

MAT2127 - Cálculo Diferencial e Integral para Química II

Lista 12 - 2011

1. Determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, calcule a sua soma.

(a) $3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \dots$ (b) $3 - 4 + \frac{16}{3} - \frac{64}{9} + \dots$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n}$
(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^n}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{3^n}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$
(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+3)}$ (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n}{n+1} \right)$

2. Encontre os valores de x para os quais a série converge. Calcule a soma da série para esses valores de x .

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (x-4)^n$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n x^n$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^n x}{3^n}$

3. Encontre o valor de c tal que $\sum_{n=2}^{\infty} (1+c)^{-n} = 2$.

4. Teste a convergência ou divergência das séries.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3^n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+2}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n} \right)$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^{n-1}}{(-5)^n}$
(e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n!}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$
(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n + 4^n}$ (j) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^{\frac{1}{n}}$ (k) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ (l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(n+2)!}$

5. Determine o intervalo de convergência das séries de potências a seguir.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[4]{n}}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n \ln n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 + 1}$
(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n} (x-1)^n$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n n^5}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (x-2)^n$

6. Escreva a função $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x}$ como uma série de potências e encontre o intervalo de convergência da série.

RESPOSTAS

1.

- (a) 9 (b) $\frac{9}{7}$ (c) diverge
(d) $\frac{e}{3-e}$ (e) diverge (f) $\frac{5}{3}$
(g) diverge (h) $\frac{11}{6}$ (i) diverge

2.

- (a) $|x| < 3; \frac{x}{3-x}$ (b) $x \in]3, 5[; \frac{x-4}{5-x}$
(c) $|x| < \frac{1}{4}; \frac{4x}{1-4x}$ (d) para todo $x \in \mathbb{R}; \frac{\cos x}{3-\cos x}$

3. $c = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

4.

- (a) converge (b) diverge (c) converge (d) converge
(e) diverge (f) converge (g) converge (h) converge
(i) diverge (j) diverge (k) converge (l) diverge

5.

- (a) $[-1, 1[$ (b) $] - 1, 1]$ (c) $[-4, 4[$ (d) $[1, 3]$
(e) para todo $x \in \mathbb{R}$ (f) $]1 - e, 1 + e[$ (g) $[-5, 5]$ (h) $[2 - e, 2 + e[$

6. $1 + x + 2x^2 + 2x^3 + \dots = 1 + x + \sum_{n=2}^{\infty} 2x^n$