

*Planejamento  
em Inteligência Artificial*

# **Capítulo 9**

## **Heurísticas em Planejamento**

Leliane Nunes de Barros

MAC5788  
IME-USP 2005

# Planejamento como Busca Não-determinística: uma visão conceitual

```
Abstract-search( $u$ )
  if Terminal( $u$ ) then return( $u$ )
   $u \leftarrow$  Refine( $u$ )      ;; refinement step
   $B \leftarrow$  Branch( $u$ )    ;; branching step
   $B' \leftarrow$  Prune( $B$ )   ;; pruning step
  if  $B' = \emptyset$  then return(failure)
  nondeterministically choose  $v \in B'$ 
  return(Abstract-search( $v$ ))
end
```

O nó  $u$  representa um conjunto de planos soluções  $\Pi_u$  : conjunto de todas as soluções alcançáveis de  $u$ .

# Planejadores como instâncias de *Abstract-search* (I)

- **Planejamento no espaço de estados:**  $u$  é uma seqüência de ações. Toda solução alcançável a partir de  $u$  contém essa seqüência como prefixo ou sufixo.
- **Planejamento no espaço de planos:**  $u$  é um conjunto de ações com vínculos causais, restrições de ordenação e restrições de unificações. Toda solução alcançável a partir de  $u$  contém todas as ações e satisfazem as restrições
- **Algoritmo Graphplan:**  $u$  é um sub-grafo de um grafo de planejamento, isto é, uma seqüência de conjuntos de ações junto com restrições de pré-condições, efeitos e exclusões mútuas. Toda solução alcançável a partir de  $u$  contém as ações em  $u$  correspondente aos níveis já resolvidos (da busca no grafo) e pelo menos uma ação de cada nível que ainda não foi resolvido em  $u$ .

# Planejadores como instâncias de *Abstract-search* (II)

- **Planejamento baseado em SAT:**  $u$  é um conjunto de literais valorados e o restante das cláusulas, cada uma sendo uma disjunção de literais que descrevem ações e estados. Toda solução alcançável a partir de  $u$  corresponde a uma atribuição de valores verdade ou falso aos literais não valorados tal que todas as cláusulas restantes sejam satisfeitas.
- **Planejamento baseado em CSP:**  $u$  é um conjunto de variáveis CSP e restrições com algumas variáveis com valores já atribuídos. Toda solução alcançável a partir de  $u$  inclui essas variáveis valoradas e atribuições para as outras variáveis CSP que satisfazem as restrições.

# Planejadores como instâncias de *Abstract-search* (III)

- **Planejamento no espaço de estados:**  $u$  é um plano parcial
- **Planejamento no espaço de planos:**  $u$  é um plano parcial
  
- **Algoritmo Graphplan:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução
- **Planejamento baseado em SAT:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução
- **Planejamento baseado em CSP:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução

# Planejadores como instâncias de *Abstract-search* (III)

- **Planejamento no espaço de estados:**  $u$  é um plano parcial
- **Planejamento no espaço de planos:**  $u$  é um plano parcial

*Disjunctive refinement approaches:*

- **Algoritmo Graphplan:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução
- **Planejamento baseado em SAT:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução
- **Planejamento baseado em CSP:** nem todas as ações em  $u$  farão parte do plano solução

# Planejadores como instâncias de *Abstract-search* (IV)

- **Refine**: modifica a coleção de ações e/ou restrições associadas com um nó  $u$
- **Branch**: gera um ou mais filhos de  $u$  que serão os nós candidatos para ser o próximo nó visitado. Cada filho  $v$  representa um sub-conjunto de soluções  $\Pi_v \subseteq \Pi_u$
- **Prune**: remove do conjunto de nós candidatos  $\{u_1, u_2, \dots, u_k\}$  alguns nós que parecem ser não promissores para a busca (por exemplo, um nó já visitado que não levou a solução)
- Planejadores podem:
  - » Variar a ordem em que esses 3 procedimentos são executados
  - » Usar diferentes mecanismos de controle, como IDS ou A\*
- Como os planejadores que estudamos realizam esses procedimentos (páginas 195 à 197)

# Tornando *Abstract-search* Determinística

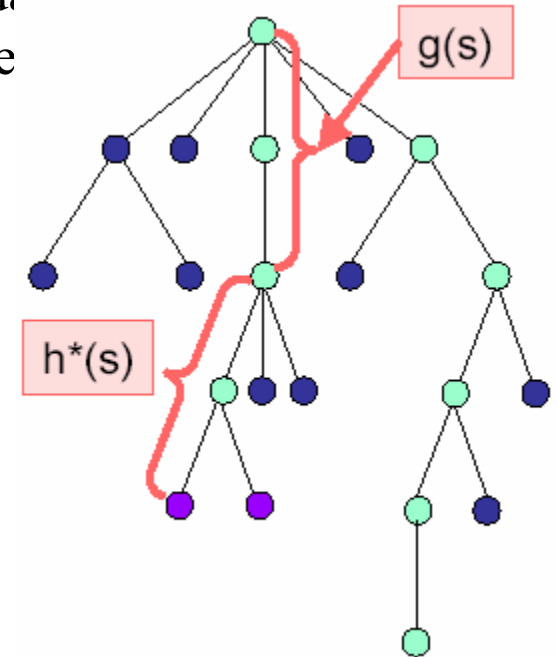
```
Depth-first-search( $u$ )
  if Terminal( $u$ ) then return( $u$ )
   $u \leftarrow$  Refine( $u$ )      ;; refinement step
   $B \leftarrow$  Branch( $u$ )    ;; branching step
   $C \leftarrow$  Prune( $B$ )     ;; pruning step
  while  $C \neq \emptyset$  do
     $v \leftarrow$  Select( $C$ )  ;; node-selection step
     $C \leftarrow C - \{v\}$ 
     $\pi \leftarrow$  Depth-first-search( $v$ )
    if  $\pi \neq$  failure then return( $\pi$ )
  return(failure)
end
```



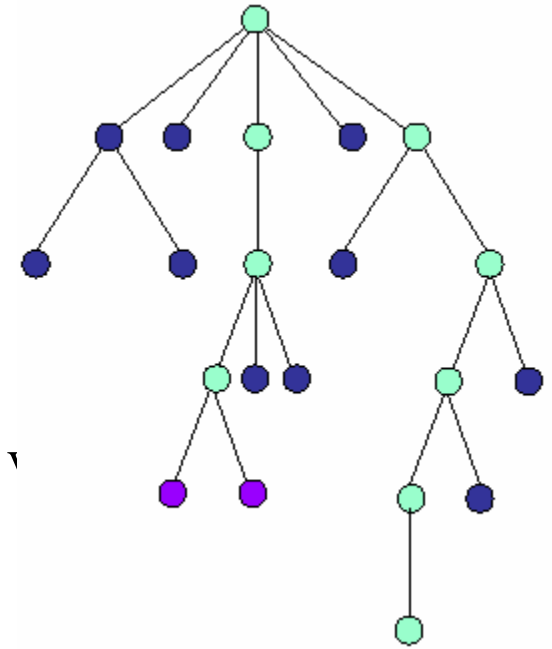


# Heurística de seleção de nós

- Suponha que estamos fazendo uma busca em uma árvore na qual cada aresta  $(s, s')$  tem um custo  $c(s, s')$ 
  - ◆ Se  $p$  é um caminho, seja  $c(p) =$  soma dos custos das arestas
  - ◆ No planejamento clássico isso é o comprimento de
- Para cada estado  $s$ , seja
  - ◆  $g(s) =$  custo do caminho de  $s_0$  à  $s$
  - ◆  $h^*(s) =$  o menor custo de todos os caminhos de  $s$  aos nós meta
  - ◆  $f^*(s) = g(s) + h^*(s) =$  o menor custo de todos os caminhos de  $s_0$  aos nós meta que passam por  $s$
- Seja  $h(s)$  a função que estimate  $h^*(s)$ 
  - ◆ Let  $f(s) = g(s) + h(s)$ 
    - »  $f(s)$  is uma estimativa de  $f^*(s)$
  - ◆  $h$  é *admissível* se para todo estado state  $s$ ,  $0 \leq h(s) \leq h^*(s)$
  - ◆ Se  $h$  é admissível então  $f$  é um limitante inferior de  $f^*$



# O algoritmo A\*



- A\* em árvores:
  - laço
  - Escolha um nó folha  $s$  tal que  $f(s)$  seja o menor
  - se  $s$  é uma solução então *return e exit*
  - Expanda  $s$  (isto é, gere os filhos de  $s$ )
- Em grafos, A\* é mais complicado: é preciso mecanismos adicionais para lidar com múltiplos caminhos para chegar num mesmo nós
- Se existir uma solução (e algumas outras condições forem satisfeitas), then:
  - ◆ Se  $h(s)$  é admissível, então A\* garante encontrar uma solução ótima
  - ◆ Quanto mais “informativa” for a heurística (isto é, o quão próxima ela for de  $h^*$ ), menor será o número de nós expandidos por A\*
  - ◆ Se  $h(s)$  for admissível a menos de  $c$ , então A\* garante encontrar uma solução ótima a menos da constante  $c$

# Família de Funções Herísticas para Planejamento

- $\Delta^*(s,p)$ : distância mínima do estado  $s$  ao estado que contém  $p$
- $\Delta^*(s,s')$ : distância mínima do estado  $s$  a todas as proposições de  $s'$
- $\Delta_i(s,p)$  e  $\Delta_i(s,s')$ , onde  $i = 0, 1, 2, \dots$ 
  - ◆ estimativa de  $\Delta^*(s,p)$  e  $\Delta^*(s,s')$

$\Delta_0$  ignora os efeitos negativos das ações

$$\begin{aligned}
 \Delta_0(s, p) &= 0 && \text{if } p \in s, && \text{e } p \notin s, \\
 \Delta_0(s, p) &= \infty && \text{if } \forall a \in A, p \notin \text{effects}^+(a), \\
 \Delta_0(s, g) &= 0 && \text{if } g \subseteq s, \\
 &\text{otherwise:} && && 
 \end{aligned}
 \tag{9.1}$$

$$\Delta_0(s, p) = \min_a \{1 + \Delta_0(s, \text{precond}(a)) \mid p \in \text{effects}^+(a)\}$$

$$\Delta_0(s, g) = \sum_{p \in g} \Delta_0(s, p)$$

- $h(s) = \Delta_0(s,g)$ , onde  $g$  é a meta dada por um conjunto de proposições

## Heurística da relaxação de independência (polinomial no número de proposições e ações)

- Dado  $s$ , pode computar  $\Delta_0(s,p)$ , para cada proposição  $p$ :

Delta( $s$ )

for each  $p$  do: if  $p \in s$  then  $\Delta_0(s,p) \leftarrow 0$ , else  $\Delta_0(s,p) \leftarrow \infty$

$U \leftarrow \{s\}$

iterate

for each  $a$  such that  $\exists u \in U, \text{precond}(a) \subseteq u$  do

$U \leftarrow \{u\} \cup \text{effects}^+(a)$

for each  $p \in \text{effects}^+(a)$  do

$\Delta_0(s,p) \leftarrow \min\{\Delta_0(s,p), 1 + \sum_{q \in \text{precond}(a)} \Delta_0(s,q)\}$

until no change occurs in the above updates

end

- A partir disso, computa  $h(s) = \Delta_0(s,g) = \sum_{p \in g} \Delta_0(s,p)$

# Heuristic Forward Search

```
Heuristic-forward-search( $\pi, s, g, A$ )
  if  $s$  satisfies  $g$  then return  $\pi$ 
   $options \leftarrow \{a \in A \mid a \text{ applicable to } s\}$ 
  for each  $a \in options$  do Delta( $\gamma(s, a)$ )
  while  $options \neq \emptyset$  do
     $a \leftarrow \operatorname{argmin}\{\Delta_0(\gamma(s, a), g) \mid a \in options\}$ 
     $options \leftarrow options - \{a\}$ 
     $\pi' \leftarrow \text{Heuristic-forward-search}(\pi.a, \gamma(s, a), g, A)$ 
    if  $\pi' \neq \text{failure}$  then return( $\pi'$ )
  return(failure)
end
```

- Nota: essa é uma busca em profundidade e portanto admissibilidade é irrelevante

# Heuristic Backward Search

```
Backward-search( $\pi, s_0, g, A$ )
  if  $s_0$  satisfies  $g$  then return( $\pi$ )
   $options \leftarrow \{a \in A \mid a \text{ relevant for } g\}$ 
  while  $options \neq \emptyset$  do
     $a \leftarrow \operatorname{argmin}\{\Delta_0(s_0, \gamma^{-1}(g, a)) \mid a \in options\}$ 
     $options \leftarrow options - \{a\}$ 
     $\pi' \leftarrow \text{Backward-search}(a.\pi, s_0, \gamma^{-1}(g, a), A)$ 
    if  $\pi' \neq \text{failure}$  then return( $\pi'$ )
  return failure
end
```

# Uma heurística simples

$$\begin{aligned}\Delta_0(s, p) &= 0 && \text{if } p \in s, \\ \Delta_0(s, p) &= \infty && \text{if } \forall a \in A, p \notin \text{effects}^+(a), \text{ and } p \notin s, \\ \Delta_0(s, g) &= 0 && \text{if } g \subseteq s, \\ &&& \text{otherwise:} \\ \Delta_0(s, p) &= \min_a \{1 + \Delta_0(s, \text{precond}(a)) \mid p \in \text{effects}^+(a)\} \\ \Delta_0(s, g) &= \sum_{p \in g} \Delta_0(s, p)\end{aligned}\tag{9.1}$$

- $h(s) = \Delta_0(s, g)$  é uma heurística não-admissível
- $\Delta_1$ : igual a  $\Delta_0$  exceto que  $\Delta_1(s, g) = \max_{p \in g} \Delta_0(s, p)$ 
  - ◆ Essa heurística é admissível; portanto poderia ser usada com  $A^*$
  - ◆ Não é muito informativa



## Uma Heurística mais informativa

- Ao invés de computar a distância máxima para cada  $p$  em  $g$ , compute a distância máxima de cada par  $\{p,q\}$  em  $g$ :

$$\begin{aligned}\Delta_2(s, p) &= \min_a \{1 + \Delta_2(s, \text{precond}(a)) \mid p \in \text{effects}^+(a)\} \\ \Delta_2(s, \{p, q\}) &= \min \{ \\ &\quad \min_a \{1 + \Delta_2(s, \text{precond}(a)) \mid \{p, q\} \subseteq \text{effects}^+(a)\} \\ &\quad \min_a \{1 + \Delta_2(s, \{q\} \cup \text{precond}(a)) \mid p \in \text{effects}^+(a)\} \\ &\quad \min_a \{1 + \Delta_2(s, \{p\} \cup \text{precond}(a)) \mid q \in \text{effects}^+(a)\} \} \\ \Delta_2(s, g) &= \max_{p,q} \{ \Delta_2(s, \{p, q\}) \mid \{p, q\} \subseteq g \}\end{aligned} \tag{9.3}$$

# Generalização

Recall that  $\Delta^*(s, g)$  is the true minimal distance from a state  $s$  to a goal  $g$ .  $\Delta^*$  can be computed (albeit at great computational cost) according to the following equations:

$$\Delta^*(s, g) = \begin{cases} 0 & \text{if } g \subseteq s, \\ \infty & \text{if } \forall a \in A, a \text{ is not relevant for } g, \text{ and} \\ \min_a \{1 + \Delta^*(s, \gamma^{-1}(g, a)) \mid a \text{ relevant for } g\} & \\ \text{otherwise.} & \end{cases} \quad (9.4)$$

From  $\Delta^*$ , let us define the following family  $\Delta_k$ , for  $k \geq 1$ , of heuristic estimates:

$$\Delta_k(s, g) = \begin{cases} 0 & \text{if } g \subseteq s, \\ \infty & \text{if } \forall a \in A, a \text{ is not relevant for } g, \\ \min_a \{1 + \Delta^*(s, \gamma^{-1}(g, a)) \mid a \text{ relevant for } g\} & \\ \text{if } |g| \leq k, & \\ \max_{g'} \{\Delta_k(s, g') \mid g' \subseteq g \text{ and } |g'| = k\} & \\ \text{otherwise.} & \end{cases} \quad (9.5)$$

# Complexidade no cálculo da heurística

- Consome tempo  $\Omega(n^k)$ .
- Se  $k = \max(|g|, \max \{|\text{precond}(a)| : a \text{ é uma ação}\})$  então computar  $\Delta(s,g)$  é tão difícil quanto resolver o problema inteiro de planejamento

# Extração de heurísticas a partir do grafo de planejamento

- O grafo de planejamento, além de fornecer uma estimativa da distância a partir de  $s_0$  para atingir cada proposição alcançável  $p$ , também fornece informações de *mutex* ( $\mu P_i$ )
  - ◆ O procedimento *Solution extraction* seleciona um conjunto de proposições  $g$  em uma camada somente se nenhum par de elementos em  $g$  for um *mutex*. Teorema: se um par de elementos não estiver em *mutex* em uma camada, então eles continuam sendo *nonmutex* nas camadas seguintes → isso é muito parecido com to  $\Delta_2(s,g)$

# Extração de heurísticas a partir do grafo de planejamento

- Lembremos como GraphPlan trabalha:

loop

*Graph expansion:*

extend a “plan” this takes polynomial time from the initial state

until we have achieved a necessary (but insufficient) condition for plan existence

this takes exponential time

*Solution extraction:*

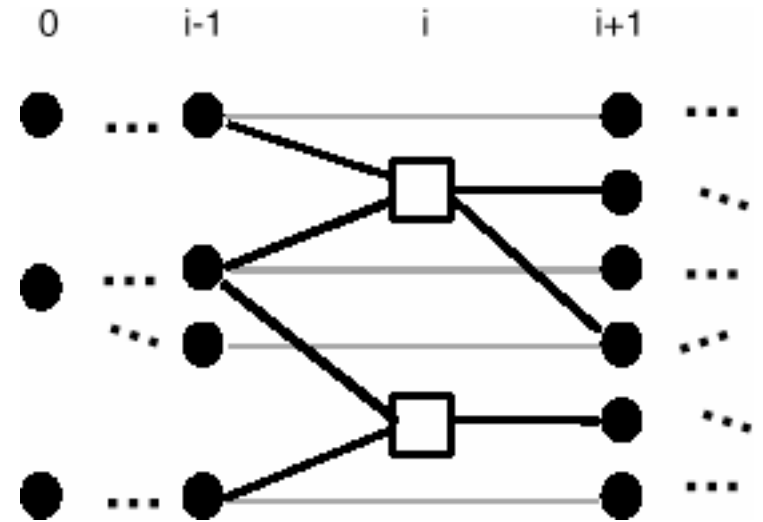
search backward from the goal, looking for a correct plan

if we find one, then return it

repeat

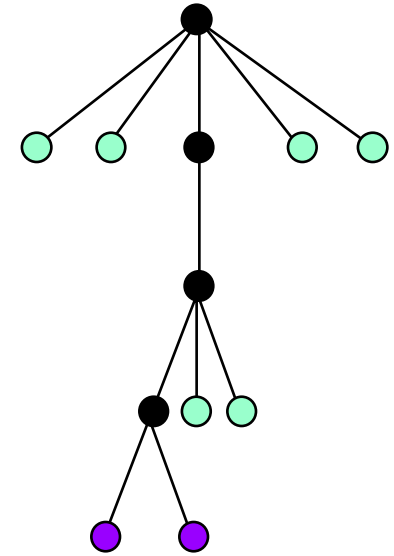
# Usando o Grafo de Planejamento para calcular $h(s)$

- No grafo, há camadas alternantes de literais instanciados e ações
- O número de camadas de ações é um *lower bound* sobre o número de ações no plano
- Construa um grafo de planejamento, começando em  $s$
- $\Delta^g(s,p)$  = é o nível da primeira camada que “possivelmente atinge”  $p$
- $\Delta^g(s,g)$  é muito parecida com  $\Delta_2(s,g)$ 
  - ◆  $\Delta_2(s,g)$  conta cada ação individualmente
  - ◆  $\Delta^g(s,g)$  agrupa todas as ações independentes
  - ◆ em uma camada



# The FastForward Planner (FF)

- Usa uma heurística similar a  $h(s) = \Delta^g(s,g)$
- Busca  $A^*$  é ruim: consome muita memória
- Melhor usar busca gulosa:
  - until we have a solution, do
  - expand the current state  $s$
  - $s :=$  the child of  $s$  for which  $h(s)$  is smallest
  - (i.e., the child we think is closest to a solution)
- Existem várias maneiras na literatura de melhorias para o FF
- FF não pode garantir quanto tempo leva para encontrar um a solução ou quão ótima ela será (busca local)
  - ◆ No entanto, FF apresenta um bom desempenho em muitos domínios e problemas



# FF na competição de planejamento AIPS-2000

- FastForward foi um dos melhores
- Nessa competição todos os problemas de planejamento eram clássicos
- Duas *tracks*:
  - ◆ *Fully automated planners*
    - » FF ganhou um prêmio de “outstanding performance”
    - » FF apresentou uma grande variação na qualidade dos planos encontrados
    - » No entanto, FF encontrou planos num tempo muito curto quando comparado com outros planejadores clássicos

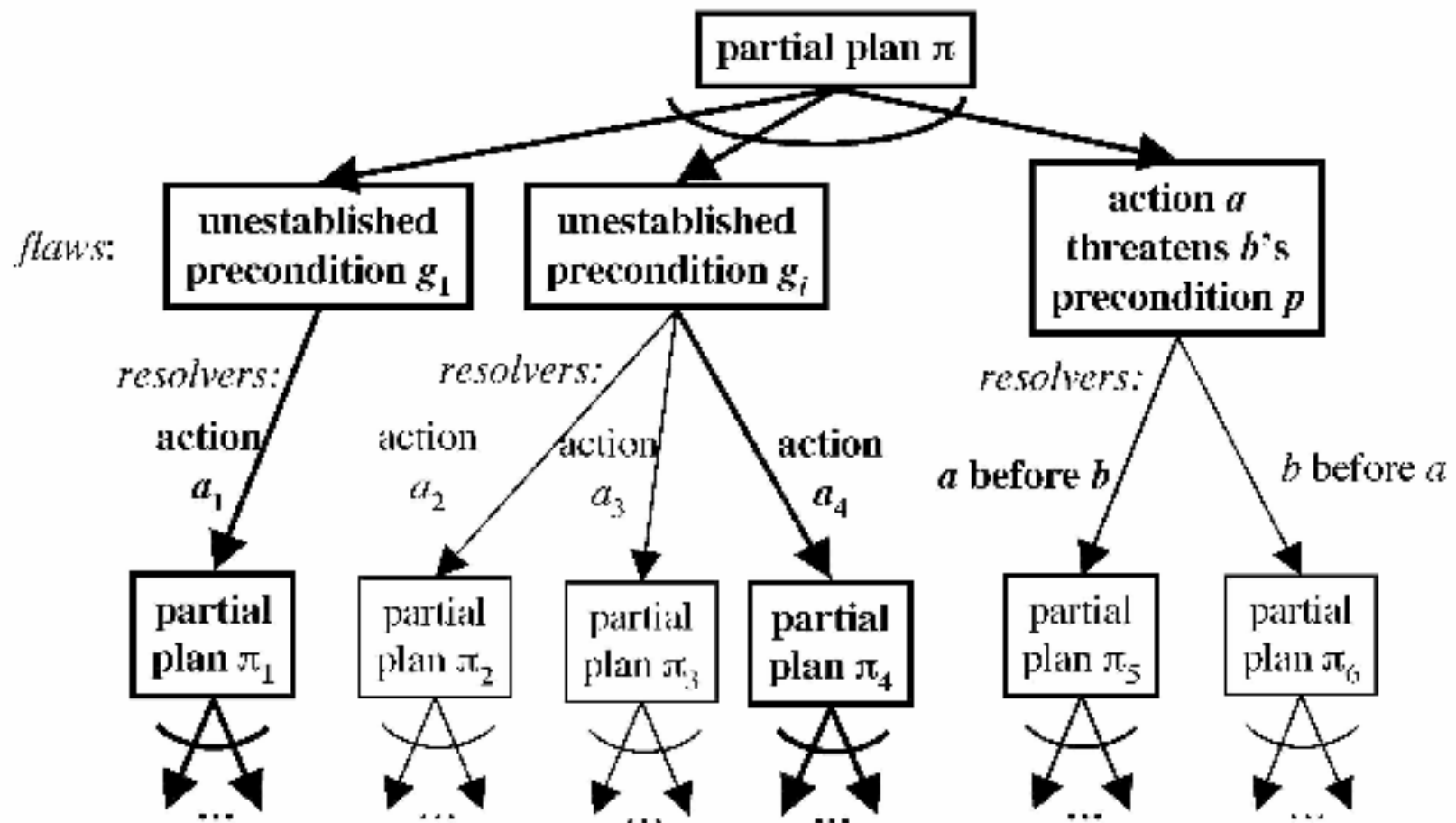


# FF na competição de planejamento AIPS-2002

- FF ficou na média entre todos os planejadores
- LPG (graphplan + local search) se saiu muito melhor e ganhou um prêmio de “distinguished performance of the first order”
- Uma das coisas que causaram dificuldades para o FastForward
  - ◆ Os problemas na competição de AIPS-2002 foram além de planejamento clássico e envolveram:
    - » Variáveis numéricas, otimização, durações de tempo
- Exemplo:
  - ◆ Um domínio inspirado no telescópio espacial Hubble (muito mais simples do que um domínio real!)
    - » Um satélite precisa fazer observações de estrelas
    - » Coletar a maior quantidade possível de dados antes de consumir todo o seu combustível
  - ◆ Qualquer quantidade de dados coletado é uma solução
    - » Para esse domínio FF sempre devolvia um plano vazio

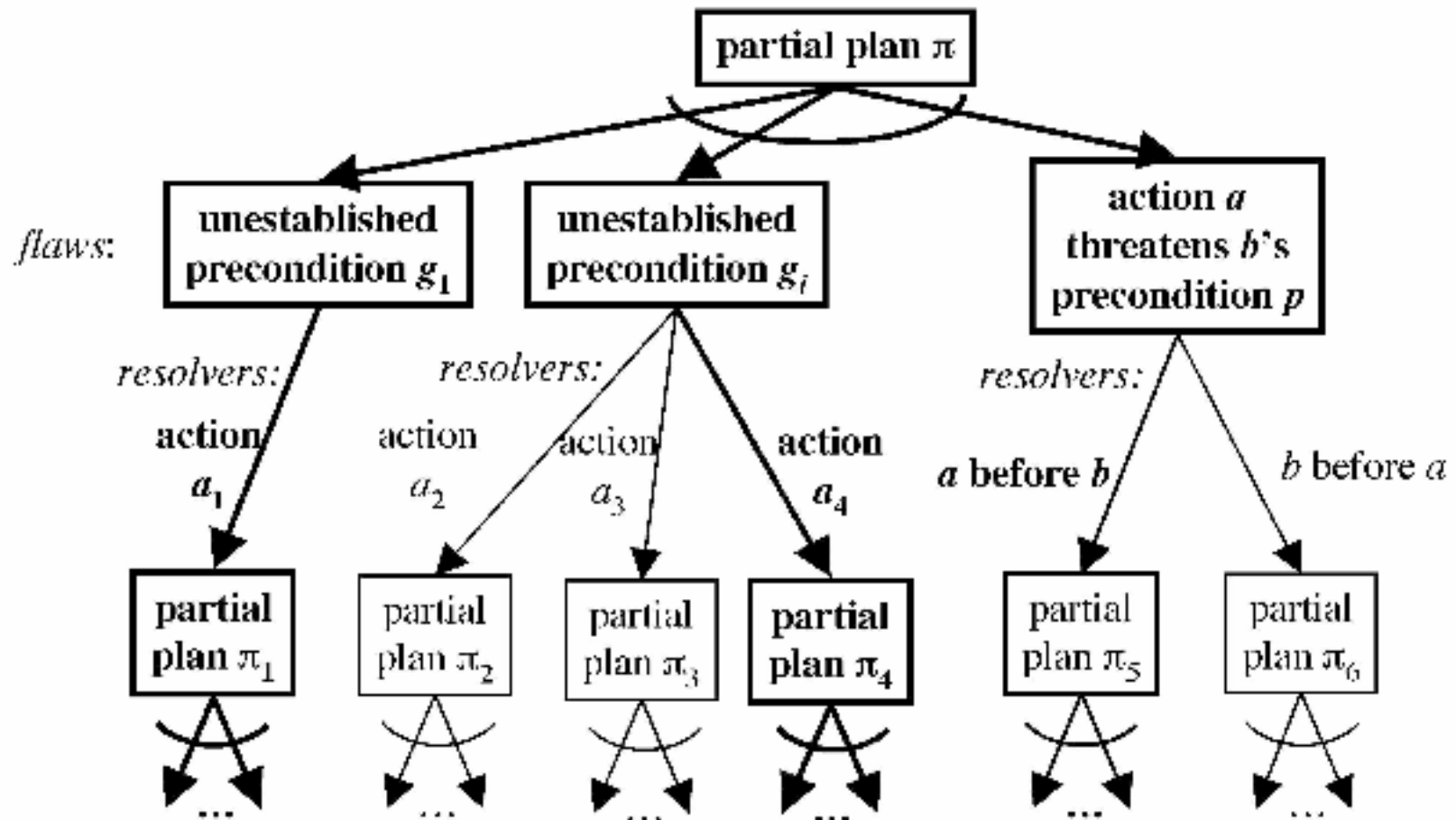
# Heurísticas para Planejamento no espaço de planos

- Como selecionar a próxima *flaw* ?



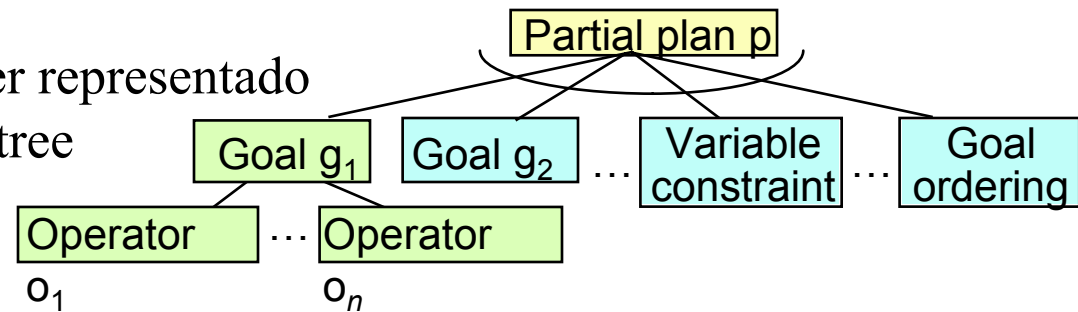
# Uma Heurística Possível

- *Fewest Alternatives First (FAF)*



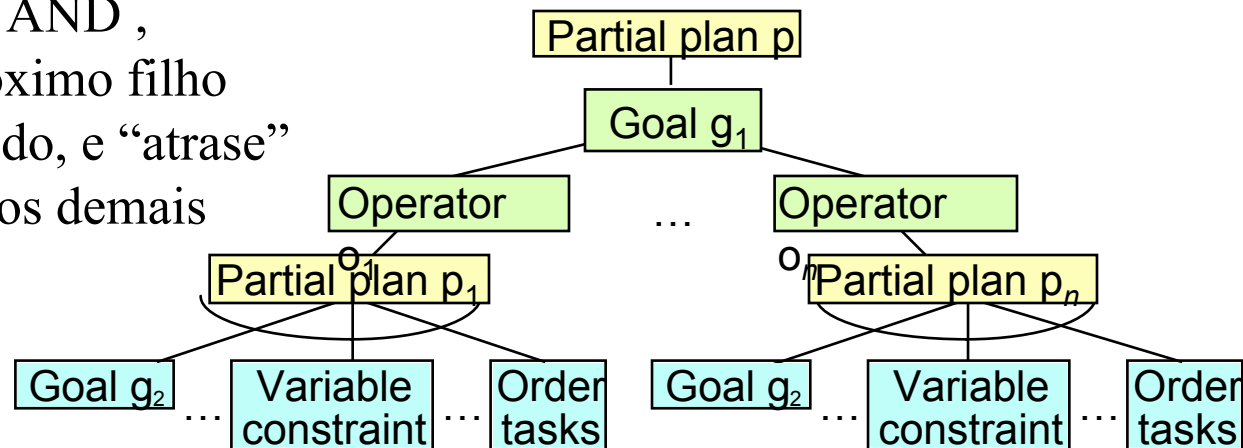
# Serialização e árvore AND/OR

- O espaço de busca pode ser representado por uma árvore AND/OR tree

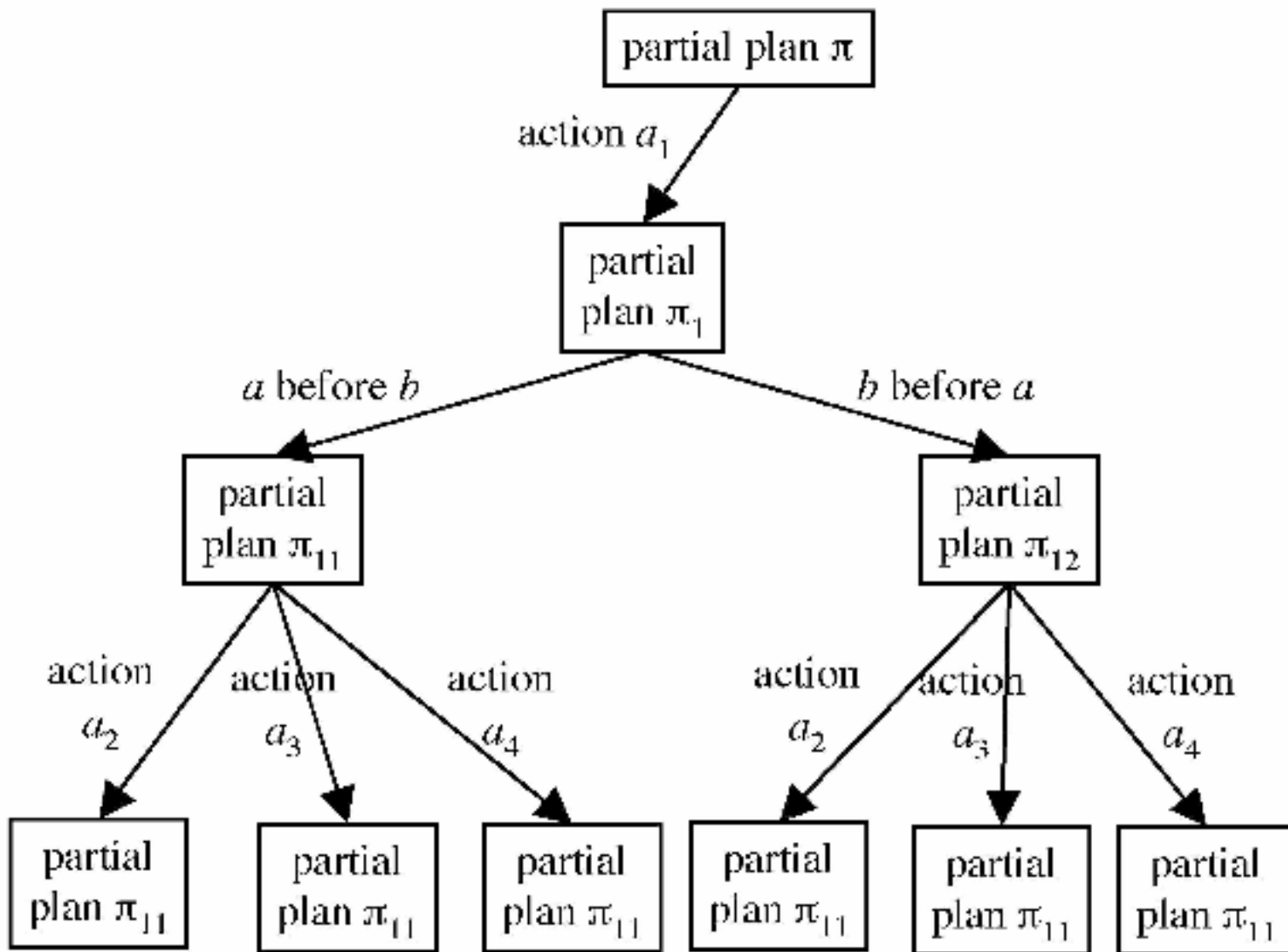


- Decidir qual será a próxima *flaw* = **serialização da árvore** (isto é, transformar a árvore AND/OR em uma árvore de espaço de estados)

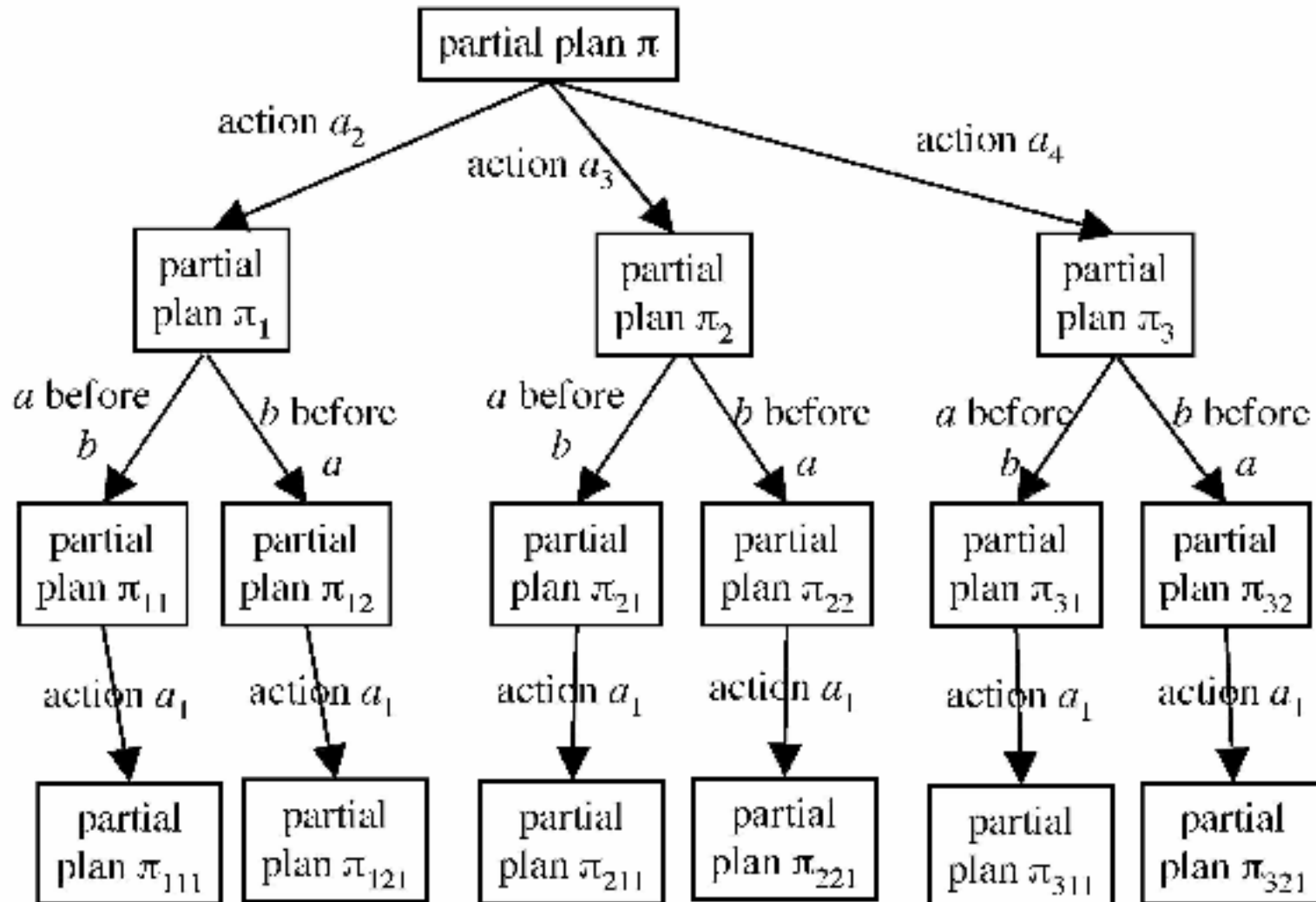
- ◆ A cada ramo AND, escolha o próximo filho a ser expandido, e “atrasa” a expansão dos demais filhos



# Um exemplo de serialização



# Outro exemplo

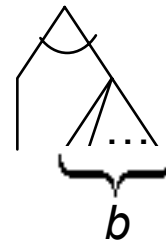


# Como serializações diferentes afetam o desempenho do planejador?

- Estratégias diferentes de refinamento de planos produzem diferentes serializações
  - ◆ Os espaços de busca possui diferentes quantidades de nós
- No pior caso, o planejador buscará o espaço de busca serializado inteiro
- Quanto menor for a serialização mais eficiente o planejador
- Uma boa heurística: *fewest alternatives first* (***FAF heuristic***)  
=> escolha uma *flaw* com o menor número de *resolvers*. Isso irá limitar o custo de eventuais *backtracks*. Gasta tempo  $O(n)$ , sendo  $n$  é o número de *flaws* no plano parcial.

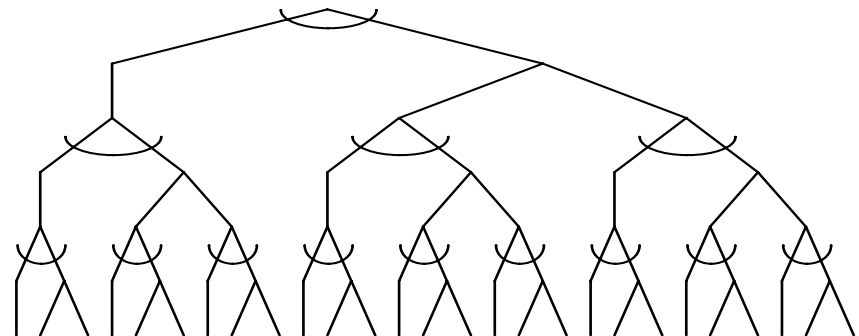
# Qual é a diferença que uma estratégia de refinamento faz?

- Caso de estudo: construir um grafo AND/OR a partir de ocorrências repetidas do seguinte padrão :



- Exemplo:

- ◆ Número de níveis  $k = 3$
- ◆ Fator de ramificação  $b = 2$

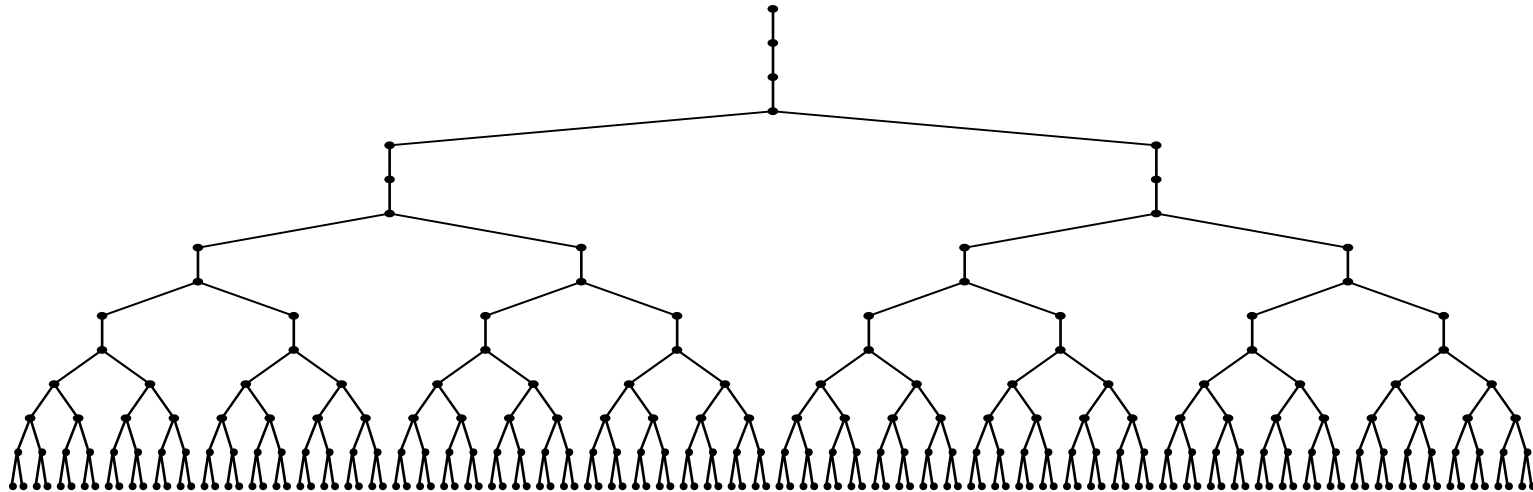


- Análise:

- ◆ O número total de nós no grafo AND/OR é  $n = \Theta(b^k)$
- ◆ Quantos nós existem na melhor e na pior serialização?



# Caso de estudo (continuação)



- A melhor serialização contém  $\Theta(b^{2^k})$  nós
- A pior serialização contém  $\Theta(2^k b^{2^k})$  nós
  - ◆ Os tamanhos diferem de um fator exponencial, mas a melhor serialização ainda é exponencialmente maior
  - ◆ Para melhor isso, é preciso boas estratégias de seleção de nós, ramificação e poda

# Heurística de seleção de *resolvers*

- Seja  $\Theta$  o conjunto de todos os planos gerados com todos os possíveis *resolvers*. Selecione um plano  $\pi$  que possui o menor conjunto de sub-metas sem *causal links* (não é uma heurística muito informativa).
- Uma heurística mais informativa: construa um grafo AND/OR através de passos da busca regressiva definida por  $\gamma^{-1}$  até algum nível fixo  $k$
- Seleciobe o plano  $\pi$  que minimize a soma ponderada de :
  1. o número de ações no grafo que não estão em  $\pi$  e
  2. o número de sub-metas que restam em suas folhas que não estão no estado inicial