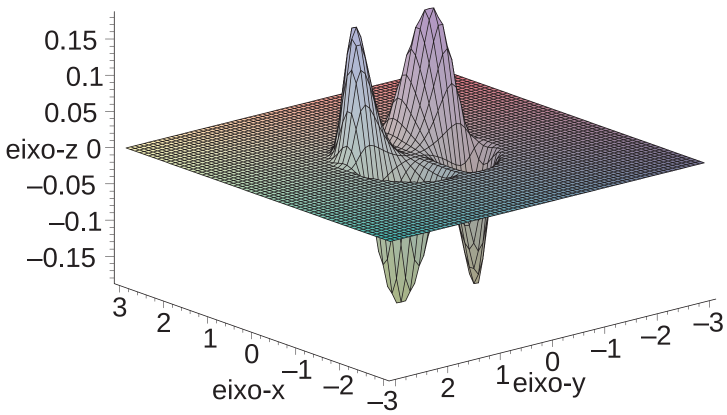
MAT2127 - Cálculo Diferencial e Integral para Química II
Lista 7 - 2011

1. Determine os pontos críticos das funções abaixo e classifique-os:

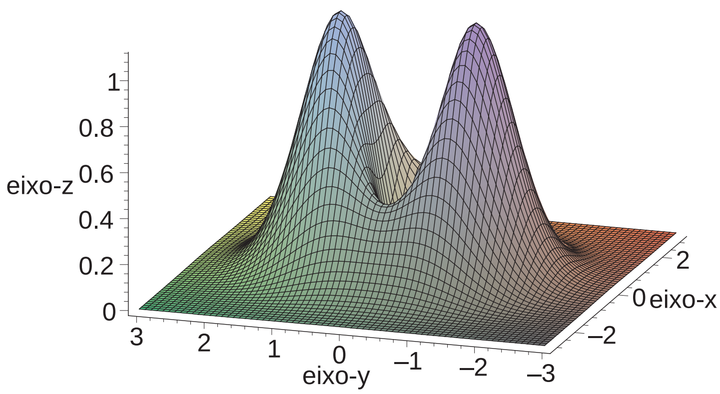
   (a) $z = 2x^2 + xy + 3y^2 + 10x - 9y + 11$
   (b) $z = 3xy^2 + y^2 - 3x - 6y + 7$
   (c) $z = x^2y^2$
   (d) $z = x^3y^3$
   (e) $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
   (f) $z = y \cos x$
   (g) $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$
   (h) $z = y^4 + 4x^2y - 4x^2 - 8y^2$
   (i) $z = xye^{-x^2-y^2}$
   (j) $z = \ln(3x^2 + 4y^2 - 2x + 7)$
   (k) $z = (x-1)^3 + (y-2)^3 - 3x - 3y$

2. A figura abaixo exibe o gráfico de $f(x, y) = xy^2e^{-(x^2+y^2)^4}$.

   (a) Mostre que há um número infinito de pontos críticos.
   (b) Ache as coordenadas dos 4 pontos críticos exibidos na figura.
   (c) Classifique os demais pontos críticos.



3. A figura abaixo exibe o gráfico de $f(x, y) = (x^2 + 3y^2)e^{-(x^2+y^2)}$. Mostre que há 5 pontos críticos e ache os extremos de f.



4. Determine os valores de $a \in \mathbb{R}$ para os quais a função

$$f(x,y) = 2ax^4 + y^2 - ax^2 - 2y$$

   (a) tem exatamente um ponto de sela e dois pontos de mínimo local;
   (b) tem exatamente dois pontos de sela e um mínimo local.
   (c) Existe $a \in \mathbb{R}$ para o qual a função tenha ao menos um máximo local?
   (d) Existe $a \in \mathbb{R}$ para o qual a função tenha mais de 3 pontos críticos?

5. Seja $f(x,y) = k(x^2 + y^2) - 2xy$, onde $k \in \mathbb{R}$ é uma constante.
   (a) Verifique que, para todo $k \in \mathbb{R}$, o par $(0,0)$ é um ponto crítico de f.
   (b) Para cada valor de k, classifique o ponto crítico $(0,0)$ com relação a máximos e mínimos locais e sela. Existem valores de k para os quais podemos afirmar que $(0,0)$ é extremo global (absoluto) de f?

RESPOSTAS

1. (a) $(-3,2)$ mínimo local;
   (b) $(2/3,1)$, $(-4/3,-1)$ selas;
   (c) $(0,\lambda)$ e $(\lambda,0)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$ mínimos locais;
   (d) $(0,\lambda)$ e $(\lambda,0)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$ selas;
   (e) $(4,4)$ máximo local;
   (f) $(\pi/2 + k\pi, 0)$ com $k \in \mathbb{Z}$ selas;
   (g) $(1,1)$ máximo local, $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$, $(2,2)$ selas;
   (h) $(0,0)$ máximo local, $(0,2)$ mínimo local, $(0,-2)$, $(\sqrt{3},1)$, $(-\sqrt{3},1)$ selas;
   (i) $(0,0)$ sela, $\pm(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ máximos locais, $\pm(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ mínimos locais;
   (j) $(1/3,0)$ mínimo local;
   (k) $(2,1)$ e $(0,3)$ sela; $(2,3)$ mínimo local e $(0,1)$ máximo local.

2. (a) $(a,0)$ é ponto crítico $\forall a \in \mathbb{R}$.
   (b) $\pm(6^{-3/8}, \sqrt{2} \cdot 6^{-3/8})$, $\pm(-6^{-3/8}, \sqrt{2} \cdot 6^{-3/8})$.

3. mínimo $f(0,0) = 0$;   máximo $f(0,\pm 1) = 3e^{-1}$

4. (a) $a > 0$ (b) $a < 0$ (c) não   d) $a = 0$.

5. (b) $k > 1$: mínimo local; $-1 < k < 1$: sela; $k < -1$: máximo local; $k \geq 1$: $(0,0)$ é ponto de mínimo global; $k \leq -1$: $(0,0)$ é ponto de máximo global.