type="checkbox"/> m = Moda(L, n-1)	
L6:	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(m, L, n-1)	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(m, L, n)	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(0, L, n)	
	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(L[0], L, n)	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(m, L, n+1)	<input type="checkbox"/> f1 = Freuencia(L[n-1], L, n)	
L7:	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(L[n], L, n-1)	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(L[n-1], L, n)	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(m, L, n)	
	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(m, L, n-1)	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(L[0], L, n)	<input type="checkbox"/> f2 = Freuencia(L[n], L, n)	
L8:	<input type="checkbox"/> else: return L[0]	<input type="checkbox"/> else: return n	<input type="checkbox"/> else: return L[n-1]	<input type="checkbox"/> else: return m
		<input type="checkbox"/> else: return n-1	<input type="checkbox"/> else: return L[n]	



**Q3 [3 pontos]** Preencha a lacuna L1 da função numcomb abaixo, de forma a obter uma solução recursiva que calcula o número de combinações de n elementos tomados k a k:

**Exemplo:**

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Para a chamada numcomb(3, 2) a função devolve 3.  
Para a chamada numcomb(5, 3) a função devolve 10.  
Para a chamada numcomb(7, 4) a função devolve 35.  
Para a chamada numcomb(7, 5) a função devolve 21.

Utilizando a função anterior, preencha as lacunas L2 e L3, de forma a obter uma função recursiva que imprime o triângulo de Pascal de grau m, isto é, com m linhas.

**Exemplo:** Para m=7 a função deve imprimir:

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

```
def numcomb(n, k):
    if n == 0 or k == 0 or n == k:
        return 1
    L1
    return r

def TrianguloPascal(m):
    if m == 1:
        print(1)
    else:
        L2
        for k in range(m):
            L3
        print()
```

Rascunho

Selecione uma solução para L1:

L1:  a = numcomb(n-1, k); r = (a\*n)/(n-k+1)     a = numcomb(n-1, k); r = (k\*a)/(n-k)

a = numcomb(n-1, k); r = ((n-k)\*a)/(k)     a = numcomb(n-1, k); r = (a\*n)/(n-k)

a = numcomb(n-1, k); r = (a\*n)/k     a = numcomb(n-1, k); r = (a\*n)/(n-k-1)

Selecione uma segunda solução alternativa para L1:

L1:  a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k-1))/k     a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k))/(k-1)

a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k+1))/(k+1)     a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k))/n

a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k+1))/k     a = numcomb(n, k-1); r = (a\*(n-k))/k

Selecione uma terceira solução alternativa para L1:

L1:  a = numcomb(n-1, k-1); r = a - numcomb(n-1, k)     a = numcomb(n-1, k-1); r = a \* numcomb(n-1, k)

a = numcomb(n-1, k-1); r = -a + numcomb(n-1, k)     a = numcomb(n-1, k-1); r = -a \* numcomb(n-1, k)

a = numcomb(n-1, k-1); r = a // numcomb(n-1, k)     a = numcomb(n-1, k-1); r = a + numcomb(n-1, k)

Selecione uma quarta solução alternativa para L1:

L1:  a = numcomb(n-1, k-1); r = (n\*a)/(k+1)     a = numcomb(n-1, k-1); r = (k\*a)/n

a = numcomb(n-1, k-1); r = (n\*a)/(k-1)     a = numcomb(n-1, k-1); r = (n\*a)/k

a = numcomb(n-1, k-1); r = ((k+1)\*a)/n     a = numcomb(n-1, k-1); r = ((k-1)\*a)/n

L2:  TrianguloPascal(m//2)     TrianguloPascal(m-1)     for k in range(m+1):  
TrianguloPascal(k)

for k in range(m-1,0,-1): TrianguloPascal(m-2)     for k in range(m):  
TrianguloPascal(k)

L3:  print(numcomb(m-1, k+1), end = ' ')     print(numcomb(m-1, k), end = ' ')  
 print(numcomb(k+1, m-1), end = ' ')     print(numcomb(k, m), end = ' ')  
 print(numcomb(m, k), end = ' ')     print(numcomb(k, m-1), end = ' ')



**Q4 [3 pontos]** Nesta questão você deve elaborar um programa que, dado um número maior ou igual a zero, diga qual o dígito que apresenta um número maior de repetições consecutivas. Por exemplo para o número 12233340000 você deveria indicar que o número 0 aparece 4 vezes. Assinale a alternativa que contém os blocos corretos na ORDEM correta.

**DICA 1:** As variáveis do programa são APENAS: dig:um dígito; digmax:dígito de frequência máxima; cont:um contador; max:-um valor máximo; num:um número; udig:dígito anterior.

**DICA 2:** Não tente usar todas as combinações, tente codificar o programa na área de rascunho e depois escolha os trechos adequados. O RASCUNHO NÃO SERÁ CONSIDERADO NA NOTA.

**DICA 3:** Na solução sugerida nós tratamos o primeiro dígito fora do loop para simplificar o código interno; os dígitos são extraídos da direita para a esquerda; o número zero precisa de tratamento especial.

#A main()	#G num = num //10 dig = num % 10 cont = 1	#O if (dig == udig): cont += 1	#U while (not(dig ==0)): udig = dig dig = num %10 num = num // 10
#B def main(): num = int(input())	#H dig = num //10 num = num % 10 cont = 0 maxdig = 0	#P if (dig > udig): cont = cont + 1	#V while (num > 0): num = num // 10 dig = num %10 udig = dig
#C max = 0	#I cont = 1	#Q else:	#W print('Maior tem apenas um dígito (' ,digmax,')')
#D max = 0 ult = 0 digmax = 0	#J dig = 0	#R else: if (cont > max): max = cont digmax = udig	#X print('Maior tem ' , max, ' dígitos (' ,digmax,')')
#E max = 1 ult = '' digmax = 0	#K udig = 1	#S if (cont > max): max = cont digmax = udig	#Y else:
#F dig = num % 10 num = num // 10 digmax = dig cont = 1	#L if (max == 1):	#T while (num > 0): udig = dig dig = num %10 num = num // 10	#Z if (num == 0): cont = 1 print('Maior tem apenas um dígito (0)') return
	#M if (udig == 0):		
	#N if (digmax != 0):		

B,Z,H, V, 0, R, I, L,W,Y,X,A

B,C,Z,G, U, 0, S, J, L,W,X

B,C,U,G, T, 0, S, J, L,W,X,A

B,C,Z,F, T, 0, R, I, L,W,Y,X,A

B,C,Z,G, M,N, S, J, L,W,X,A

B,C,Z,H, V, 0, R, I, L,W,Y,X,A

B,C,H, T, 0, R, J, KL,W,Y,X

B,C,Z,G, U, 0, S, J, L,W,X,A

B,C,Z,G, U,M,N,J, S, J, L,W,X,A

B,C,Z,F, U, 0, R, I, L,W,Y,X,A

B,C,H, T, 0, S, I, L,W,Y,X

B,Z,H, V, 0, S, J,K, L,W,Y,X,A

Rascunho

Blank area for the student's draft solution.