



Como Usar a Geometria Dinâmica? O Papel do Professor e do Aluno Frente às Novas Tecnologias

Seiji Isotani¹, Leônidas de Oliveira Brandão²

¹Institute of Scientific and Industrial Research – Osaka University
Osaka, Japan

²Instituto de Matemática e Estatística – Universidade de São Paulo (IME-USP)
Caixa Postal 66.281-05315-970 - São Paulo – SP - Brazil.

isotani@ei.sanken.osaka-u.ac.jp, leo@ime.usp.br

Abstract. *This work presents some of the difficulties faced by teachers and students during the introduction of new technologies along the teaching/learning process. Therefore, we pointed out the central role played by Dynamic Geometry (DG) in the context of the computer-aided Mathematics and Geometry teaching. We focus on the benefits of using DG, empowered with authoring and automatic evaluation, combined with a Learning Management System. Such DG system can save teacher's time in the evaluation task and give a quick feedback to the student. Besides, it can promote the students initiative during his learning.*

Resumo. *Neste trabalho discutimos algumas das dificuldades encontradas por professores e alunos diante a inserção das tecnologias no processo de ensino/aprendizagem. Enfatizamos o papel de destaque que a Geometria Dinâmica (GD) tem adquirido no contexto do ensino de Geometria assistida por computador e apontamos alguns benefícios da GD para professores e alunos. De um lado o professor economiza tempo com a avaliação automática de exercícios dos alunos. De outro lado os alunos podem participar ativamente em seu processo de aprendizagem.*

1. Introdução

O computador digital tem sido empregado no ensino, praticamente, desde seu surgimento em 1945, mas é a partir da década de 80, com o aparecimento dos computadores pessoais (*personal computers*), os PCs, que a utilização desta máquina e de seus recursos (*software*) provocaram grande impacto na educação [Kortenkamp, 2001]. No momento, tanto no Brasil quanto em outras partes no mundo, ocorre uma grande expansão do uso do computador e da Internet no ensino, conseqüentemente, a demanda por pesquisas nesta área têm aumentado consideravelmente [Litto et al., 2004].

A utilização das novas tecnologias, principalmente as de comunicação e de interação, vem reforçando a reestruturação do método tradicional de ensino, denominado por [Freire, 1987] de “*concepção bancária da educação*”. Nesta concepção, o professor é a figura central do aprendizado, cabendo ao aluno assimilar, de forma passiva e sem considerar o seu ritmo de aprendizagem, todo o conteúdo exposto no quadro-negro. Em oposição a este método tradicional, alguns pesquisadores e educadores defendem a educação “*problematizadora*” onde o aluno aprende através das situações-problema expostas pelo professor [Clements, 2000; Marrades & Gutiérrez, 2000].

No contexto da Matemática, o uso do computador pode trazer grandes benefícios, mas para isso é necessário escolher programas adequados e uma metodologia que tire proveito das características positivas do computador, como boas representações gráficas e rapidez em cálculos. Um bom exemplo deste benefício é a **Geometria Dinâmica (GD)**, que simplificada pode ser definida como a “geometria da régua e compasso implementada no computador”.

Neste trabalho discutimos o papel do professor e do aluno frente ao uso dos programas de GD e das novas tecnologias para o ensino, dando destaque aos principais benefícios que estes programas podem proporcionar ao ensino de Geometria.

2. A Geometria Dinâmica e Alguns Benefícios

Podemos entender a geometria dinâmica (GD) como sendo a implementação computacional da “geometria tradicional”, aquela de régua e compasso. O termo “dinâmico” do nome pode ser melhor entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional. Na GD, após o aluno realizar uma construção, ele pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção, preservando as propriedades originais.

Em função desta possibilidade de alterar objetos preservando-se a construção, podemos dizer que a GD é uma geometria do tipo 1-construção, N-testes, enquanto a tradicional de régua e compasso é do tipo 1-construção, 1-teste [Brandão & Isotani, 2003]. Deste modo, um programa de GD possibilita, a partir de uma única construção, efetuar um número arbitrário de testes, o que seria praticamente impossível com régua e compasso.

Um exemplo simples que pode ilustrar o “dinamismo” desta geometria é a construção da mediatriz de dois pontos dados, A e B . Para construir a mediatriz basta encontrarmos dois pontos distintos, que equidistem de A e de B , e por eles traçar a reta resposta r (mediatriz). Uma vez efetuada a construção podemos mover os pontos A ou B pela área de desenho e o programa que implementa a GD, automaticamente, redesenhará todos os objetos preservando suas propriedades. Desta forma, a reta r continuará visualmente sendo a mediatriz de A e B (Figura 1).

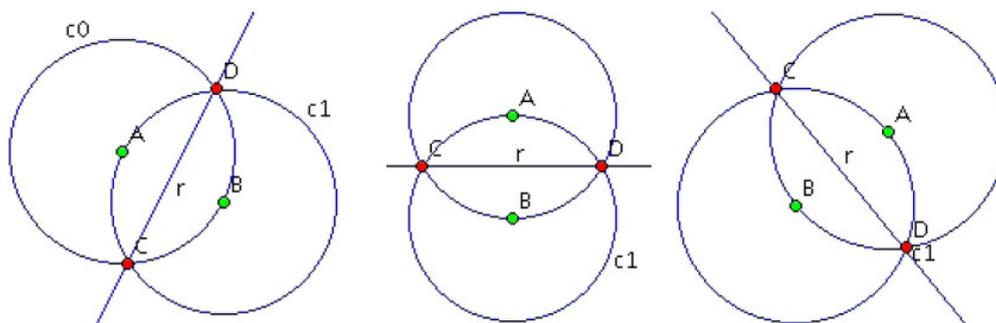


Figura 1. Exemplo da mediatriz em diferentes configurações

O uso da GD no ensino da Geometria traz boas possibilidades de mudança em uma área que vem sendo negligenciada no ensino. Segundo [Gravina, 1996], o ensino da Geometria recebe pouca atenção, tanto no ensino fundamental e médio, quanto no ensino superior. Além disso, freqüentemente a geometria é ensinada de forma mecânica, sem a preocupação em destacar os conceitos envolvidos [Crowley, 1987].

Em uma aula tradicional de Geometria, o professor enuncia conceitos, definições e propriedades, assim o aluno apenas “ouve” (e eventualmente “vê” figuras estáticas). Com programas de GD o aluno pode testar, “fazendo” ele próprio algumas descobertas.

Segundo [Arcavi & Hadas, 2000], os programas de GD podem ser comparados a laboratórios virtuais nos quais os estudantes podem manipular, investigar e aprender matemática. Como observa [Marrades & Gutiérrez, 2000], discutindo o aprendizado de geometria através dos programas de GD, o uso destes programas contribuem para o desenvolvimento de ambientes que facilitam a construção e verificação de conjecturas, além de proporcionar o acesso a uma grande variedade de exemplos que dificilmente seriam possíveis em ambientes estáticos. Deste modo, podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelos programas de GD, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução.

Do ponto de vista do aprendizado, também podemos notar vantagens da GD sobre a geometria estática. Usando o modelo de aprendizado de Geometria proposto pelos Van Hiele [Crowley, 1987], que classificam os níveis cognitivos de aprendizado de Geometria em cinco (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor), notamos que a Geometria Dinâmica pode ser bem empregada nos três primeiros níveis. Nestes níveis iniciais, o estudante está começando a abstrair os conceitos matemáticos e, deste modo, a experimentação pode contribuir muito.

Segundo [Gravina, 1996] e [Arcavi & Hadas, 2000], a GD proporciona uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Deste modo, podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa de GD, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução.

Para [King & Shattschneider, 1997], destacam-se como principais benefícios e aplicações de um sistema computacional de Geometria Dinâmica: a prova de teoremas, a precisão e visualização, as explorações e descobertas, as transformações e lugares geométricos e, por fim, a simulação de micromundos.

Em resumo, como a GD possibilita visualizar uma mesma construção de diversas formas, e assim facilitar a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos, podemos utilizar um programa de GD para revelar relações geométricas intrínsecas que poderiam passar despercebidas numa representação estática [Rodrigues, 2002]. Com isso, o professor pode incentivar o espírito investigativo do aluno, solicitando ao final uma justificativa para as relações encontradas (uma a prova matemática), podendo ser mais formal de acordo com o nível de aprendizagem do aluno.

3. O Professor

De acordo com [Freire, 1987], o professor deve livrar-se do estigma de detentor do conhecimento e se transformar em um guia que oferece dicas e estímulos para que os alunos aprendam. Nesta abordagem de ensino, o professor será o “parceiro” do aluno liderando atividades que visem a exploração e a descoberta, e que favoreçam a criatividade e a interação do aluno com o assunto abordado.

Da mesma forma [Clements, 2000] acredita que o uso desta tecnologia traz grandes benefícios ao ensino, não apenas pelas inovações nas formas de se apresentar o

conteúdo, mas também por causa da inevitável incorporação de métodos de ensino que favoreçam a parceria e troca de experiências entre professores e alunos.

Em diversas escolas do ensino médio e superior o uso do computador está cada vez mais presente no cotidiano e vêm sendo incorporado ao currículo escolar, principalmente na área de Matemática [Hollebrands, 2003, Litto et al., 2004]. Devido a este fato, o professor tem sido progressivamente cobrado a utilizar o computador em suas aulas.

No ensino de Matemática, os programas de GD podem ajudar o professor a introduzir os conceitos de matemática/geometria utilizando o computador. Como observa [Marrades & Gutiérrez, 2000], esta forma de ensino incentiva a participação ativa do aluno, através de testes e elaboração de conjecturas.

Contudo, todo o potencial benéfico que os programas de GD oferecem requer o preparo adequado por parte do professor e um grande esforço de sua parte na preparação de conteúdo. Como muito bem observa [Bellemain, 2002], a tarefa de utilizar os programas de GD não é simples, pois embora estes programas permitam elaborar situações que favoreçam a construção de conhecimentos por parte do aluno, em si os programas não ensinam nada. Cabe ao professor criar bons exemplos ou problemas.

Uma outra questão que surge com a inserção dos programas de GD (e de outros programas para ensino por computador) é a dificuldade, por parte do professor, em validar a resposta do aluno durante a realização de um exercício e acompanhá-lo durante as atividades propostas [Bellemain, 2002]. A razão disso é que a maior parte da interação ocorre entre aluno-computador e o professor na maioria das vezes não têm acesso a essa interação.

Neste contexto, as ferramentas que facilitam a produção, validação e gerenciamento de exercícios podem ser importantes para auxiliar o professor na elaboração e análise das atividades com os programas de GD. Segundo [Clements, 2000], os programas que permitem ao professor desenvolver exercícios práticos, que podem ser resolvidos utilizando diferentes estratégias, são os mais recomendados para o ensino de Matemática. Além disso, através das ferramentas de validação automática de exercícios, diminuimos a carga de trabalho do professor e, se estas ferramentas estiverem interligadas a um sistema de gerenciamento de conteúdo/curso, pode-se catalogar os trabalhos realizados pelos alunos. Mais ainda, pode-se utilizar uma biblioteca de aulas/exercícios, de modo que o professor possa utilizar com facilidade suas experiências passadas ou as de outros professores. Um sistema de gerenciamento que implementa estes recursos é o Sistema de Aprendizagem pela Web (**SAW**) [Brandão et al., 2004].

Um bom exemplo de um programa de GD que possui funcionalidades para facilitar o gerenciamento, a produção e a validação de exercícios é o programa **iGeom** [Brandão & Isotani, 2003; Isotani & Brandão, 2004]. Este programa é gratuito e distribuído a partir do endereço <http://www.matematica.br/igeom>, funcionando localmente no micro, na forma de aplicativo, ou num navegador Web na forma de applet. Além disso, o iGeom permite a comunicação com sistemas de gerenciamento de curso (por exemplo, o SAW) viabilizando o armazenamento e gerenciamento das soluções encaminhadas pelo aluno bem como a construção de bibliotecas de aulas e de exercícios.

Um exemplo do apoio fornecido ao professor por este tipo de recurso ocorreu em uma disciplina de graduação para licenciandos no IME-USP em 2005 (*Noções de Ensino de Matemática Utilizando o Computador - MAC118*). Utilizando o SAW+iGeom foi disponibilizado aos alunos um exercício para construção de um pentágono a partir de um segmento dado: um aluno encaminhou, várias vezes, como solução uma construção conhecida por ele cujo iGeom identificava como incorreta (esta construção é apresentada na tabela 1), apesar dela parecer correta, apresentando algumas diferenças que poderia ser atribuída a erros numéricos.

Entretanto uma pesquisa bibliográfica conduzida pelo monitor da turma (Renato Douglas) constatou que a resposta encaminhada era de fato errônea: na imagem na tabela 1, os ângulos internos nos pontos F e G têm ângulos de $109^{\circ}2'28''$ (e não 108°), conforme as páginas 86 e 89 de [Fourrey, 1924].

Tabela 1. Construção do pentágono enviada por um aluno.

	<pre> c0:= Circunferência(P1, P2); c1:= Circunferência(P2, P1); A:= Interseção sul(c0, c1); B:= Interseção norte(c0,c1); s0:= Segmento(A, B); c2:= Circunferência(A, P1); C:= Interseção(c1, c2); D:= Interseção(s0, c2); r:= Reta(C,D); E:= Interseção(c0, c2); s:= Reta(E,D); F:= Interseção(c0, r); c3:= Circunferência(F, P1); G:= Interseção direita(c1, s); c4:= Circunferência(G, P2); s1:= Segmento(P1, F); H:= Interseção norte(c3, c4); s2:= Segmento(F, H); s3:= Segmento(H, G); s4:= Segmento(G, P2); </pre>
--	--

4. O Aluno

A transição do método tradicional de ensino para o ensino auxiliado por computador pode afetar tanto o professor quanto o aluno. Assim como o professor já habituado ao ensino tradicional precisa adaptar-se aos recursos computacionais, o mesmo pode ocorrer com o aluno que precisará adaptar-se aos sistemas de ensino por computador e abandonar o comportamento passivo. Devido às possibilidades de experimentação, e outros pontos positivos já citados, a GD pode incentivar a maior participação ao aluno em seu próprio aprendizado, o que produz resultados sensivelmente positivos [Hollebrands, 2003].

Neste contexto, após o período de adaptação, o aluno precisa estar constantemente buscando desafios e, sempre que possível, compartilhando suas dúvidas e experiências com os colegas e professor. É através desta interação, e da superação das dificuldades encontradas durante as atividades propostas pelo professor, que o aluno atinge a maturidade para compreender o conteúdo apresentado. Para [Santos & Sola, 2001], as atividades baseadas na resolução de exercícios são as mais importantes no ensino de Geometria, pois ajudam o aluno a fazer e testar conjecturas e, dessa forma,

adquirir o conhecimento necessário para entender os conceitos e aplicá-los posteriormente.

Os programas de GD podem ajudar o aluno a atingir os níveis mais abstratos do conhecimento em Geometria. Ele pode modificar os objetos geométricos e generalizar os conceitos [Melo et al., 2000]. Nesta abordagem é possível disponibilizar representações gráficas de objetos geométricos que aproximam o objeto representado na tela do computador (desenho) ao objeto teórico (figura/conceito), favorecendo o desenvolvimento de uma leitura geométrica dos desenhos e contornando, assim, uma das grandes dificuldades no ensino da Geometria [Bellemain, 2001].

Segundo o estudo realizado por [Hannafin, 2001], reportando a inserção de um programa de GD em salas de aula do ensino médio, após o período de adaptação e reconhecimento do programa os alunos sentiram-se mais livres (tanto para perguntar, quanto para fazer conjecturas), trabalharam mais e demonstraram maior interesse no assunto abordado.

Algumas aplicações que fizemos do iGeom embutido no gerenciador de cursos SAW entre 2004 e início de 2006 confirmaram estas observações de [Hannafin, 2001]. As aplicações se deram em disciplinas de graduação, MAC118, e de extensão universitário nos cursos de Verão (<http://www.ime.usp.br/verao>), no IME-USP. Por exemplo, através do questionário preenchido pelos alunos da disciplina MAC118, em 2005, e dos cursos de Verão, em 2006, constatamos que cerca de 75% dos participantes nunca tiveram, ou tiveram pouco contato com programas de GD. Apesar disso, após o período inicial, para compreensão do funcionamento do iGeom+SAW, a grande maioria dos participantes conseguiu resolver todos os exercícios propostos, o que não acontecia anteriormente ao uso destes programas.

Outro benefício que o uso do iGeom+SAW proporciona é o oferecimento de respostas “imediatas” para cada exercício realizado. Segundo [Hentea et al., 2003], após a realização de cada exercício, o oferecimento de respostas rápidas ao aluno contribui muito para o seu aprendizado. Uma das razões para esta afirmação é devido ao aluno poder tirar as dúvidas imediatamente após o surgimento das mesmas. Como afirma um aluno que cursou a disciplina MAC118 em 2004 utilizando o iGeom+SAW: “... *caso a construção estivesse certa, já estava enviada e caso estivesse errada, começaria novamente e tiraria as dúvidas na mesma hora...*”.

Em edições anteriores da disciplina MAC118, todos os exercícios eram realizados utilizando o programa iGeom, mas sua correção era feita manualmente pelos monitores e professores. Devido ao número de alunos, a correção consumia grande parte do tempo dos monitores e o resultado da correção do exercício era entregue ao aluno duas ou três semanas após a realização do mesmo. Eram aplicados cerca de **20** exercícios por semestre. Com o uso do SAW e da ferramenta de validação automática do iGeom, além de reduzir o trabalho de professores e monitores, foi possível aplicar mais de **40** exercícios, com a apresentação imediata do resultado da validação, além de permitir que os exercícios fossem realizados via Internet.

5. Um Exemplo de Aplicação

Um exemplo pouco explorado de aplicação utilizando os programas de GD é a introdução dos conceitos de algoritmo. Isso ocorre porque poucos são os programas de GD que dispõem de recursos para agrupar passos de construção na forma de uma função

geométrica, usualmente denominado *script* (ou *macro*). Um dos programas que possui recursos para a criação de scripts é o iGeom [Brandão & Isotani, 2003]

Informalmente, podemos dizer que um **algoritmo** é uma seqüência finita de passos que aplicado a um conjunto de **dados de entrada** produz um conjunto de **dados de saída** (ou resposta). Além disso, a menos de uma classe particular de algoritmos, um algoritmo deve ser **determinístico**, ou seja, sempre que for aplicado sobre um mesmo conjunto de entradas, deve produzir o mesmo conjunto de saídas. Observe que, se o conjunto de entrada for vazio, a saída do algoritmo será sempre a mesma.

Uma característica importante de um algoritmo é que ele resolve uma **classe de problemas** e não uma **instância**. Por exemplo, um algoritmo de ordenação para N números inteiros, ordena qualquer conjunto com até N inteiros, em qualquer configuração (isto é, qualquer permutação dentre as N! possíveis). A aplicação do algoritmo sobre um particular conjunto de inteiros, constitui a resolução de uma instância do problema.

Esta observação permite uma outra diferenciação entre a GD, que é do tipo 1-N e a geometria estática, tipo 1-1: uma solução geométrica implementada em GD, na prática constitui um algoritmo, enquanto a correspondente solução estática equivale a uma aplicação do algoritmo geométrico sobre um conjunto fixado de dados (estáticos e, portanto, único).

A caracterização de soluções geométricas como algoritmos, pode ser melhor percebida utilizando-se a GD, pois ao finalizar uma construção e testá-la com outras configurações (de entrada), fica claro que a mesma pode ser aplicada a qualquer outro conjunto de entradas (dentre os possíveis). Por outro lado, como observa [Rodrigues, 2002], as soluções obtidas pela geometria da régua e compasso são estáticas e particulares, pois não podem ser alteradas e nenhuma delas garante o significado genérico de sua definição (o desenho de um círculo, por exemplo, possui um centro e um raio, ambos fixos, mas o conceito de círculo não depende de valores arbitrários).

O uso de recorrência em *scripts*, nos programas de GD, permite uma elegante introdução ao conceito de algoritmo, sem a necessidade de explicar variáveis ou comandos do tipo “*for*”. Além disso, o uso de recorrência agiliza a construção de **fractais** geométricos [Mandelbrot, 1983], com os quais podemos explorar conceitos de progressões geométricas, somatórios e até de convergência.

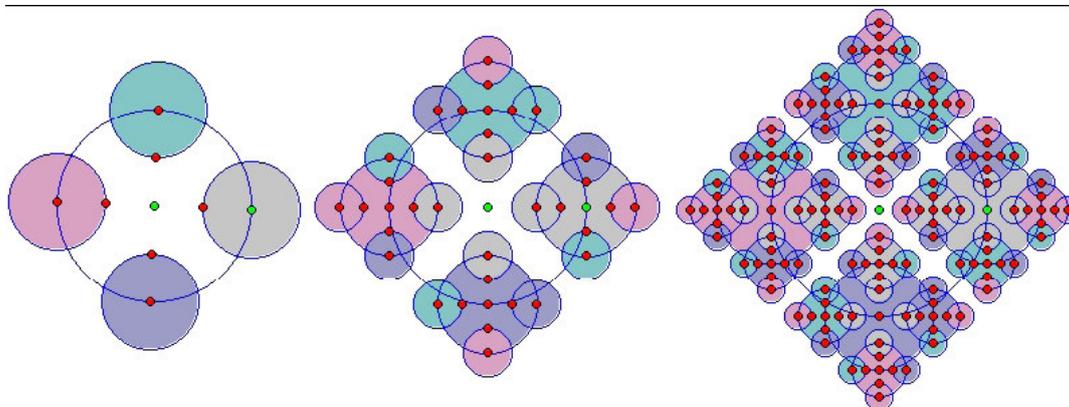


Figura 2. Exemplo de fractal baseado em circunferências gerado no iGeom.

Um exemplo de fractal é representado na Figura 2, a partir de três etapas de sua construção recorrente. Esta construção foi feita no iGeom, que é dos poucos programas de GD que permitem scripts com recorrência.

6. Conclusões

A introdução da tecnologia em sala aula traz algumas dificuldades, sendo uma delas a adaptação às ferramentas e de método de ensino/aprendizagem. Deste modo para que sejam melhor incorporadas é importante que os benefícios sejam rapidamente percebidos por professores e alunos.

Neste trabalho mostramos alguns destes benefícios com a implantação da Geometria Dinâmica (iGeom) junto à um sistema gerenciador de curso (SAW). Observamos a economia de tempo para o professor, tanto na elaboração de atividades quanto na avaliação de soluções de alunos. E Para o aluno notamos como benefícios seu maior envolvimento nas atividades e maior satisfação em receber rapidamente avaliações para os exercícios resolvidos.

Sob nosso ponto de vista, a Geometria é a área da Matemática que mais se beneficiou com o uso do Computador e isso se deve à Geometria Dinâmica. Pois, segundo nossa crença, para aprender é necessário *fazer* e a GD auxilia o *fazer*, permitindo que o aluno experimente e descubra por si só, relações. Contudo, a tarefa de utilizar os programas de GD não é simples, cabe ao professor criar bons problemas que usem os recursos da GD, propiciando ao aluno o aprimoramento das suas habilidades matemáticas e geométricas.

References

- Arcavi, A. & N. Hadas (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. In *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 5(1), pages 25–45.
- Bellemain, F. (2002). O paradigma micromundo. In *Anais do Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática*, pages 51–62.
- Bellemain, F. (2001). Geometria dinâmica: Diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In *Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico*, pages 1314–1329.
- Brandão, L. O. & Isotani, S. (2003). Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: igeom. In *Anais do Workshop sobre Informática na Escola - Congresso da Sociedade Brasileira de Computação.*, pages 1476–1487.
- Brandão, L. O. & Isotani, S. & Moura, J. G. (2004). A Plug-in Based Adaptive System: SAAW. In *Lecture Notes in Computer Science* 3220, pages 791-793.
- Clements, D. H. (2000). From exercises and tasks to problems and projetos - unique contributions of computers to innovative mathematics education. In *Journal of Mathematical Behavior* 19(1), pages 9–47.
- Crowley, M. L. (1987). The van hiele model of the development of geometric thought. In *Learning and Teaching Geometry, k-12*, pp. 1–16. National Council of Teachers of Mathematics.
- Freire, P. (1987). *Pedagogia do Oprimido*, Volume 21. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

- Fourrey, E. (1924) *Procédés Originaux de Instructions Géométriques*, Paris, Librairie Vuibert, pages 86-89.
- Gravina, M. A. (1996). Geometria dinamica - uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, pages. 1–13.
- Hannafin, R. D. (2001). Learning with dynamic geometry programs: Perspectives of teachers and learners. In *The Journal of Educational Research* 94(3), pages 132–144.
- Hentea, M., M. J. Shea, & L. Pennington (2003). A perspective on fulfilling the expectations of distance education. In *Proceeding of the Conference on Information Technology Curriculum*, pages 160–167. ACM Press.
- Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior* 22(1), pages 55–72.
- Isotani, S. & L. O. Brandão (2004). Ferramenta de avaliação automática no iGeom. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, pages 328–337.
- King, J. & D. Shattschneider (1997). *Geometry Turned On - Dynamic Software in Learning, Teaching and Research*. Washington: Mathematical Association of America.
- Kortenkamp, U. (2001). The future of mathematical software. In *Proceedings of Multimedia Tools for Communicating Mathematics*, <http://kortenkamps.net/papers/2001/future.pdf>
- Litto, F. M., A. Filatro, & C. André (2004). Brazilian research on distance learning, 1999-2003: A state-of-the art study. In *Proceedings of International Congress of Distance Education*, <http://www.abed.org.br/congresso2004/por/pdf/180-TC-D4.pdf>.
- Mandelbrot, B. (1983). *The fractal geometry of nature*. New York: W.H. Freeman.
- Marrades, R. & A. Gutiérrez (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics* 44(1), pages 87–125.
- Melo, L., J. M. Ferreira, & J. D. A. Pontes (2000). Um software educacional para o descobrimento de propriedades matemáticas. In *Anais do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação*, pages 1476–1487.
- Rodrigues, D. W. L. (2002). Uma avaliação comparativa de interfaces homem-computador em programas de geometria dinamica. Dissertação de mestrado em engenharia de produção, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Santos, E. T. & J. I. R. Sola (2001). A proposal for an on-line library of descriptive geometry problems. *Journal for Geometry and Graphics* 5(1), pages 93–100.