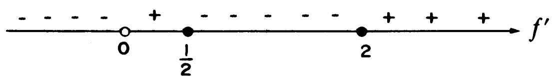
Considere a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2$.

(a) **Determine os intervalos onde f é crescente e onde é decrescente. Determine os pontos de máximo e de mínimo locais de f.**

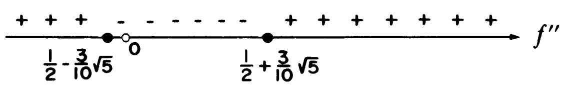
Solução: Como $f'(x) = \dfrac{4(2x^2 - 5x + 2)}{3\sqrt[3]{x}}$, temos o seguinte quadro de sinais para f'



Assim, 0 e 2 são pontos de mínimo local e $1/2$ é ponto de máximo local.

(b) **Determine os intervalos onde f possui concavidade para cima e também onde possui concavidade para baixo. Determine os pontos de inflexão de f.**

Solução: Como $f''(x) = \dfrac{8(5x^2 - 5x - 1)}{9\sqrt[3]{x^4}}$, temos o seguinte quadro de sinais para f''



Assim, $\frac{1}{2} - \frac{3}{10}\sqrt{5}$ e $\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\sqrt{5}$ são pontos de inflexão.

(c) **Calcule os limites pertinentes e discuta a existência de assíntotas.**

Solução: Claramente $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2 = \lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt[3]{x^2}(x-2)^2 = +\infty$.

Temos também $m = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^{2/3}(x-2)^2}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(x-2)^2}{x^{1/3}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[3]{\dfrac{(x-2)^6}{x}} = +\infty$.

Análogo para $x \to -\infty$. Portanto não existem assíntotas.

(d) **Esboce o gráfico de f.**

Solução: