

MAT334 - Análise Funcional - 2013

7ª Lista de exercícios

Bidual e Reflexividade

1. Mostre que qualquer espaço normado de dimensão finita é reflexivo.
2. a) Verifique a norma usual do dual de um espaço de Hilbert também provém de produto interno (então o dual de um espaço de Hilbert também é um espaço de Hilbert). *Sugestão: Defina $\langle f, g \rangle = \langle R^{-1}g, R^{-1}f \rangle$, sendo R a aplicação de Riesz.*
b) Prove que todo espaço de Hilbert é reflexivo. *Sugestão: Mostre que a inclusão canônica é a composta das aplicações de Riesz.*
3. Mostre que qualquer aplicação injetora $T : \ell_1 \rightarrow \ell_p$ não pode ter imagem fechada se $1 < p < +\infty$.
4. Se X é reflexivo e M é um subespaço fechado de X , mostre que X/M também é reflexivo.
5. Mostre que se existe uma aplicação linear contínua de um espaço reflexivo X sobre um espaço de Banach Y , então Y também é reflexivo.