

Estruturas de Dados - Avaliação 2 Prof. Leônidas O. Brandão - 27/06/2003

Nome: _____

Os exercícios 6 e 7 são excludentes, escolha apenas um para fazer.

Exercício 1 [1.0] Uma árvore binária T , com raiz t , é dita AB_k ($t \in AB_k$) $\Leftrightarrow (\forall v \in VT \Rightarrow (v.esq, v.dir) \in AB_k \times AB_k \text{ e } |alt(v.esq) - alt(v.dir)| \leq k)$.

Apresente um algoritmo $O(\#VT)$ para testar se uma árvore de raiz t é AB_k (se $t \in AB_k$).

Obs: $alt(v)$ é a altura do nó v , mas você não deve fazer uma função “externa” para computar esta altura - isso “destrói” a eficiência de um “bom algoritmo” para este problema.

Exercício 2 [1.5] Apresente uma estrutura de dados homogênea para representar uma árvore (não necessariamente binária - i.é. cada nó pode ter n filhos, para qualquer $n \geq 2$) e escreva um algoritmo recursivo para buscar um elemento na mesma (não existe hipótese sobre como as chaves são armazenadas).

Exercício 3 [1.0] Sobre árvores AVL:

1. Defina uma árvore AVL
2. Esquematize o mecanismo de inserção em uma árvore AVL, apresentando as regras para manter a estrutura AVL (pode usar desenho)

Exercício 4 [2.0] Árvores “rubro-negras”.

1. Defina árvore “rubro-negras” (RN).
2. Esquematize o mecanismo de inserção em uma árvore RN (análogo ao 3.2)
3. Aplique as regras de 2 para construir a árvore RN a partir da sequência abaixo. Indique claramente qual regra usou em cada correção acima apresentando a situação inicial (após inserção) e final (após correção, se necessário).

Entrada: 11, 14, 2, 15, 7, 8, 5, 1

Exercício 5 [0.5+2.0] Temos um conjunto de regras R do tipo “ $A \Rightarrow B$ ”, sendo A e B “fatos”. Desejamos decidir se uma “fato” F pode ser deduzido a partir de outro fato I (p.e., F é deduzido de A se: $A \Rightarrow F$; ou se existirem fatos adicionais de modo que $A \Rightarrow B \Rightarrow F$ ou $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow F$ ou assim por diante).

1. Proponha uma estrutura de dados para representar o conjunto de “regras”.
2. Escreva um sistema para resolver o problema, para um único “fato” inicial I (encontrar todos os que podem ser deduzidos a partir I).

Seu algoritmo deve ser no pior caso $O(|R|^2)$, sendo $|R|$ o número de regras existentes.

Obs: Se usar estruturas tipo “fila” ou “pilha” não é necessário implementá-las, basta explicitar o que está usando. Deixe clara qual a idéia de seu algoritmo (via comentários).

Exercício 6 [2.0] Propor uma estrutura de dados para representar conjuntos de modo que as operações de “limpar/inicializar” o conjunto e as de “inserir”, “remover” e “buscar” um elemento sejam $O(1)$.

Exercício 7 [2.0] Prove que em uma árvore binária não vazia, o número de folhas n_0 e o número de nós de grau 2, n_2 , são tais que: $n_0 = n_2 + 1$.