MAT–2453 — Cálculo Diferencial e Integral I — EP–USP

Terceira Prova — 17/06/2019

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________ **NUSP:** __________ **Turma:** __________

INSTRUÇÕES

1. **Não é permitido portar celular (mesmo desligado) durante o exame**. Sobre a carteira deixe apenas lápis, borracha, caneta e um documento de identificação com foto. Mochilas, blusas e demais pertences devem permancer à frente da sala, juntamente com os celulares (não custa repetir) e demais aparelhos eletrônicos, que devem estar **desligados**.
2. Preencha a tinta, e de maneira legível, todos os campos desta página.
3. Esta prova tem duração máxima de 2 horas. A entrega da prova e saída da sala só é permitida após 08h30min.
4. As questões dissertativas podem ser feitas a tinta (azul ou preta) ou a lápis.
5. Utilize, se necessário, as páginas seguintes (exceto a última) para rascunho. Só será considerado na correção das questões dissertativas o que estiver na folha com seu enunciado.
6. Mantenha a organização, limpeza e legibilidade na redação das questões dissertativas, **justificando todas as suas afirmações**.
7. Preencha, a tinta e completamente, os campos para seu número USP (deixando as primeiras colunas em branco, caso tenha menos de 8 dígitos), número da turma (de matrícula nesta disciplina), bem como o nome e assinatura. Isto deve ser feito antes da assinatura da lista de presença. **Evite erros nesse momento**.
8. Assinale apenas uma alternativa por questão, **preenchendo completamente o alvéolo**. Em caso de erro, que devem ser evitados, assinale também a alternativa que julgar correta e indique expressamente qual delas deve ser considerada na própria folha de respostas, ao lado da questão correspondente.
9. Não haverá tempo adicional para transcrição das alternativas dos testes para a folha de respostas.
10. **Não destaque nenhuma folha de sua prova**.

Assinatura: ______________________________

BOA PROVA!

Teste 1 [improp1] A integral $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx$ é igual a

■ $1/\ln 2$;
[B] $1/\ln 3$;
[C] $1/\ln 4$;
[D] $1/\ln 5$;
[E] Esta integral é divergente.

Solução: Fazendo $u = \ln(x)$, temos que a primitiva da função em questão é $F(x) = {-1}/{\ln x}$ e portanto

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx = \lim_{t \to 0} \frac{-1}{\ln t} + \frac{1}{\ln 2}.$$

Teste 2 [improp2] A integral $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx$ é igual a

■ $1/\ln 3$;
[B] $1/\ln 2$;
[C] $1/\ln 4$;
[D] $1/\ln 5$;
[E] Esta integral é divergente.

Solução: Fazendo $u = \ln(x)$, temos que a primitiva da função em questão é $F(x) = {-1}/{\ln x}$ e portanto

$$\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx = \lim_{t \to 0} \frac{-1}{\ln t} + \frac{1}{\ln 3}.$$

Teste 3 [improp3] A integral $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx$ é igual a

■ $1/\ln 4$;
[B] $1/\ln 3$;
[C] $1/\ln 2$;
[D] $1/\ln 5$;
[E] Esta integral é divergente.

Solução: Fazendo $u = \ln(x)$, temos que a primitiva da função em questão é $F(x) = {-1}/{\ln x}$ e portanto

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx = \lim_{t \to 0} \frac{-1}{\ln t} + \frac{1}{\ln 4}.$$

Teste 4 [improp4] A integral $\int_0^{\frac{1}{5}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx$ é igual a

- ■ $1/\ln 5$;
- $\boxed{\text{B}}$ $1/\ln 3$;
- $\boxed{\text{C}}$ $1/\ln 4$;
- $\boxed{\text{D}}$ $1/\ln 2$;
- $\boxed{\text{E}}$ Esta integral é divergente.

Solução: Fazendo $u = \ln(x)$, temos que a primitiva da função em questão é $F(x) = -1/\ln x$ e portanto

$$\int_0^{\frac{1}{5}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx = \lim_{t \to 0} \frac{-1}{\ln t} + \frac{1}{\ln 5}.$$

Teste 5 [tfceq1] Seja $g : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$ uma função contínua que satisfaz $2x^2 + c = x \int_c^x g(t)\, dt$, sendo c uma constante não nula. O valor de $g(c)$ é igual a

- ■ 4.
- $\boxed{\text{B}}$ 2.
- $\boxed{\text{C}}$ 1.
- $\boxed{\text{D}}$ 6.
- $\boxed{\text{E}}$ 0.

Solução: Derivando, temos $4x = \int_c^x g(t)\, dt + xg(x)$. No ponto $x = c$ vem que $g(c) = 4$.

Teste 6 [tfceq2] Seja $g : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$ uma função contínua que satisfaz $x^2/2 + c = x \int_c^x g(t)\, dt$, sendo c uma constante não nula. O valor de $g(c)$ é igual a

- ■ 1.
- $\boxed{\text{B}}$ 2.
- $\boxed{\text{C}}$ 4.
- $\boxed{\text{D}}$ 6.
- $\boxed{\text{E}}$ 0.

Solução: Derivando, temos $x = \int_c^x g(t)\, dt + xg(x)$. No ponto $x = c$ vem que $g(c) = 1$.

Teste 7 [tfceq3] Seja $g : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$ uma função contínua que satisfaz $x^2 + c = x \displaystyle\int_c^x g(t)\,dt$, sendo c uma constante não nula. O valor de $g(c)$ é igual a

- ■ 2.
- B 4.
- C 1.
- D 6.
- E 0.

Solução: Derivando, temos $2x = \displaystyle\int_c^x g(t)\,dt + xg(x)$. No ponto $x = c$ vem que $g(c) = 2$.

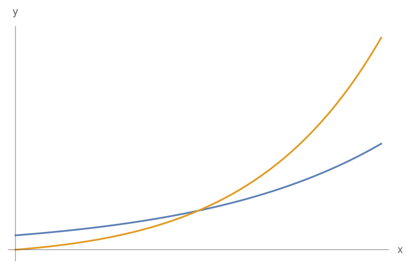
Teste 8 [tfceq4] Seja $g : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$ uma função contínua que satisfaz $3x^2 + c = x \displaystyle\int_c^x g(t)\,dt$, sendo c uma constante não nula. O valor de $g(c)$ é igual a

- ■ 6.
- B 2.
- C 1.
- D 4.
- E 0.

Solução: Derivando, temos $6x = \displaystyle\int_c^x g(t)\,dt + xg(x)$. No ponto $x = c$ vem que $g(c) = 6$.

Teste 9 [area1] A área da região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = xe^x$ e as retas $x = 0$ e $x = 3$ é igual a

- ■ $2e + e^3 - 2$.
- B $2e + 2e^4 - 2$.
- C $2e + 3e^5 - 2$.
- D $2e + 4e^6 - 2$.
- E $e - 2$.

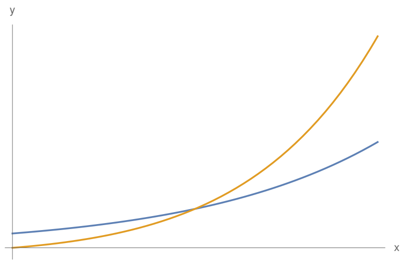


Solução: Tal área é dada por

$$\int_0^1 e^x - xe^x\,dx + \int_1^3 xe^x - e^x\,dx = (2-x)e^x\Big|_0^1 + (x-2)e^x\Big|_1^3 = 2e + e^3 - 2.$$

Teste 10 [area2] A área da região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = xe^x$ e as retas $x = 0$ e $x = 4$ é igual a

■ $2e + 2e^4 - 2$.
[B] $2e + e^3 - 2$.
[C] $2e + 3e^5 - 2$.
[D] $2e + 4e^6 - 2$.
[E] $e - 2$.

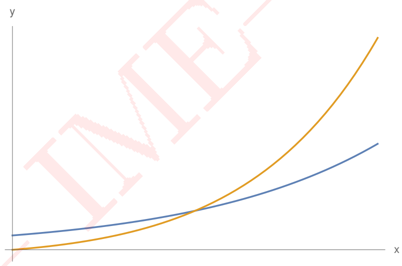


Solução: Tal área é dada por

$$\int_0^1 e^x - xe^x\,dx + \int_1^4 xe^x - e^x\,dx = (2-x)e^x\big|_0^1 + (x-2)e^x\big|_1^4 = 2e + 2e^4 - 2.$$

Teste 11 [area3] A área da região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = xe^x$ e as retas $x = 0$ e $x = 5$ é igual a

■ $2e + 3e^5 - 2$.
[B] $2e + e^3 - 2$.
[C] $2e + 2e^4 - 2$.
[D] $2e + 4e^6 - 2$.
[E] $e - 2$.

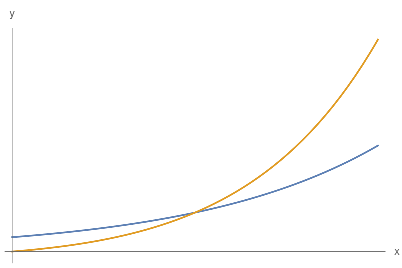


Solução: Tal área é dada por

$$\int_0^1 e^x - xe^x\,dx + \int_1^5 xe^x - e^x\,dx = (2-x)e^x\big|_0^1 + (x-2)e^x\big|_1^5 = 2e + 3e^5 - 2.$$

Teste 12 [area4] A área da região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = xe^x$ e as retas $x = 0$ e $x = 6$ é igual a

■ $2e + 4e^6 - 2$.
[B] $2e + e^3 - 2$.
[C] $2e + 2e^4 - 2$.
[D] $2e + 3e^5 - 2$.
[E] $e - 2$.



Solução: Tal área é dada por

$$\int_0^1 e^x - xe^x\,dx + \int_1^6 xe^x - e^x\,dx = (2-x)e^x\big|_0^1 + (x-2)e^x\big|_1^6 = 2e + 4e^6 - 2.$$

Teste 13 [`volume1`] Seja R a região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = e^{-x}$ e as retas $x = 0$ e $x = 1/2$. O volume do sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo Ox é

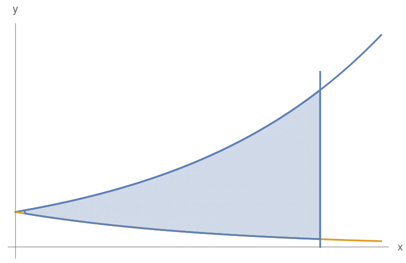
■ $\pi(\frac{e}{2} + \frac{e^{-1}}{2} - 1)$.

B $\pi(\frac{e^2}{2} + \frac{e^{-2}}{2} - 1)$.

C $\pi(\frac{e^5}{2} + \frac{e^{-5}}{2} - 1)$.

D $\pi(\frac{e^6}{2} + \frac{e^{-6}}{2} - 1)$.

E $\pi(\frac{e^7}{2} + \frac{e^{-7}}{2} - 1)$.



Solução: Tal volume é dado por

$$\int_0^{1/2} \pi(e^x)^2 - \pi(e^{-x})^2 \, dx = 2\pi \int_0^{1/2} \sinh(2x) \, dx = \pi(\cosh(1) - 1) = \pi(\frac{e^1}{2} + \frac{e^{-1}}{2} - 1).$$

Teste 14 [`volume2`] Seja R a região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = e^{-x}$ e as retas $x = 0$ e $x = 1$. O volume do sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo Ox é

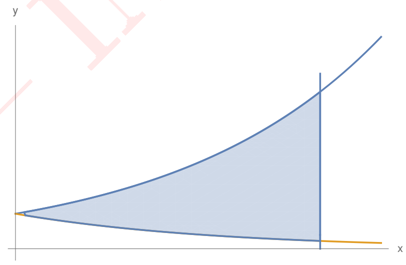
■ $\pi(\frac{e^2}{2} + \frac{e^{-2}}{2} - 1)$.

B $\pi(\frac{e^5}{2} + \frac{e^{-5}}{2} - 1)$.

C $\pi(\frac{e^6}{2} + \frac{e^{-6}}{2} - 1)$.

D $\pi(\frac{e}{2} + \frac{e^{-1}}{2} - 1)$.

E $\pi(\frac{e^7}{2} + \frac{e^{-7}}{2} - 1)$.



Solução: Tal volume é dado por

$$\int_0^{1} \pi(e^x)^2 - \pi(e^{-x})^2 \, dx = 2\pi \int_0^{1} \sinh(2x) \, dx = \pi(\cosh(2) - 1) = \pi(\frac{e^2}{2} + \frac{e^{-2}}{2} - 1).$$

Teste 15 [`volume3`] Seja R a região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = e^{-x}$ e as retas $x = 0$ e $x = 5/2$. O volume do sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo Ox é

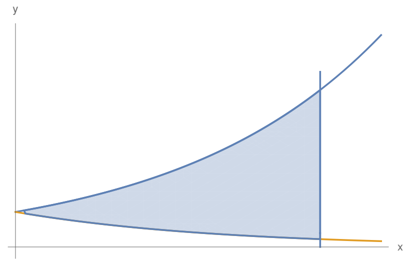
■ $\pi(\frac{e^5}{2} + \frac{e^{-5}}{2} - 1)$.

B $\pi(\frac{e^2}{2} + \frac{e^{-2}}{2} - 1)$.

C $\pi(\frac{e^6}{2} + \frac{e^{-6}}{2} - 1)$.

D $\pi(\frac{e}{2} + \frac{e^{-1}}{2} - 1)$.

E $\pi(\frac{e^7}{2} + \frac{e^{-7}}{2} - 1)$.



Solução: Tal volume é dado por

$$\int_0^2 \pi(e^x)^2 - \pi(e^{-x})^2\,dx = 2\pi \int_0^2 \sinh(2x)\,dx = \pi(\cosh(4) - 1) = \pi(\frac{e^4}{2} + \frac{e^{-4}}{2} - 1).$$

Teste 16 [`volume4`] Seja R a região delimitada pelas curvas $y = e^x$ e $y = e^{-x}$ e as retas $x = 0$ e $x = 3$. O volume do sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo Ox é

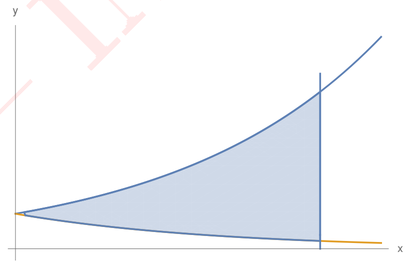
■ $\pi(\frac{e^6}{2} + \frac{e^{-6}}{2} - 1)$.

B $\pi(\frac{e^2}{2} + \frac{e^{-2}}{2} - 1)$.

C $\pi(\frac{e^5}{2} + \frac{e^{-5}}{2} - 1)$.

D $\pi(\frac{e}{2} + \frac{e^{-1}}{2} - 1)$.

E $\pi(\frac{e^7}{2} + \frac{e^{-7}}{2} - 1)$.



Solução: Tal volume é dado por

$$\int_0^3 \pi(e^x)^2 - \pi(e^{-x})^2\,dx = 2\pi \int_0^3 \sinh(2x)\,dx = \pi(\cosh(6) - 1) = \pi(\frac{e^6}{2} + \frac{e^{-6}}{2} - 1).$$

Teste 17 [`compr1`] O comprimento da curva $y = \sqrt{x - x^2} + \text{arcsen}(\sqrt{x})$ para $x \in [1/2, 1]$ é:

■ $2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. B 1. C $1/\sqrt{2}$. D $2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. E $2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Solução: Tal comprimento é dado por

$$\int_{1/2}^1 \sqrt{1 + f'(x)^2}\,dx = \int_{1/2}^1 x^{-1/2}\,dx = 2x^{1/2}\Big|_{1/2}^1 = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Teste 18 [compr2] O comprimento da curva $y = \sqrt{x - x^2} + \text{arcsen}(\sqrt{x})$ para $x \in [1/3, 1/2]$ é:

■ $2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. B $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D $2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. E $2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$.

Solução: Tal comprimento é dado por

$$\int_{1/3}^{1/2} \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx = \int_{1/3}^{1/2} x^{-1/2}\, dx = 2x^{1/2}\Big|_{1/3}^{1/2} = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

Teste 19 [compr3] O comprimento da curva $y = \sqrt{x - x^2} + \text{arcsen}(\sqrt{x})$ para $x \in [1/4, 1/3]$ é:

■ $2\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right)$. B $\frac{1}{2}$. C $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D $2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)$. E $2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

Solução: Tal comprimento é dado por

$$\int_{1/4}^{1/3} \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx = \int_{1/4}^{1/3} x^{-1/2}\, dx = 2x^{1/2}\Big|_{1/4}^{1/3} = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right).$$

Teste 20 [compr4] O comprimento da curva $y = \sqrt{x - x^2} + \text{arcsen}(\sqrt{x})$ para $x \in [1/5, 1/4]$ é:

■ $2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. B $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C $\frac{1}{2}$. D $2\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)$. E $2\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.

Solução: Tal comprimento é dado por

$$\int_{1/5}^{1/4} \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx = \int_{1/5}^{1/4} x^{-1/2}\, dx = 2x^{1/2}\Big|_{1/5}^{1/4} = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Teste 21 [compr5] O comprimento da curva $y = \sqrt{x - x^2} + \text{arcsen}(\sqrt{x})$ para $x \in [1/6, 1/5]$ é:

■ $2\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$. B $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C $\frac{1}{\sqrt{6}}$. D $2\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. E $2\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.

Solução: Tal comprimento é dado por

$$\int_{1/6}^{1/5} \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx = \int_{1/6}^{1/5} x^{-1/2}\, dx = 2x^{1/2}\Big|_{1/6}^{1/5} = 2\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

Teste 22 [fp1] O valor de $\displaystyle\int_0^2 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}\, dx$ é:

■ $\ln(3) - \ln(4)$. B $2\ln(4) - 2\ln(5)$. C $\ln(5) - 2\ln(6) + \ln(4)$.
D $\ln(6) - 2\ln(7) + \ln(4)$. E $\ln(7) - 2\ln(8) + \ln(4)$.

Solução: Escrevendo $\dfrac{-x}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{x+2}$, temos $A = 1$ e $B = -2$ e portanto

$$\int_0^2 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}\, dx = \int_0^2 \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} = \ln|x+1| - 2\ln|x+2|\Big|_0^2 = \ln(3) - \ln(4).$$

Teste 23 [fp2] O valor de $\displaystyle\int_0^3 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}dx$ é:

■ $2\ln(4) - 2\ln(5)$. $\boxed{\text{B}}$ $\ln(3) - \ln(4)$. $\boxed{\text{C}}$ $\ln(5) - 2\ln(6) + \ln(4)$.
$\boxed{\text{D}}$ $\ln(6) - 2\ln(7) + \ln(4)$. $\boxed{\text{E}}$ $\ln(7) - 2\ln(8) + \ln(4)$.

Solução: Escrevendo $\dfrac{-x}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{x+2}$, temos $A = 1$ e $B = -2$ e portanto

$$\int_0^3 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}\,dx = \int_0^3 \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} = \ln|x+1| - 2\ln|x+2|\Big|_0^3 = 2\ln(4) - 2\ln(5).$$

Teste 24 [fp3] O valor de $\displaystyle\int_0^4 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}dx$ é:

■ $\ln(5) - 2\ln(6) + \ln(4)$. $\boxed{\text{B}}$ $\ln(3) - \ln(4)$. $\boxed{\text{C}}$ $2\ln(4) - 2\ln(5)$.
$\boxed{\text{D}}$ $\ln(6) - 2\ln(7) + \ln(4)$. $\boxed{\text{E}}$ $\ln(7) - 2\ln(8) + \ln(4)$.

Solução: Escrevendo $\dfrac{-x}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{x+2}$, temos $A = 1$ e $B = -2$ e portanto

$$\int_0^4 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}\,dx = \int_0^4 \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} = \ln|x+1| - 2\ln|x+2|\Big|_0^4 = \ln(5) - 2\ln(6) + \ln(4).$$

Teste 25 [fp4] O valor de $\displaystyle\int_0^5 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}dx$ é:

■ $\ln(6) - 2\ln(7) + \ln(4)$. $\boxed{\text{B}}$ $\ln(3) - \ln(4)$. $\boxed{\text{C}}$ $2\ln(4) - 2\ln(5)$.
$\boxed{\text{D}}$ $\ln(5) - 2\ln(6) + \ln(4)$. $\boxed{\text{E}}$ $\ln(7) - 2\ln(8) + \ln(4)$.

Solução: Escrevendo $\dfrac{-x}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{x+2}$, temos $A = 1$ e $B = -2$ e portanto

$$\int_0^5 \frac{-x}{(x+1)(x+2)}\,dx = \int_0^5 \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} = \ln|x+1| - 2\ln|x+2|\Big|_0^5 = \ln(6) - 2\ln(7) + \ln(4).$$

Teste 26 [primeq1] Um valor de $b \in \mathbb{R}$ que satisfaz a equação $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^b \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = \frac{\pi}{12}$ é:

■ 2. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ -1. $\boxed{\text{D}}$ 0. $\boxed{\text{E}}$ -2.

Solução: Fazendo $t = \sec u$, temos que

$$\int_{\sqrt{2}}^b \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = \operatorname{arcsec}(b) - \frac{\pi}{4},$$

ou seja $b = \sec(\pi/4 + \pi/12) = 2$.

Teste 27 [primeq2] Um valor de $b \in \mathbb{R}$ que satisfaz a equação $\int_{\sqrt{2}}^{b} \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = -\frac{\pi}{4}$ é:

■ 1. [B] 2. [C] −1. [D] 0. [E] −2.

Solução: Fazendo $t = \sec u$, temos que

$$\int_{\sqrt{2}}^{b} \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = \operatorname{arcsec}(b) - \frac{\pi}{4},$$

ou seja $b = \sec(0) = 1$.

Teste 28 [taylor1] Usando um polinômio de Taylor de ordem 2 ao redor de 1, a aproximação correta nas três primeiras casas decimais que obtemos para $\ln(1,2)$ é:

■ 0, 180. [B] 0, 181. [C] 0, 179. [D] 0, 182. [E] 0, 183.

Solução: Escrevendo o polinômio de Taylor, de ordem 2, para $f(x) = \ln x$ em torno de $x_0 = 1$ temos

$$P_2(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} \implies P_3(1,2) = 0,180$$

Teste 29 [taylor2] Usando um polinômio de Taylor de ordem 2 ao redor de 1, a aproximação correta nas três primeiras casas decimais que obtemos para $\ln(1,4)$ é:

■ 0, 320. [B] 0, 317. [C] 0, 318. [D] 0, 319. [E] 0, 321.

Solução: Escrevendo o polinômio de Taylor, de ordem 2, para $f(x) = \ln x$ em torno de $x_0 = 1$ temos

$$P_2(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} \implies P_3(1,4) = 0,320$$

Teste 30 [taylor3] Usando um polinômio de Taylor de ordem 2 ao redor de 1, a aproximação correta nas três primeiras casas decimais que obtemos para $\ln(1,1)$ é:

■ 0, 095. [B] 0, 094. [C] 0, 096. [D] 0, 097. [E] 0, 098.

Solução: Escrevendo o polinômio de Taylor, de ordem 2, para $f(x) = \ln x$ em torno de $x_0 = 1$ temos

$$P_2(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} \implies P_3(1,1) = 0,095$$

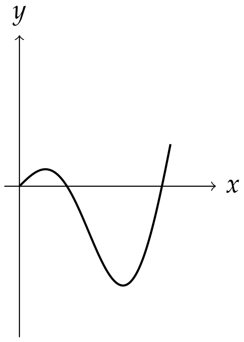
Teste 31 [taylor4] Usando um polinômio de Taylor de ordem 2 ao redor de 1, a aproximação correta nas três primeiras casas decimais que obtemos para $\ln(1,5)$ é:

■ 0, 375. [B] 0, 376. [C] 0, 374. [D] 0, 373. [E] 0, 372.

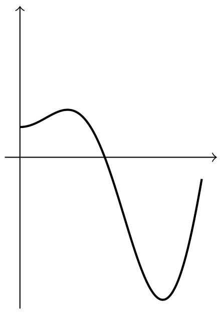
Solução: Escrevendo o polinômio de Taylor, de ordem 2, para $f(x) = \ln x$ em torno de $x_0 = 1$ temos

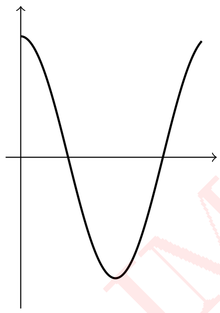
$$P_2(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} \implies P_3(1,2) = 0,375$$

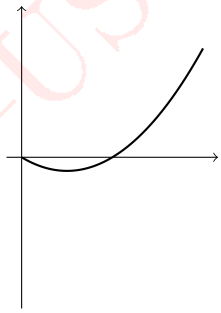
Teste 32 [`grfprm1`] A figura abaixo representa representa o gráfico de uma função $y = f(x)$.

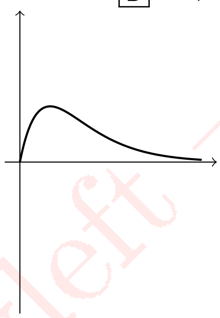


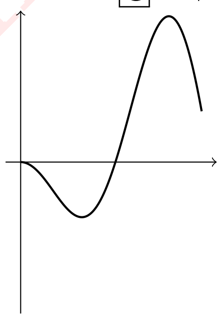
A figura que mais se aproxima do gráfico de uma primitiva de $y = f(x)$ é:

■


B


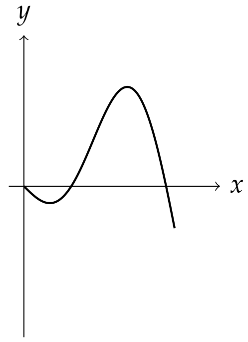
C


D


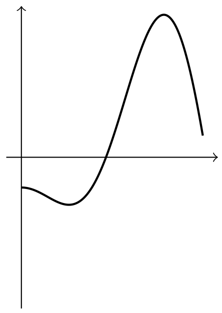
E


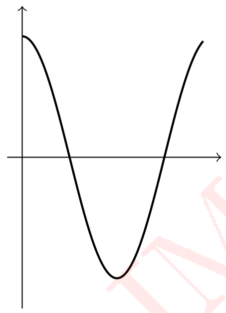
Solução: Basta estudar os sinais de $f(x)$ e $f'(x)$ para, respectivamente, determinar intervalos de crescimento e concavidades para a primitiva de $f(x)$.

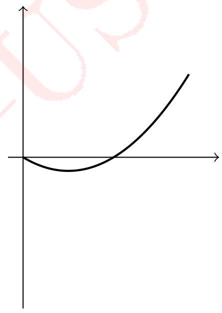
Teste 33 [grfprm2] A figura abaixo representa representa o gráfico de uma função $y = f(x)$.

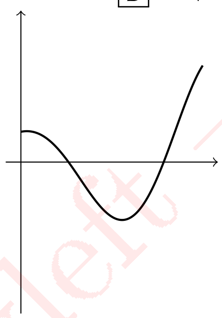


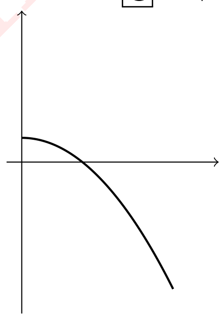
A figura que mais se aproxima do gráfico de uma primitiva de $y = f(x)$ é:

■ 

B 

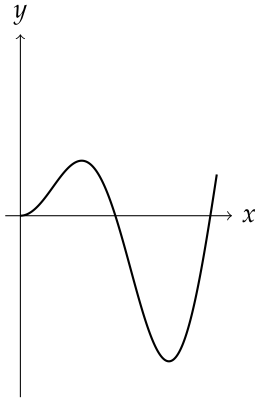
C 

D 

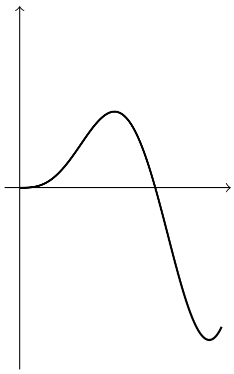
E 

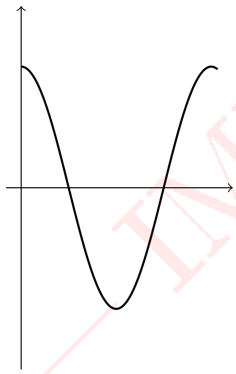
Solução: Basta estudar os sinais de $f(x)$ e $f'(x)$ para, respectivamente, determinar intervalos de crescimento e concavidades para a primitiva de $f(x)$.

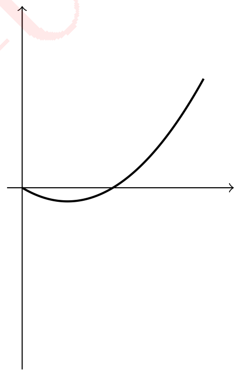
Teste 34 [`grfprm3`] A figura abaixo representa representa o gráfico de uma função $y = f(x)$.

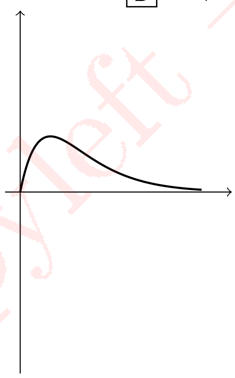


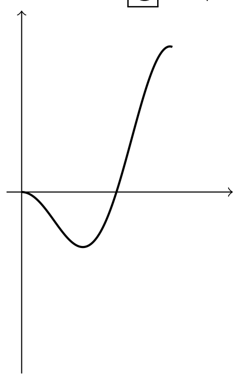
A figura que mais se aproxima do gráfico de uma primitiva de $y = f(x)$ é:

■


B


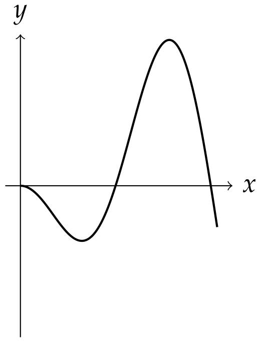
C


D


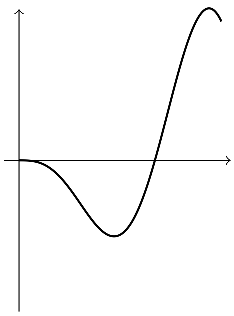
E


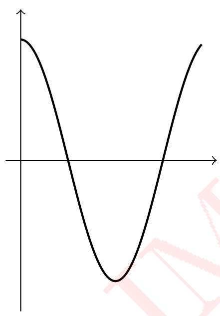
Solução: Basta estudar os sinais de $f(x)$ e $f'(x)$ para, respectivamente, determinar intervalos de crescimento e concavidades para a primitiva de $f(x)$.

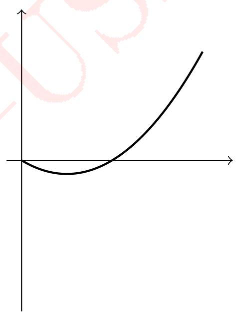
Teste 35 [`grfprm4`] A figura abaixo representa representa o gráfico de uma função $y = f(x)$.

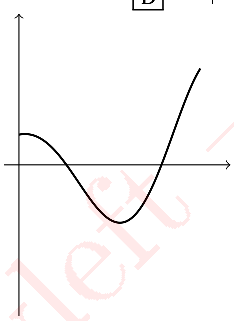


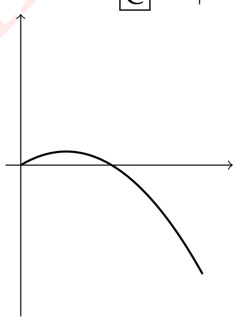
A figura que mais se aproxima do gráfico de uma primitiva de $y = f(x)$ é:

■ 

B 

C 

D 

E 

Solução: Basta estudar os sinais de $f(x)$ e $f'(x)$ para, respectivamente, determinar intervalos de crescimento e concavidades para a primitiva de $f(x)$.

Teste 36 [`intimpar1`] O valor da integral $\displaystyle\int_{-2}^{2} \operatorname{sen}(x^3) + \sqrt{4 - x^2}\, dx$ é:

■ 2π. B $\frac{9\pi}{2}$. C 8π. D $\frac{25\pi}{2}$. E 0.

Solução: A primeira parcela do integrando é uma função ímpar e, portanto, sua contribuição para a integral é nula, uma vez que o intervalo em questão é simétrico em torno da origem. A segunda parcela corresponde é o semicírculo superior de raio 2, centrado na origem, dando a área 2π.

Teste 37 [`intimpar2`] O valor da integral $\displaystyle\int_{-3}^{3} \operatorname{sen}(x^3) + \sqrt{9 - x^2}\, dx$ é:

■ $\frac{9\pi}{2}$. B 2π. C 8π. D $\frac{25\pi}{2}$. E 0.

Solução: A primeira parcela do integrando é uma função ímpar e, portanto, sua contribuição para a integral é nula, uma vez que o intervalo em questão é simétrico em torno da origem. A segunda parcela corresponde é o semicírculo superior de raio 3, centrado na origem, dando a área $^{9\pi}/_{2}$.

Teste 38 [intimpar3] O valor da integral $\int_{-4}^{4} \text{sen}(x^3) + \sqrt{16 - x^2}\, dx$ é:

■ 8π. [B] 2π. [C] $\frac{9\pi}{2}$. [D] $\frac{25\pi}{2}$. [E] 0.

Solução: A primeira parcela do integrando é uma função ímpar e, portanto, sua contribuição para a integral é nula, uma vez que o intervalo em questão é simétrico em torno da origem. A segunda parcela corresponde é o semicírculo superior de raio 4, centrado na origem, dando a área 8π.

Teste 39 [intimpar4] O valor da integral $\int_{-5}^{5} \text{sen}(x^3) + \sqrt{25 - x^2}\, dx$ é:

■ $\frac{25\pi}{2}$. [B] 2π. [C] $\frac{9\pi}{2}$. [D] 8π. [E] 0.

Solução: A primeira parcela do integrando é uma função ímpar e, portanto, sua contribuição para a integral é nula, uma vez que o intervalo em questão é simétrico em torno da origem. A segunda parcela corresponde é o semicírculo superior de raio 5, centrado na origem, dando a área ${}^{25\pi}/_{2}$.

2019 – MAT-2453 – Terceira Prova – Folha de Respostas

Respostas ilegíveis ou não indicadas nesta folha serão desconsideradas.

Identificação:

Nome: ______________________ **NUSP:** ____________ **Turma:** ______

____
Assinatura

Por favor coloque seu número USP nos campos abaixo. Caso tenha menos de 8 dígitos deixe as **primeiras colunas** em branco.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Por favor coloque sua turma nos campos abaixo.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

Respostas:

Teste 1: [redacted] B C D E

Teste 2: [redacted] B C D E

Teste 3: [redacted] B C D E

Teste 4: [redacted] B C D E

Teste 5: [redacted] B C D E

Teste 6: [redacted] B C D E

Teste 7: [redacted] B C D E

Teste 8: [redacted] B C D E

Teste 9: [redacted] B C D E

Teste 10: [redacted] B C D E

Teste 11: [redacted] B C D E

Teste 12: ■ B C D E

Teste 13: ■ B C D E

Teste 14: ■ B C D E

Teste 15: ■ B C D E

Teste 16: ■ B C D E

Teste 17: ■ B C D E

Teste 18: ■ B C D E

Teste 19: ■ B C D E

Teste 20: ■ B C D E

Teste 21: ■ B C D E

Teste 22: ■ B C D E

Teste 23: ■ B C D E

Teste 24: ■ B C D E

Teste 25: ■ B C D E

Teste 26: ■ B C D E

Teste 27: ■ B C D E

Teste 28: ■ B C D E

Teste 29: ■ B C D E

Teste 30: ■ B C D E

Teste 31: ■ B C D E

Teste 32: ■ B C D E

Teste 33: ■ B C D E

Teste 34: ■ B C D E

Teste 35: ■ B C D E

Teste 36: ■ B C D E

Teste 37: ■ B C D E

Teste 38: ■ B C D E

Teste 39: ■ B C D E