$x, z \in S$:

$$\mathbb{P}_z(X_n = x) = \mathbb{P}_z(T_x \leq n, X_n = x)$$

$$= \sum_{l=0}^{n} \mathbb{P}_z(T_x = l, X_n = x)$$

$$= \sum_{l=0}^{n} \mathbb{P}_z(T_x = l)\,\mathbb{P}_x(X_{n-l} = x)$$

$$= \sum_{l=0}^{M} \mathbb{P}_z(T_x = l)\,\mathbb{P}_x(X_{n-l} = x)$$

$$+ \sum_{l=M+1}^{n} \mathbb{P}_z(T_x = l)\,\mathbb{P}_x(X_{n-l} = x),$$

onde, para $\varepsilon > 0$ arbitrário poré fixado, $M \leq n$ é tal que $\mathbb{P}_z(M < T_x < \infty) \leq \varepsilon$.

Logo

$$\mathbb{P}_z(X_n = x) \leq \max_{0 \leq l \leq M} \mathbb{P}_x(X_{n-l} = x)$$

$$+ \mathbb{P}_z(M < T_x < \infty)$$

Se x for transitório, então

$$\lim_{n\to\infty} \max_{0 \leq l \leq M} \mathbb{P}_x(X_{n-l} = x) =$$

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}_x(X_n = x) = 0$$

$$\therefore \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}_z(X_n = x) \leq \varepsilon;$$

ε arbitrário:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}_z(X_n = x) = 0 \quad \forall z \in S \quad (*)$$

Conclusão: se a cadeia for irredutível e transitória, então, por (*)

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}_x(X_n = y) = 0 \quad \forall x, y$$

(já que todo $y \in S$ é transitório).

Então temos a convergência de $\mathbb{P}_x(X_n = y)$ quando $n \nearrow \infty$ para todo x, y; o limite não depende de x, mas o limite não é uma distribuição de probabilidade.