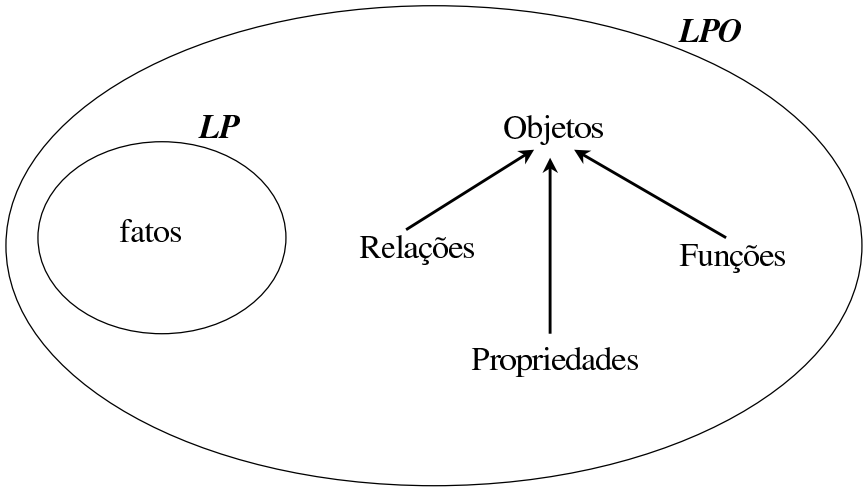
Lógica de Primeira Ordem
Introdução
Capítulo 7

LP versus LPO



FOL (LPO)

- Em LPO um fato contém **termos**

  LP: $W_{1,2}$

  LPO: Wumpus(linha, coluna)

  – Termos são construídos a partir de símbolos constantes, variáveis e símbolos de funções.

  – **Símbolos constantes**: *A, B,C, João, Rei, Presidente, Chefe, Professor*. Cada constante nomeia um único objeto

FOL - Sintaxe

– **Símbolos predicados**: *Irmão, part-of, is-a…* Especificam uma relação entre os objetos de um modelo. Um predicado pode ser binário ou n-ário.

– Ex.: *Irmão*(Lendro, Leonardo), *Irmão*(Leonardo, Leandro). *Irmão* se refere ao conjunto de todas as duplas do modelo. Modelo:

{ <Leandro, Leonardo>,
<Leonardo, Leandro>,
<ZezeDeCamargo, Luciano>,
<Luciano, ZezeDeCamargo>, …>}

5

FOL - Sintaxe

- **Símbolos de funções**:

  Algumas relações são *funcionais*: relacionam objetos com um outro objeto do modelo (def. de função).

  Exemplos: *Pai-de, Mãe-de, Idade, Altura, diferença-de-idade*, etc.

  No modelo: conjunto de (n+1)-uplas, sendo o último elemento, o valor da função para os n primeiros elementos

6

FOL - Sintaxe

- **Termo**:

  Expressão lógica que se refere a um objeto. Constantes são termos, por ex.: *João*. Funções também são termos, por ex.: *pai-de(João)*

  Termos se referem aos objetos que aparecem nas n-uplas da função

  { <João, Pedro>, <Pedro, Augusto>, …}

FOL - Sintaxe

- **Sentenças atômicas**:

  Declaram fatos. Formadas por um símbolo predicado seguida por uma lista de termos entre parênteses

  irmão(Leandro, Leonardo)

  é-pai(João, Pedro) (≠ função: pai-de(João))

  A verdade de uma sentença atômica depende da interpretação e do modelo

- **Sentenças complexas**:

  Uso dos conectivos lógicos. A semântica das sentenças é a mesma da LP

FOL - Sintaxe

- **Quantificadores:** usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos, ao invés de enumerar cada um dos objetos pelo seu nome. FOP possue dois quantificadores:
  - **Quantificador Universal (∀)**
  - **Quantificador Existencial (∃)**

Quantificador Universal (∀)

- Exemplo:

  " Todos os gatos são mamíferos "

  Gato(Mimi) ^
  Gato(Felix) ^
  Mamífero(Mimi) ^
  Mamífero(Felix) ^…

∀ x Gato(x) => Mamífero(x)

"*Para todo x, se x é um gato então x é mamífero*"

Quantificador Universal (∀)

∀ ***x*** *P*, onde *P* é verdade para qualquer sentença lógica no universo

Gato(Mimi) ⇒ Mamífero(Mimi) ^
Gato(Felix) ⇒ Mamífero(Felix) ^
Gato(João) ⇒ Mamífero(João) ^
Gato(Pedro) ⇒ Mamífero(Pedro) ^
….

Quantificador Existencial (∃)

Permite escrever uma sentença com objetos particulares sem citar o seu nome:

" *Felix tem uma irmã que é uma gata*"

$\exists$ *x Irmã(x,Felix)* ^ *Gata(x)*

"Existe x, x é irmã de Felix e x é uma gata"

Quantificador Existencial (∃)

$\exists$ ***x*** *P*, onde *P* é verdade para algum objeto no universo, ou seja:

P ≡ $\exists$ *x Irmã(x,Felix)* ^ *Gata(x)*

Irmã(Mimi, Felix)	^	Gato(Mimi)	v
Irmã(Felix, Felix)	^	Gato(Felix)	v
Irmã(João, Felix)	^	Gato(João)	v
Irmã(Pedro, Felix)	^	Gato(Pedro)	v
	…		

onde pelo menos uma dessas sentenças é verdade

Quantificadores aninhados

$\forall x \forall y \; Pai(x,y) \Rightarrow Filho(y,x)$

$\forall x, y \; Irmão(x,y) \Rightarrow Irmão(x,y)$

- "Todo mundo ama alguém"

  $\forall x \exists y \; Ama(x,y)$

- "Existem pessoas que são amadas por todas"

  $\exists y \forall x \; Ama(x,y)$

- A ordem dos quantificadores é importante

  $\forall x (\exists y \; P(x,y)) \neq \exists x (\forall y \; P(x,y))$

Igualdade

- Outra maneira de se construir sentenças atômicas em LPO:
  - uso do símbolo de igualdade para fazer com que dois termos correspondam ao mesmo objeto

Pai(João) = Pedro

predicado

Lógica de Predicados de Primeira Ordem com Igualdade

LPO - Sintaxe

Sentença => SentençaAtômica |
Sentença Conectivo Sentença |
Quantificador Variável Sentença |
¬ Sentença |
SentençaAtômica => Predicado(*Termo, …)* |
Termo = *Termo*
Termo => Função(termo) |
Constante |
Variável
Conectivo => $\wedge$ | $\vee$ | $\rightarrow$ | $\leftrightarrow$
Quantificador => $\forall$ | $\exists$
Constante => A | X1 | João | …
Variável => a | x | s | ...
Predicados => Antes | TemCor | Chovendo | …
Função => Mão | irmão | Resultado (ação, situação)

Unificação

- Processo de encontrar uma substituição de variáveis que faz com que duas sentenças se tornem iguais
- Unifica(p,q)= λ sendo Subst(λ,p) = Subst(λ,q)
- Unifica(Conhece(João,x), Conhece(x, Maria) = *falha*
  - x não pode ser igual a João e Maria ao mesmo tempo
- Unifica(Conhece(João,x1), Conhece(x2, Maria) = (x1/João, x2/Maria)

Extensões e variações notacionais

- Lógicas de ordem maior: podem quantificar relações e não somente os objetos do domínio. Por exemplo:

  $\forall\, x,y\ (x=y) \Leftrightarrow (\forall p\ p(x) \Leftrightarrow p(y))$

  "dois objetos são iguais sse se todas as propriedades aplicadas a eles são equivalentes", ou

  $\forall\, f,g\ (f=g) \Leftrightarrow (\forall x\ f(x) = g(x))$

  "duas funções são iguais sse elas possuirem o memo valor para todos os argumentos

Exemplo: Domínio da realeza

Domínio*:* parte do mundo do qual queremos representar o conhecimento

Domínio da realeza

Elizabeth é uma mulher
Elizabeth é a rainha
Charles é um homem
Elizabeth é mãe de Charles
Charles é pai de William

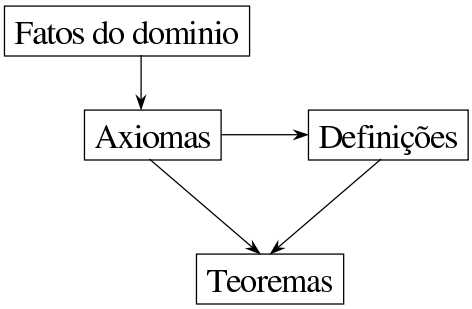
Se x é a mãe de y e y é pai de z, então x é avó de z
(Exercício 7.6)

O domínio dos Conjuntos

- Constante: *Conjunto-vazio*
- Predicados: *Membro-de*, *Subconjunto*
- Funções: *Intersecção, União, Adiciona-elemento*
- ….. Sentenças de uma linguagem de conjuntos: pag.199

(Exercício 7.8)

Axiomas, Definições e Teoremas



Axiomas capturam fatos básicos sobre um domínio ⇒ usados para definir conceitos ⇒ usados para provar teoremas

Axiomas, definições e teoremas

- Qual é a quantidade de axiomas necessária para definir um domínio?
- Qual é a quantidade de predicados necessária para definir um domínio?
- Existem muitos axiomas? Exemplo de escolhas na modelagem de um domínio:

$\forall x \exists y \ Irmãos(x,y) \Leftrightarrow Irmãos(y,x)$

ou

$\exists p \ Pai(p,João) \wedge Pai(p,Pedro)$

(Exercício 7.6)

Axiomas, definições e teoremas

- ***Axioma independente*** : não pode ser derivado de outros axiomas
- Matemáticos se esforçam para produzir um conjunto mínimo de axiomas que sejam independentes entre si (um não pode ser derivado a partir do outro).
- IA usa axiomas redundantes para tornar o processo de busca mais eficiente

Mundo de Wumpus - FOL

- FOL permite construir um agente-KB com maior capacidade de raciocínio e desempenho (maior poder de representação)
- Três arquiteturas de agentes lógicos:
  - **agente reativo** (classificação de percepção e ação)
  - **agentes baseados em modelo** (possuem representação interna do mundo)
  - **agentes baseados em goal** (especificam goals e tentam satisfazê-los)

Interface

- Ações como funções*: Vire(Direita), Vire(Esquerda), ParaFrente, Pega, Atire, Escale*
- Sentenças deverão incluir percepção e o tempo que ocorreram. O agente deve guardar todas as suas percepções do presente e passado
- Uma sentença típica seria:

  Percebe([*Cheiro, Brisa, Brilho, Nada, Nada*],5)

Ações do agente

- *Tell*(*KB*,*Percebe*([*Cheiro, Brisa, Brilho, Nada, Nada*],5)
- Função `Make-Action-Query`:

  ASK(*KB*, ∃ *a* Action(*a*, 5))

Que deveria retornar uma lista de possíveis instâncias de variáveis (variable bindings), por exemplo: {*a/Atire, a/ParaFrente*}

O agente então *Tell* para registrar na KB qual ação foi tomada (*o agente não percebe a sua própria ação, por isso tem que lembrá-la!)*

Agente reativo

- Possui sentenças que associam diretamente percepções às ações. Exemplo:

  ∀ ***s, b, u, c, t Percebe*([*s, b, Brilho, u, c*], t) => *Ação(Pega,t)***

que podem ser consideradas *reflexos* ou *instintos*

- Esse processo pode ser por meio de regras que fazem uma abstração da percepção imediata para uma interpretação de forma mais útil, p. ex.:

  ∀ ***b, u, g, c, t Percebe*([*Cheiro, b, g, u, c*], t) => *Cheira(t)***

  ∀ ***s, u, g, c, t Percebe*([*s, Brisa, g, u, c*], t) => *Brisa (t)***

  ∀ ***s, b, u, c, t Percebe*([*s, b, Brilho, u, c*], t) => *Em-ouro(t)***

  – Assim a conexão entre percepção e ação é feita da seguinte maneira:

  ∀***t Em-ouro(t) => Ação(Pega,t)***

Agente reativo: problemas

- Um agente *reativo puro* :
  - não sabe se ele ja pegou o ouro
  - não sabe se ele está no quadrado de entrada/saída
  - não sabe quando ele deve escalar para a saída ou se o gol já foi satisfeito
  - não sabe se ele decidiu que uma posição é perigosa
- Não pode evitar loops infinitos (pode voltar para um quadrado e receber as mesmas percepções e fazer o mesmo que fez anteriormente)

Agente-KB

- O agente guarda todas as suas percepções na KB: possue um histórico de percepções
- É possível escrever sentenças (ou regras) que representam percepções correntes e percepções passadas para estender a capacidade do agente reativo
- Problema: dificuldade em escrever sentenças que relacionem todas as percepções do passado com o presente
- Solução possível: adicionar somente fatos que "importam" para a tomada de decisão do agente, ou seja, manter um modelo interno do mundo atualizado!!!

Agente-KB

- Exemplo de fato que importa para a tomada de decisão e que não está diretamente ligado a percepção: ***Segura*(*Ouro*,*t*),** ou seja, um resultado da ação ***Pega***
- Agora podemos construir um agente reativo com estado interno: *o agente já está segurando o ouro?*

  $\forall t$ ***Em-ouro(t)*** $\wedge \neg$ ***Segura*(*Ouro*,*t*) => *Ação(Pega,t)***

***Segura* (*Ouro*,*t*)** não pode ser observado => guardar histórico das mudanças do mundo é essencial

Questão: como representar mudanças do mundo ?

Representação de ações

- Representando pré-condições (seleção da ação executável):

  $\forall t$ ***Em-ouro(t) => Ação(Pega,t)***

- Representando efeitos para seleção da ação que atinge goals (raciocínio sobre tempo) (alunos)

  $\forall t$ ***Ação(Pega,t) => Segura*(*Ouro*,*t+1*)**

Situações

- Representando efeitos para seleção da ação que atinge goals (raciocínio sobre situações)

$\forall$ ***s Em-ouro(s) $\Rightarrow$ Segura(Ouro, Resultado(Pega,s))***

$\forall$ ***a,x,s Segura(x,s) $\wedge$ (a $\neq$ Solta) $\Rightarrow$ Segura(x, Resultado(a,s))***

Modelo interno do mundo X Raciocínio sobre um histórico de percepções

- Pode ser mostrado que qualquer sistema que toma decisões com base em percepções passadas (*regras diacrônicas*) pode ser re-projetado para usar um conjunto de sentenças sobre o estado presente do mundo (uma vez que essas sentenças sejam atualizadas a cada nova perceção e a cada nova ação realizada pelo agente)

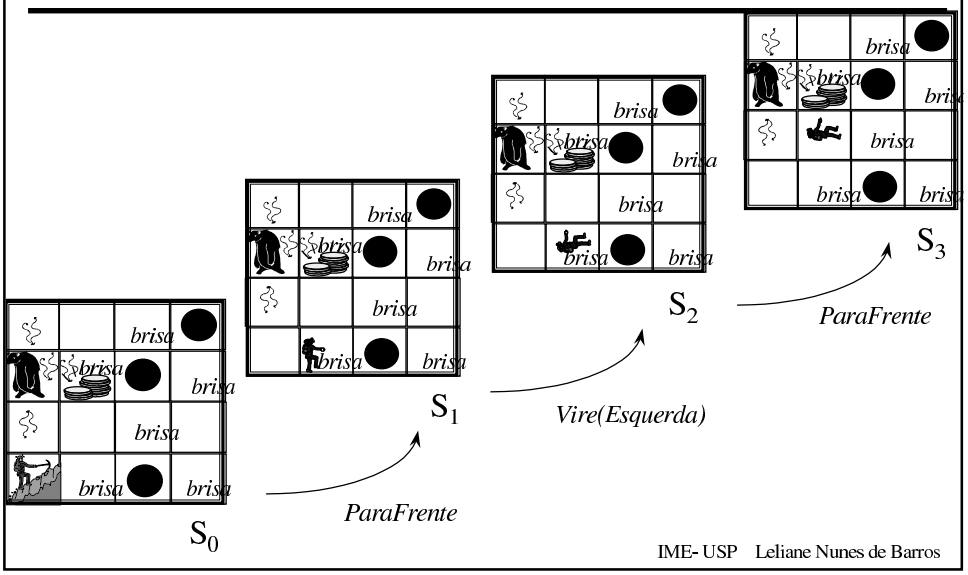
Fazer mudanças na KB

- Maneira mais simples de tratar mudanças no mundo: retirar sentenças (agente está em [1,1]) e substituí-la por outras que atualizam o estado do mundo (agente está em [2,1])
- Agente só poderá responder sobre a situação mais recentemente atualizada (o histórico completo do passado é perdido)

Busca em estados passados e futuros

- Raciocinar sobre situações hipotéticas (possíveis mundos futuros)
- Planejar sobre o futuro

Cálculo de Situações



Cálculo de Situações

- Como representar as mudanças de mundo ?
- através da função ***Resulta(ação, situação)*** que retorna a situação que resulta da execução da ação em alguma dada situação:

  Resultado(ParaFrente, S_0) = S_1

  Resultado(Vire(Esquerda), S_1) = S_2

  Resultado(ParaFrente, S_2) = S_3

Cálculo de Situações

- Uma das maneira de se representar mudanças no mundo em FOL
- Situações são geradas (ligadas) a partir de situações anteriores através de ações.
- Toda relação ou objeto que muda no mundo deve possuir um argumento extra:

Localizado-em(Agente, [1,1], S_0) ^ Localizado-em(Agente, [1,1], S_1)

que descreve a localização do agente nas duas situações iniciais

- relações ou propriedades que não mudam com o tempo não precisam do argumento extra de situação. Ex.: *Tem-parede(0,1)*

Como representar as mudanças de mundo ? → **Axiomas de efeito**

- Ações são descritas através de seus efeitos, ou seja, propriedades das situações que resultam com a execução da ação
- Ex.: "uma vez pego o ouro ele está onde o agente está"

$$\forall s \; \textit{Em-ouro}(s) \Rightarrow \textit{Segura}(\textit{Ouro}, \underbrace{\textit{Resultado}(\textit{Pega}, s)}_{s'})$$

Axiomas de Frame

Também podemos descrever como o mundo continua o mesmo depois de certas ações serem executadas:

Exemplo:

"O agente não segura nada depois de uma ação solta":

$$\forall x,s \ \neg Segura(x, Resultado(Solta,s))$$

"Se o agente segura qualquer coisa e não a solta, então ele a segura no próximo estado"

$$\forall a,x,s \ Segura(x,s) \wedge (a \neq Solta) \Rightarrow Segura(x, Resultado(a,s))$$

Axioma de sucessor-de-estado

- Maneira mais elegante de se representar os dois axiomas (cada axioma é sobre um predicado e não sobre uma ação):

O que é verdade no mundo $\Leftrightarrow$ [*uma ação tornou verdadeiro* $\vee$ *já era verdade e nenhuma ação tornou falso*] ou

P é verdade $\Leftrightarrow$ [*uma ação tornou P verdade* $\vee$ *P já era verdade e nenhuma ação tornou P falso*]

Exemplo:

$$\forall a,x,s \ Segura(x, Resultado(a,s)) \Leftrightarrow (a = Pega \wedge (Presente(x,s)) \vee ((Segura(x,s) \wedge (a \neq Solta))$$

Frame Problem

- ***Representational frame problem*** (resolvido com o axioma de sucessores de estado: evita o crescente número de axiomas de frame)
- ***Qualification problem*****:** descrições do mundo real requer uma profundidade ilimitada: e se o ouro for escorregadio ou colado no chão ou ...
- ***Ramification problem***: ações reais possuem muitas consequências secundárias

Mundo de Wumpus

- Questão:
  - Como o agente pode deduzir onde estão os abismos, o Wumpus e ainda ter certeza que ele fez uma busca completa pelo ouro?

Mundo de Wumpus

- Localização é importante. Não pode ser percebida diretamente mas o agente precisa se lembrar:
  - onde esteve
  - o que viu
- para:
  - poder deduzir onde estão os abismos, o Wumpus e ainda para ter certeza de ter feito uma busca completa pelo ouro.
- Localização inicial: $Em(Agente, [1,1], S_0)$

Mais sobre o mundo de wumpus

O que o agente precisa saber:

- $Orientação(Agente, S_0) = Leste$
- Mapa de localizações: valores da função
- Identificar o quadrado da frente
- Identificar o quadrado adjacente
- Localização das paredes
- Controle da orientação

Raciocinando no Mundo de Wumpus

- Localização pode ser *Brisa(l), Cheiro(l)*
  $\forall$ ***l,s Localizado-em(Agent,l,s)*** $\wedge$ ***Brisa(s)*** $\Rightarrow$ ***Brisa(l)***
- Dois tipos de regras que relacionam propriedades do mundo do mesmo estado:
  - Regras causais (propriedades do mundo causam a geração de percepções)

$\forall$ ***l_1,l_2,s Localizado-em(Abismo, l_1,s)*** $\wedge$ ***Adjacente(l_1,l_2)*** $\Rightarrow$ ***Brisa(l_2)***

  - Regras de diagnóstico (a partir da percepção infiro as propriedades do mundo)

$\forall$ ***l,s Localizado-em(Agent,l,s)*** $\wedge$ ***Brisa(s)*** $\Rightarrow$ ***Brisa(l)***

$\forall$ ***l_1,s Cheiro(l_1)*** $\Rightarrow$ ($\exists$ ***l_2 Localizado-em(Wumpus,l_2,s)*** $\wedge$ ***(l_2=l_1 v Adjacente(l_1,l_2))***

Tipos de raciocínio

- Sistemas que raciocinam com regras causais são também chamados de **Sistemas Baseados em Modelo** (*Model Based Reasoning Systems*)
- Sistemas que raciocinam com regras de diagnóstico são também chamados de **Sistemas de Classificação Heurística**

Caminho de volta

- As sentenças que descrevem as ações são suficientes para garantir que o agente encontre o ouro de maneira segura
- Uma vez que o ouro foi encontrado, o agente deve retornar à saída o mais "rápido" possível

$\forall$ ***s Segura(Ouro,s)*** $\Rightarrow$ ***Localização-goal([1,1], s)***

O agente deve gerar uma sequência de ações para atingir o goal este objetivo => o agente deve planejar

Fazendo planos

- Condição inicial em KB:

  Localizado-em(Agent,[1,1],S_0)

  Localizado-em(Ouro,[1,2],S_0)

  Pergunta: *ASK*(*KB*, $\exists$ *s* Segura(*Ouro*, s))

  "*Em que situação eu seguro o Ouro?*"

  Resposta:

  {s/*Resultado(Pega,Resultado(ParaFrente,*S_0*))*}

  "Vou para frente e então pego o ouro"

Planejamento

- Representação de planos como uma sequência de ações $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ (aplicação sucessiva de funções)
- *ResultadoPlano(p,s)* é a situação resultante da execução de *p* em *s*
- Pergunta: *ASK*(*KB*,∃ *p* Segura(*Ouro, ResultadoPlano*(*p*,S_0))
- Solução: {*p*/[*ParaFrente, Pega*]}
- Definição de *ResultadoPlano* em termos de *Resultado*:

∀ ***s ResultadoPlano***([],***s***) = ***s***

∀ ***a,p,s ResultadoPlano***([***a***|***p***],***s***) = ***ResultadoPlano***(***p***,***Resultado***(***a***,***s***))

Sistemas de Planejamento

- Sistemas de planejamento são processos de raciocínio de *propósito específico* (algoritmos) designados a fazer esse tipo de inferência de maneira *mais eficiente* do que os processos de raciocicínio de propósito geral como a LPO
- Questão: é possível construir um planejador baseado em lógica que seja tão *eficiente* quanto o algoritmo de planejamento POP?