

# MAT2127 - Cálculo Diferencial e Integral para Química II

## Lista 10 - 2011

1. Resolva as equações diferenciais.

(a)  $\frac{dy}{dx} = y^2$

(b)  $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} = xy$

(c)  $(1 + \operatorname{tg}y)y' = x^2 + 1$

(d)  $\frac{dy}{dt} = \frac{te^t}{y\sqrt{1+y^2}}$

(e)  $y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$

(f)  $\frac{dy}{dx} = y - y^2$

(g)  $\sec^2 x dy + \operatorname{cosec}y dx = 0$

(h)  $(e^y + 1)^2 e^{-y} dx + (e^x + 1)^3 e^{-x} dy = 0$

(i)  $\frac{dy}{dx} + y = e^{3x}$

(j)  $y' + 3x^2y = x^2$

(k)  $x^2y' + xy = 1$

(l)  $x \frac{dy}{dx} - y = x^2 \operatorname{sen}x$

(m)  $x^2y' + x(x+2)y = e^x$

(n)  $\cos x \frac{dy}{dx} + (\operatorname{sen}x)y = 1$

2. Resolva o problema de valor inicial.

(a)  $\frac{dy}{dx} = 4(y^2 + 1), y(\frac{\pi}{4}) = 1$

(b)  $x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy, y(-1) = -1$

(c)  $xy' + y = e^x, y(1) = 2$

(d)  $(x+1) \frac{dy}{dx} + y = \ln x, y(1) = 10$

3. Ache uma solução da equação diferencial  $x \frac{dy}{dx} = y - y^2$  que passa pelo ponto

(a)  $(0, 1)$  (b)  $(0, 0)$  (c)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (d)  $(2, \frac{1}{4})$

4. Encontre uma equação da curva que passa pelo ponto  $(0, 1)$  e cuja inclinação no ponto  $(x, y)$  é igual a  $xy$ .

5. As experiências mostram que a reação  $H_2 + Br_2 \rightarrow 2HBr$  satisfaz a "lei de troca"

$$\frac{d[HBr]}{dt} = k[H_2][Br_2]^{\frac{1}{2}}$$

e assim para essa reação, a equação diferencial torna-se

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x)^{\frac{1}{2}}$$

onde  $x = [HBr]$  e  $a$  e  $b$  são concentrações iniciais de hidrogênio e bromo.

- (a) Escreva  $x$  como função de  $t$  no caso em que  $a = b$ . Use o fato que  $x(0) = 0$ .  
 (b) Se  $a > b$ , escreva  $t$  como função de  $x$ .
6. Um tanque contém 1000L de água salgada com 15kg de sal dissolvido. Água pura entra no tanque a uma taxa de 10L/min. A solução é mantida bem misturada e escoado do tanque à mesma taxa. Quanto sal há no tanque após  $t$  minutos?
7. Um barril com 2000L de cerveja contém 4% de álcool (por volume). Cerveja com 6% de álcool é bombeada para dentro do barril a uma taxa de 20L/min e a mistura é bombeada para fora do barril à mesma taxa. Qual é a porcentagem de álcool após 1 hora?

### RESPOSTAS

- 1.
- (a)  $y = -\frac{1}{x+C}$  ou  $y = 0$ . (b)  $y = C\sqrt{x^2 + 1}$   
 (c)  $y + \ln|\sec y| = \frac{1}{3}x^3 + x + C$  (d)  $y = \pm\sqrt{[3(te^t - e^t + C)]^{\frac{2}{3}}}$   
 (e)  $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 = \frac{1}{2}y^2 + 2y + \ln|y| + C$  (f)  $y = 0$  ou  $y = 1$  ou  $y = \frac{Ce^x}{1 + Ce^x}$   
 (g)  $4 \cos y = 2x + \sin 2x + C$  (h)  $(e^x + 1)^{-2} + 2(e^y + 1)^{-1} = C$   
 (i)  $y = \frac{1}{4}e^{3x} + Ce^{-x}, -\infty < x < \infty$  (j)  $y = \frac{1}{3} + Ce^{-x^3}, -\infty < x < \infty$   
 (k)  $y = x^{-1} \ln x + Cx^{-1}, x > 0$  (l)  $y = Cx - x \cos x, x > 0$   
 (m)  $y = \frac{1}{2x^2}e^x + \frac{C}{x^2}e^{-x}, x > 0$  (n)  $y = \sin x + C \cos x, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
- 2.
- (a)  $y = \operatorname{tg}(4x - \frac{3\pi}{4})$  (b)  $xy = e^{-(1+\frac{1}{x})}$   
 (c)  $y = \frac{e^x}{x} + \frac{2-e}{x}, x > 0$  (d)  $(x+1)y = x \ln x - x + 21, x > 0$
- 3.
- (a)  $y = 1$  (b)  $y = \frac{Cx}{1+Cx}$  (c)  $y = \frac{2x}{1+2x}$  (d)  $y = \frac{x}{6+x}$
4.  $y = e^{\frac{x^2}{2}}$
5. (a)  $x = a - \frac{4}{(kt + \frac{2}{\sqrt{a}})^2}$   
 (b)  $t = \frac{2}{k\sqrt{a-b}} \left( \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b}{a-b}} - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b-x}{a-b}} \right)$
6.  $15e^{-\frac{t}{100}} \text{ kg}$
7.  $\approx 4,9\%$