

MÚSICA, COMPUTADORES E FRACTAIS II¹

Fabio Kon
Bacharelado em Música (Instrumento - Percussão) no
Instituto de Artes da UNESP
e Mestrando em Ciência da Computação no
Instituto de Matemática e Estatística da USP
Correio Eletrônico: kon@ime.usp.br

Orientador:
Prof. Dr. John E. Boudler
Instituto de Artes - UNESP

¹Trabalho resultante da pesquisa intitulada *A Utilização de Fractais na Análise e na Composição Musical* realizada de novembro de 1991 a outubro de 1992 e financiada pela FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) - Processo 91/2734-0.

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	CONTEXTO HISTÓRICO	7
1.2	CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS	9
2	CONSIDERAÇÕES MATEMÁTICAS	11
2.1	A APARÊNCIA DOS FRACTAIS	12
2.2	OS FRACTAIS DE BARNSELY	13
2.2.1	ESPAÇOS MÉTRICOS	13
2.2.2	DEFINIÇÃO INICIAL DE BARNSELY	16
2.3	DIMENSÃO TOPOLÓGICA	18
2.4	DIMENSÃO FRACTAL	18
2.4.1	BOLAS d -DIMENSIONAIS	19
2.4.2	MEDIDA DE HAUSDORFF	19
2.4.3	DIMENSÃO DE HAUSDORFF-BESICOVITCH	20
2.4.4	OS FRACTAIS DE MANDELBROT	20
2.5	RUÍDOS $\frac{1}{f^\beta}$	22
2.6	SISTEMAS DE FUNÇÕES ITERADAS (SFI)	27
2.7	CADEIAS DE MARKOV	31
2.8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34
3	A MÚSICA DIGITAL	35
3.1	O COMPUTADOR NA COMPOSIÇÃO	36
3.1.1	COMPOSIÇÃO NÃO DETERMINÍSTICA	37
3.1.2	COMPOSIÇÃO DETERMINÍSTICA	42
3.1.3	SÍNTESE DO SOM	44

3.1.4	SISTEMAS HÍBRIDOS	47
3.1.5	AS NOVAS TECNOLOGIAS	48
3.1.6	A MÚSICA DIGITAL NO BRASIL	51
3.2	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
4	ANÁLISE MUSICAL AUXILIADA POR COMPUTADOR	53
4.1	ANÁLISE ESTATÍSTICA	53
4.2	GRAMÁTICAS E LINGUAGENS FORMAIS	55
4.3	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
5	O QUE FAZER COM OS FRACTAIS?	57
5.1	ANÁLISE MUSICAL FRACTAL	58
5.1.1	O RUÍDO $\frac{1}{f}$ NA MÚSICA	58
5.2	COMPOSIÇÃO MUSICAL FRACTAL	60
5.2.1	A ANALOGIA DE DODGE	60
5.2.2	RUÍDOS $\frac{1}{f^\beta}$	62
5.2.3	UNINDO AS DUAS TÉCNICAS	63
5.2.4	SISTEMAS DE FUNÇÕES ITERADAS	64
5.2.5	INICIATIVAS PRÓPRIAS	65
A	GLOSSÁRIO DE TERMOS TÉCNICOS	68

Lista de Figuras

2.1	Um mergulho nas escalas do conjunto de Mandelbrot.	14
2.2	Etapas da construção do conjunto de Cantor.	17
2.3	Etapas da construção da curva triádica de Koch.	21
2.4	Movimento browniano em duas dimensões	22
2.5	Movimento Browniano em uma dimensão	23
2.6	Ruído branco	24
2.7	Ruído $\frac{1}{f}$	25
2.8	Triângulo de Sierpinsky.	27
2.9	Dragão	29
2.10	Samambaia	29
2.11	Jato	31
3.1	Síntese digital do som.	36
3.2	Diagrama das vozes em <i>Study No.36 for Player Piano</i> de Conlon Nancarrow.	43
3.3	Som fundamental, segundo harmônico e a composição dos dois. . . .	46
5.1	Representação gráfica do tema de <i>DETERMINÍSTICA I</i>	61
5.2	Melodia gerada a partir de ruído $\frac{1}{f^2}$	62
5.3	Melodia gerada a partir de ruído branco	63
5.4	Melodia gerada a partir de ruído $\frac{1}{f}$	63
A.1	A envoltória é representada por um gráfico Intensidade \times Tempo. . .	69

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros determinantes de 4 Sistemas de Funções Iteradas.	28
2.2	Tabela de transição de primeira ordem.	32
2.3	Tabela de transição de segunda ordem.	32
2.4	Tabela de transição gerada a partir de <i>Lua de São Jorge</i> de Caetano Veloso.	33
4.1	Maior fator primo no denominador da parte fracionária do ritmo. . .	54
4.2	Variedade rítmica.	55

Prelúdio

“Faça as coisas o mais simples
que você puder, porém
não as mais simples.”
Albert Einstein

Tudo começou numa bela tarde no início de 1991. Lá estava eu na biblioteca do Instituto de Artes da UNESP quando vi pela primeira vez a publicação *Computer Music Journal*. Imediatamente, retirei-a da estante e fui para a sala de leitura folheá-la. Abri a revista no artigo *Iterated Functions Systems Music* [GOGINS 91] e fiquei fascinado por ver aqueles teoremas cheios de matrizes, limites, senos e cossenos. Eu estava acostumado a ver tudo isso no Instituto de Matemática na USP mas no IA-UNESP era uma total surpresa. Foi amor à primeira vista.

Naquele artigo, Michael Gogins explicava como fazer música através de um algoritmo concebido inicialmente para criar imagens fractais (os Sistemas de Funções Iteradas). Ou seja, o *Computer Music Journal* não só abria a perspectiva de eu mesclar os conhecimentos que tinha de música e computação como também mostrava uma aplicação musical para a mais fascinante invenção matemática dos últimos tempos: os fractais. Fui correndo atrás das referências que o artigo indicava, em seguida, atrás das referências das referências e em pouco tempo, depois de um crescimento exponencial do número de publicações sobre o assunto, estava com uma bibliografia de algumas dezenas de itens.

Neste instante, percebi que tinha em minhas mãos material para uma grande pesquisa. Queria aprender mais e compartilhar aquilo tudo com outras pessoas. Escrevi a proposta de um projeto de pesquisa que teria como finalidade apresentar para músicos e computólogos uma parcela deste novo mundo que me fascinava. Tive a felicidade de ter tal proposta aprovada pela FAPESP e passei a receber bolsa de

Iniciação Científica a partir de outubro de 91.

Passados um ano e meio, vejo que atingi boa parte dos meus objetivos. Mas não foi tão fácil como eu imaginava. Um músico ou um computólogo podem extrair muitas informações deste trabalho mas somente um músico-computólogo pode compreendê-lo em sua totalidade. Pensei em incluir capítulos sobre teoria musical elementar para computólogos e sobre matemática e computação para músicos mas notei que, dessa forma, não cumpriria a pesquisa no prazo estipulado pela FAPESP. De qualquer modo, não é uma grande perda ficar sem esses capítulos pois assim forcei alguns músicos a consultar livros de matemática e alguns matemáticos a consultar livros de música.

Sempre achei interessante o ponto em que o autor de um livro ou de um artigo agradece às pessoas que lhe ajudaram, de Deus até o vizinho passando pela família e pelo cachorrinho. Agora chegou a minha vez: ao John e sua orientação incentivadora, à Paula que teve que aturar eu falando a palavra *fractal* umas $2,732 \times 10^6$ vezes por dia, à minha família pela força de sempre, ao Fê e seu incentivo orientador, ao pessoal do PIAP de todos os tempos, à Claudinha que foi obrigada a agüentar as idiossincrasias do compositor de *FORCRAU*, aos compositores Wilson Sukorski, Frederico Richter e Rodolfo Coelho ao Odilon, por corrigir os meus deslizes matemáticos, ao Prof. Ikeda pelo esforço em publicar o artigo, aos autores do programa FRACTINT, que foi o gerador das imagens fractais contidas neste trabalho, e, finalmente, ao pessoal de todo o mundo da Frac-L da USENET pela animada e constante discussão sobre fractais.

Fabio Kon
outubro de 1992

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

“No princípio, criou Deus, o céu e a terra. A terra, porém, era solidão e caos (...)”
Gênesis 1:1

1.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Roger Stevens, um matemático-artista-engenheiro, inicia um de seus livros sobre fractais, [Stevens 90], contando a seguinte história. No final do século passado, alguns físicos consideravam a física como um livro fechado. Diziam que tudo o que podia ser descoberto já o tinha sido, só faltava um polimento final nas idéias para que se tornasse possível escrever um livro definitivo sobre o universo.

No entanto, neste polimento final, Schrödinger descobriu a mecânica quântica e Einstein desenvolveu a teoria da relatividade. Assim, inúmeras novas questões foram surgindo e parecia que a física estava apenas iniciando o seu trabalho.

Por volta de 1980, o físico inglês Stephen Hawking apresentou a palestra *O fim da física teórica esta à vista?* onde afirmava que já era conhecido tudo sobre a física que poderia influenciar o nosso dia-a-dia e que futuras descobertas gastariam enormes quantidades de dinheiro para pequenos refinamentos nas teorias vigentes.

Mas, novamente, parece que a física ainda não está com seus dias contados. Experimentos realizados pelo especialista em meteorologia Edward Lorenz no Massachusetts Institute of Technology, em 1961, iniciaram uma nova revolução na ciência, a teoria do CAOS. Este termo foi utilizado pela primeira vez em 1975 num artigo

intitulado “Período Três Implica Caos” de Tien-Yien Li e James Yorke e vem sendo encontrado cada vez com maior frequência na literatura científica. A teoria do CAOS trata de fenômenos com comportamento não regular, não periódico como, por exemplo, o crescimento de uma população em um ecossistema, a quantidade de chuvas numa certa região, o fluxo de veículos em uma auto-estrada ou a formação de nuvens. Uma ampla visão desta teoria que não exige conhecimentos técnicos pode ser encontrada em [GLEICK 90].

Nesta mesma época, por volta de 1975, Benoit Mandelbrot, pesquisador da IBM, estava estudando certas figuras definidas na virada do século por matemáticos como Helge von Koch, Georg Cantor e Giuseppe Peano. Mandelbrot observou que a dimensão de Hausdorff-Besicovitch ¹ destas curvas era um número fracionário² maior que a sua dimensão euclidiana e chamou conjuntos com esta propriedade de FRACTAIS.

A geometria dos fractais é uma ferramenta eficiente para modelar certos fenômenos caóticos observados na natureza. Através dos fractais é possível determinar com precisão a forma de objetos considerados indescritíveis pela geometria clássica. Você já pensou em como seria difícil, para não dizer impossível, representar realisticamente um conjunto de nuvens utilizando retas, triângulos, círculos ou qualquer outra forma da geometria clássica? Michael Barnsley afirma em seu *Fractal Everywhere*:

“A geometria fractal fará você enxergar tudo de uma maneira diferente. (...) Você corre o risco de perder a sua visão infantil de nuvens, florestas, galaxias, folhas, penas, flores, rochas, montanhas, torrentes de água, gramados, tijolos e muito mais. Nunca mais a sua interpretação destas coisas será a mesma.”

Uma característica importante observada tanto por Lorenz como por Yorke e Mandelbrot em seus estudos em áreas diferentes foi a de que fórmulas matemáticas simples podem gerar estruturas complexas com comportamento caótico, irregular. Sobre isto, diz Barnsley no mesmo livro:

“(...) Um conjunto fractal consiste geralmente de infinitos pontos cuja organização é tão complicada que não é possível descrever o conjunto especificando diretamente cada ponto contido nele. Ao invés disso,

¹Ver capítulo 2

²Daí o termo *FRACTAL*

o conjunto deve ser definido pelas ‘relações entre as partes’. É como descrever o sistema solar enunciando a lei da gravidade e as condições iniciais. Tudo segue disto. Parece ser sempre melhor descrever as coisas em termos de relações.”

Segundo Freeman Dyson³, uma grande revolução de idéias separa a matemática clássica do século XIX da matemática do século XX. A matemática clássica é baseada nas estruturas geométricas regulares de Euclides e na dinâmica de Newton. A matemática do século XX começa com o conjunto de Cantor⁴ e com as curvas preenchedoras de espaço de Peano. Esta revolução foi motivada pela descoberta de estruturas matemáticas que não eram compatíveis com os padrões de Euclides e de Newton. Estas estruturas eram consideradas patológicas e pareciam formar uma galeria de monstros que ameaçavam a ordem vigente assim como faziam, na pintura, o movimento cubista e, na música, o atonalismo.

Ainda segundo Dyson, os matemáticos que criaram estes monstros utilizavam-nos para mostrar que a matemática pura continha uma diversidade de possibilidades que ia muito além das estruturas simples encontradas na natureza. Mas, o que Mandelbrot nos mostra no seu livro *The Fractal Geometry of Nature*, é que as mesmas estruturas patológicas que os matemáticos criaram aparecem a todo momento a nossa volta na natureza. Neste livro, Mandelbrot apresenta uma pintura que retrata Deus desenhando o mundo com um compasso e diz “Aqui Deus cria círculos, ondas e fractais”.

1.2 CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS

O formato deste texto reflete o que foi proposto à FAPESP no projeto inicial de pesquisa em agosto de 1991. Nesta proposta, defendi o ponto de vista de que para compreender as técnicas de aplicação de princípios da geometria fractal à música seria necessário adquirir primeiramente conhecimento teórico sobre os fractais. Seria necessário estudar as definições matemáticas dos conceitos envolvidos e pesquisar métodos algorítmicos para a manipulação destes conceitos. Em seguida, pesquisaria as experiências de utilização do computador na música realizadas desde a década de

³Ver [DYSON 78]

⁴Ver capítulo 2

50 por músicos de destaque como Lejaren Hiller e Iannis Xenakis. Só então, após todo esse trabalho preliminar, começaria a fase de estudo dos fractais na música.

Sendo assim, este texto inicia-se com uma visão histórica da matemática e da física deste século que propiciou o surgimento da teoria fractal (seção 1.1).

O capítulo 2 conceitua matematicamente termos utilizados no resto do trabalho como *fractal*, *dimensão topológica*, *dimensão de Hausdorff-Besicovitch*, *escalonamento*, *ruído*, *sistema de funções iteradas*, *cadeia de Markov*, *tabela de transição*, e outros.

No capítulo 3, temos a história da música digital. Nele é apresentada as principais realizações em termos de composição e análise musical assistida por computador e aplicações de modelos matemáticos à música.

O capítulo 4 exemplifica brevemente alguma das possibilidades de uso do computador na análise musical.

O capítulo 5 apresenta métodos fractais de análise e composição musical. Nele se encontram modelos elaborados por pesquisadores de música fractal do exterior e novos modelos resultantes da pesquisa *A Utilização de Fractais na Análise e na Composição Musical*.

Capítulo 2

CONSIDERAÇÕES MATEMÁTICAS

“O binômio de Newton é tão belo quanto
a Vênus de Milo. O que há é pouca
gente a dar por isso.”

Fernando Pessoa

O objetivo deste capítulo é fornecer uma idéia da teoria matemática que está por trás dos fractais, em especial, dos conceitos explorados no capítulo 6. O texto é de fácil compreensão para um aluno do primeiro ano de graduação em ciências exatas e dá apenas uma visão geral. Se você não possui formação em topologia e cálculo integral pelo menos tente ler o texto uma vez sem se preocupar com os detalhes. Um estudo minucioso e claro pode ser encontrado em *Fractals Everywhere* de Michael Barnsley.

O próprio Benoit Mandelbrot, o criador dos fractais, se sente incomodado pela tarefa de dar uma definição matemática precisa dos fractais. No seu *The Fractal Geometry of Nature*, Mandelbrot diz:

“Apesar do termo fractal ter sido definido no capítulo 3, eu continuo a acreditar que estaríamos melhor sem uma definição (meu ensaio de 1975 não continha nenhuma). A razão imediata é que a presente definição exclui certos conjuntos que preferíamos ver inclusos.”

Mandelbrot esteve sempre mais interessado nas características dos conjuntos

fractais (auto-similaridade nas várias escalas, complexidade infinita) do que em definições rigorosas. Por isso, tem sido criticado por matemáticos tradicionais.

Apresentamos, inicialmente, os espaços métricos e suas características fundamentais. Em seguida, damos duas definições formais do termo fractal, a de Michael Barnsley e a definição clássica de Mandelbrot. Logo após, introduzimos conceitos que serão abordados nos capítulos subsequêntes, os ruídos com espectro da forma $\frac{1}{f}$, os Sistemas de Funções Iteradas, as cadeias de Markov e as tabelas de transição.

2.1 A APARÊNCIA DOS FRACTAIS

Os fractais podem apresentar uma infinidade de formas diferentes, não existe uma aparência consensual. No entanto, existem duas características muito freqüentes neste tipo de geometria: a complexidade infinita e a auto-semelhança.

Todo fractal é infinitamente complexo, isto é, nunca conseguiremos representar um fractal completamente, sempre faltarão detalhes. E não adianta ampliar o desenho de um fractal para enxergar todos os detalhes, sempre existirão reentrâncias e saliências cada vez menores.

O outro aspecto interessante apresentado por boa parte dos fractais é a auto-semelhança, ou seja, ao olharmos para uma parte de um conjunto fractal, vemos uma forma semelhante ao conjunto todo. Em outras palavras, um fractal é formado por pequenos tijolos onde cada tijolo se parece com o próprio fractal e cada tijolo é formado por tijolos de uma menor escala de grandeza cada um dos quais semelhantes ao tijolo maior e assim por diante indefinidamente. Mandelbrot utiliza o termo *scaling* para designar estas várias escalas.

Na figura 2.1, mergulhamos no interior do *Conjunto de Mandelbrot* que é o fractal que tem sido mais estudado nos últimos anos. É incrível como uma equação tão simples como

$$z_{n+1} \leftarrow z_n^2 + c$$

(onde z e c são números complexos) pode conter tanta informação e dar origem¹ a formas tão exóticas quanto às da figura 2.1. A primeira imagem mostra uma visão global do conjunto de Mandelbrot (a área cinza na região central) e suas

¹Para detalhes sobre como esta fórmula deve ser manipulada a fim de gerar as imagens da figura 2.1, consulte [STEVENS 90].

redondezas. A seguir, cada imagem é uma ampliação do retângulo em destaque na imagem anterior. Note a semelhança entre a primeira e a última imagem desta série.

O leitor pode, se assim desejar, seguir diretamente para o próximo capítulo pois os demais capítulos não entrarão nos detalhes matemáticos aqui apresentados.

2.2 OS FRACTAIS DE BARNSELEY

Nesta seção apresentaremos a abordagem de Michael Barnsley que é baseada no conceito de espaços métricos.

2.2.1 ESPAÇOS MÉTRICOS

Definição 2.2.1 *Um espaço E é um conjunto.*

Definição 2.2.2 *Os pontos de um espaço são os elementos do conjunto.*

Exemplos de espaço:

- $E = \mathfrak{R}$, o conjunto dos números reais. Os números reais são os pontos do espaço. Este espaço pode ser pensado como os pontos de uma reta.
- $E = \mathfrak{R}^3$, o conjunto de triplas de números reais. Este espaço é semelhante ao espaço em que vivemos.
- $E = \sharp$, ou seja, E é o espaço formado pelos pontos do \mathfrak{R}^2 que formam o símbolo musical do sustenido.

Definição 2.2.3 *Um espaço métrico (E, d) é uma dupla formada por um espaço E e por uma função $d : E \times E \rightarrow \mathfrak{R}$. A função $d(x, y)$ é chamada de **distância** entre dois pontos x e y e tem que obedecer aos seguintes axiomas:*

1. $d(x, y) = d(y, x) \quad \forall x, y \in E$.
2. $d(x, x) = 0 \quad \forall x \in E$.
3. $0 < d(x, y) < \infty \quad \forall x \neq y \in E$.
4. $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y) \quad \forall x, y, z \in E$.

Figura 2.1: Um mergulho nas escalas do conjunto de Mandelbrot.

Como se pode notar, estes axiomas vão ao encontro da nossa noção intuitiva de distância. A função d é também chamada de **métrica**.

Exemplos de espaços métricos:

os espaços métricos euclidianos de uma e duas dimensões:

- $E = \mathbb{R}$, $d(x, y) = |x - y|$
- $E = \mathbb{R}^2$, $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$.

uma métrica não euclidiana:

- $E = \mathbb{R}$, $d(x, y) = |x^3 - y^3|$.

Nas definições seguintes E é um espaço de dimensão finita e d é a sua métrica.

Definição 2.2.4 Uma seqüência (x_1, x_2, x_3, \dots) , $x_i \in E$, $1 \leq i < \infty$, é chamada de **seqüência de Cauchy** se, dado $\epsilon > 0$, existe N inteiro tal que

$$d(x_n, x_m) < \epsilon \quad \forall n, m > N$$

Definição 2.2.5 Se para uma seqüência como a anterior, existe um ponto x do espaço tal que para todo $\epsilon > 0$, existe N inteiro tal que

$$d(x_n, x) < \epsilon \quad \forall n > N$$

dizemos então que a seqüência **converge** para o ponto x e que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x_n = x$$

Definição 2.2.6 Um espaço métrico (E, d) é **completo** se toda seqüência de Cauchy neste espaço converge para um ponto x em E .

Definição 2.2.7 Um subconjunto \mathcal{S} de E é **fechado** se toda seqüência convergente em \mathcal{S} possui limite em \mathcal{S} .

Definição 2.2.8 Um subconjunto \mathcal{S} de E é **limitado** se existe c pertencente a \mathcal{S} e r pertencente a \mathbb{R} tal que $d(c, x) < r$ para todo x pertencente a \mathcal{S} .

Definição 2.2.9 Um subconjunto \mathcal{S} de E é **compacto** se toda seqüência infinita em \mathcal{S} contém uma subseqüência que converge para um ponto em \mathcal{S} .

Teorema 2.2.1 *Seja (E, d) um espaço métrico completo. Um subconjunto S de E é compacto se e somente se ele é fechado e limitado.*

A demonstração deste teorema para $E = \mathfrak{R}$ e $d(x, y) = |x - y|$ pode ser encontrada em [LIMA 87], página 144.

Definição 2.2.10 $\mathcal{H}(E)$ é o espaço cujos pontos são subconjuntos compactos não vazios de E .

Nas definições seguintes (E, d) é um espaço métrico completo.

Definição 2.2.11 *Sejam $x \in E$, e $C \in \mathcal{H}(E)$. A **distância** do ponto x ao conjunto C é*

$$d(x, C) = \min\{d(x, y) : y \in C\}.$$

Definição 2.2.12 *Sejam A e B em $\mathcal{H}(E)$ definimos a **distância** de A a B como*

$$d(A, B) = \max\{d(x, B) : x \in A\}.$$

Definição 2.2.13 *A **distância de Hausdorff** entre dois pontos A e B em $\mathcal{H}(E)$ é definida como*

$$h(A, B) = \sup\{d(A, B), d(B, A)\}.$$

2.2.2 DEFINIÇÃO INICIAL DE BARNSLEY

Na seção 2.7 de [BARNSLEY 88], o autor define como fractal qualquer ponto do espaço métrico $(\mathcal{H}(E), h)$ com $\mathcal{H}(E)$ e h conforme definidos na seção anterior. Diz Barnsley:

“Nos referimos a $(\mathcal{H}(E), h)$ como o ‘espaço dos fractais’. (...) No atual estágio do desenvolvimento da ciência e da matemática, a idéia de fractal é mais útil como um conceito amplo. Fractais não são definidos por pequenas sentenças mas por muitas figuras e contextos que se referem a eles. (...) No entanto, assim como no conceito de ‘um espaço’, o significado é mais sugerido do que formalizado.”

Nos oito primeiros capítulos de [BARNSELEY 88], o autor considera qualquer ponto de $(\mathcal{H}(E), h)$ um fractal².

Exemplo: O conjunto de Cantor \mathcal{C} , um subconjunto do espaço métrico $[0, 1]$ com métrica euclidiana, é um fractal clássico. Ele pode ser obtido da seguinte maneira:

Seja \mathcal{C}_0 o intervalo $[0, 1]$,
 $\mathcal{C}_1 = [0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, 1]$,
 \mathcal{C}_n é obtido de \mathcal{C}_{n-1} dividindo-se cada segmento de \mathcal{C}_{n-1} em três partes iguais e retirando-se a parte do meio.

O conjunto de Cantor é o conjunto

$$\mathcal{C} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{C}_n$$

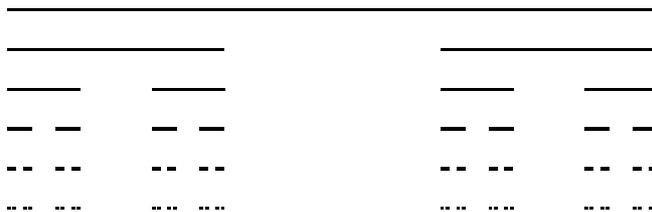


Figura 2.2: Etapas da construção do conjunto de Cantor.

Os conjuntos \mathcal{C}_i são fechados e limitados e portanto, compactos. Logo, os \mathcal{C}_i são pontos do espaço métrico $(\mathcal{H}([0, 1]), h)$. Através de alguns cálculos, obtemos a distância $h(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_{i+k})$ que é igual a $\frac{1}{2 \times 3^{i+1}}$ para todo k natural maior que 0. Como o limite de $h(\mathcal{C}_i, \mathcal{C}_{i+k})$ tende para 0 quando i vai para infinito temos que a seqüência de pontos $(\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \dots)$ é uma seqüência de Cauchy. Como $(\mathcal{H}([0, 1]), h)$ é um espaço métrico completo³, o limite desta seqüência (o conjunto de Cantor \mathcal{C}) está em $\mathcal{H}([0, 1])$ e portanto, segundo a definição inicial de Barnsley, é um fractal.

É fácil ver que \mathcal{C} é não vazio pois contém os pontos 0 e 1. Uma análise mais precisa traz um resultado surpreendente: \mathcal{C} possui, na realidade, infinitos pontos mas a sua medida é nula, ou seja, se somarmos os comprimentos de todos os seus “pedaços” obteremos um comprimento total igual a 0.

²Note que esta definição inicial de Barnsley inclui conjuntos demais. Qualquer conjunto limitado e fechado, como por exemplo, um círculo ou um quadrado são considerados fractais.”

³Ver [Barnsley 88], seção 2.7

Pela própria construção, notamos que o conjunto de Cantor possui a característica de auto-semelhança, ou seja, ao olharmos para uma ampliação de um trecho do conjunto, veremos algo semelhante ao conjunto todo. Além disso, novamente pela construção, fica claro que o conjunto tem complexidade infinita, isto é, podemos ampliar o conjunto quantas vezes quisermos e nunca atingiremos o detalhamento total.

2.3 DIMENSÃO TOPOLÓGICA

O conceito de dimensão topológica, também chamada de dimensão euclidiana, é algo muito antigo e vem ao encontro da nossa noção intuitiva de dimensão. Desde o século VI a pensadores como Pitágoras (580 a - 500 a), Platão (428 a - 348 a), Euclides (300 a aproximadamente) e Riemann (1826 - 1866) trabalharam tentando definir formalmente o conceito de dimensão. Uma definição formal do termo dimensão topológica está fora do escopo deste trabalho.

O leitor deve apenas ter em mente que um ponto, ou um conjunto finito de pontos tem dimensão (topológica) zero, uma linha possui dimensão um, uma superfície tem dimensão dois, um sólido possui dimensão três e assim por diante. Se a nossa imaginação permitir podemos continuar esta viagem por conjuntos de dimensão quatro, cinco, etc.

É importante notar que a dimensão topológica de um conjunto de pontos é sempre um número inteiro não negativo. Não parece fazer sentido para a nossa noção intuitiva de dimensão a afirmação de que um determinado conjunto tenha dimensão igual a 0,6309 (que é a dimensão fractal do conjunto de Cantor como veremos a seguir).

2.4 DIMENSÃO FRACTAL

Definiremos, nesta seção, o termo **dimensão de Hausdorff-Besicovitch** que, também chamada de dimensão fractal, é a chave da definição dos fractais dada pelo criador dos fractais, Benoit Mandelbrot.

2.4.1 BOLAS d -DIMENSIONAIS

Um método clássico para obter a medida⁴ de um conjunto é aproximar esta medida pela soma de pequenas bolas que cubram todo o conjunto.

A medida de uma bola d -dimensional é

$$h(\rho) = \gamma(d)\rho^d$$

onde

$$\gamma(d) = \frac{[\Gamma(\frac{1}{2})]^d}{\Gamma(1 + \frac{d}{2})}$$

e Γ é a integral de Euler:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{(z-1)} dt.$$

Deixamos ao leitor a tarefa de verificar que $h(\rho)$ resulta nas conhecidas fórmulas da área do círculo (caso $d = 2$) e no volume da esfera ($d = 3$)⁵.

2.4.2 MEDIDA DE HAUSDORFF

A grande inovação de Felix Hausdorff foi, em 1919, permitir que d fosse um número fracionário. Além disso, Hausdorff notou que em seus trabalhos não era interessante limitar $h(\rho)$ a $\gamma(d)\rho^d$. Qualquer função $h(\rho)$ positiva que tenda a 0 quando ρ tende a zero pode ser utilizada.

Considerando-se uma bola como um conjunto de pontos cuja distância a um centro ω não ultrapassa um certo raio ρ , não é necessário que o espaço seja euclidiano para se ter uma bola. Basta que o espaço seja métrico. Hausdorff descobriu que, usando a expressão acima para $h(\rho)$ é possível calcular a medida de uma bola de dimensão fracionária.

Dada uma função teste $h(\rho)$, pode-se dizer que uma cobertura finita de um conjunto \mathcal{S} por bolas de raio ρ_m tem medida menor ou igual a $\sum h(\rho_m)$. Para conseguir coberturas que se aproximam mais da medida de \mathcal{S} tomamos o ínfimo:

$$\inf_{\rho_m < \rho} \sum h(\rho_m)$$

⁴ comprimento, área ou volume no caso de a dimensão ser $d = 1, 2$ ou 3 respectivamente.

⁵ para facilitar os cálculos damos os seguintes valores da função Γ : $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$, $\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, $\Gamma(2) = 1$, $\Gamma(\frac{5}{2}) = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$.

A cobertura mínima que nos dá a exata medida do conjunto é obtida fazendo-se ρ tender a zero:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \inf_{\rho_m < \rho} \sum h(\rho_m)$$

Este valor, denominado a **medida- h** do conjunto \mathcal{S} pode ser zero, infinito ou um número finito e positivo.

Quando $h(\rho) = \gamma(d)\rho^d$ a medida- h é dita medida d -dimensional normalizada.

2.4.3 DIMENSÃO DE HAUSDORFF-BESICOVITCH

Fixando-se uma fórmula para $h(\rho)$ em função da dimensão d , induz-se uma **medida- d** . Besicovitch mostrou que, dado um conjunto \mathcal{S} , existe um número real D_H tal que a medida- d é infinita para $d < D_H$ e zero para $d > D_H$.

Este $D_H \in \mathfrak{R}$ é chamado de **dimensão de Hausdorff-Besicovitch** do conjunto \mathcal{S} .

Como pode-se notar, este novo conceito de dimensão é algo complexo e a determinação da dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um conjunto não é uma tarefa fácil. No entanto, ele tem um papel central na definição de fractal dada por Mandelbrot.

2.4.4 OS FRACTAIS DE MANDELBROT

Definição 2.4.1 *Um conjunto A é um fractal se $D_H(A) > D_T(A)$, onde $D_H(A)$ é a dimensão de Hausdorff-Besicovitch do conjunto A e $D_T(A)$ é a dimensão topológica de A .*

Exemplos:

- Um ponto, um segmento de reta, um círculo ou um cubo não são fractais pois tem dimensão de Hausdorff-Besicovitch igual à sua dimensão topológica (0, 1, 2 e 3 respectivamente).
- O conjunto de Cantor é um fractal pois $D_T(\mathcal{C}) = 0$ e $D_H(\mathcal{C}) = \frac{\ln 2}{\ln 3}$ ($= 0,6309\dots$).
- A curva triádica apresentada, na virada do século, pelo matemático Helge von Koch tem dimensão D_H igual a $\frac{\ln 4}{\ln 3}$ que é aproximadamente 1,2618. Sua dimensão topológica é 1.

Podemos construir a curva triádica de Koch da seguinte maneira: começamos com um segmento de reta horizontal. Dividimos um segmento de reta em três partes iguais e substituímos o segmento central por dois novos segmentos, como mostra a figura 2.3b, e mantemos os demais segmentos inalterados. Em seguida, repetimos a operação para cada um dos quatro segmentos resultantes. O fractal é obtido quando este processo é infinitamente repetido.

Figura 2.3: Etapas da construção da curva triádica de Koch.

A curva triádica de Koch tem várias características interessantes. Analisemos, inicialmente, o comprimento da curva. Se supormos que o segmento da figura 2.3a tem comprimento 3, então, depois da primeira substituição, obtemos uma curva de comprimento 4 em 2.3b. É fácil ver que a cada passo da construção desta curva, o seu comprimento é multiplicado por $\frac{4}{3}$, assim, quando ela esta “pronta”, depois de infinitos passos, o seu comprimento foi multiplicado por “ $(\frac{4}{3})^\infty$ ”, ou seja, seu comprimento é infinito. Logo, apesar de estar confinada a uma superfície de área limitada, a curva triádica tem comprimento infinito. Além disso, nunca conseguiremos retratar esta curva com todos os seus detalhes pois sua complexidade é infinita. Podemos ampliá-la cada vez mais e sempre encontraremos novos detalhes. Finalmente, a curva de Koch é auto-similar, isto é ao ampliarmos qualquer trecho com qualquer grau de ampliação obteremos um desenho semelhante a qualquer outra ampliação.

a

b

Figura 2.4: Movimento browniano em duas dimensões

2.5 RUÍDOS $\frac{1}{f^\beta}$

Se colocarmos um grão de pólen ou alguma pequena partícula numa gota de água e a observarmos num microscópio, veremos aquilo que é chamado de *movimento browniano* pois foi estudado pela primeira vez por Robert Brown em 1828. O grão de pólen vai subir, descer, parar, se movimentar para a esquerda, direita, sem nunca atingir nenhum tipo de equilíbrio aparente. O seu movimento parecerá totalmente aleatório. O movimento browniano ocorre com partículas que são tão pequenas que as colisões com as moléculas de água não ocorrem de maneira uniforme produzindo, assim, alterações na sua trajetória. Se fizermos um gráfico da sua trajetória considerando a sua posição a cada minuto teremos algo semelhante à figura 2.4a. Se, por outro lado, nos concentrarmos no que ocorre entre dois pontos adjacentes da figura 2.4a e fizermos o gráfico considerando a posição do grão a cada segundo, obteremos algo semelhante à figura 2.4b que é surpreendentemente semelhante à 2.4a. Não importa quão pequeno for o intervalo de tempo entre as medições da posição do grão, sempre obteremos um gráfico tão complexo quanto os anteriores. Segundo a noção intuitiva de tangente, o movimento browniano não possui tangente em nenhum ponto de sua trajetória.

A medida que examinamos a trajetória da partícula mais detalhadamente, o seu comprimento cresce sem limitações. Além disso, a trilha percorrida tende a preencher todo o plano e portanto, apesar da dimensão topológica desta curva ser 1, sua dimensão fractal é a mesma do plano, ou seja, 2. Por este motivo dizemos

Figura 2.5: Movimento Browniano em uma dimensão

que a curva gerada por um movimento Browniano é um fractal.

O movimento descrito acima percorre duas dimensões. Se considerarmos apenas uma das dimensões deste movimento, estaremos nos referindo a um movimento browniano de uma dimensão como mostra a figura 2.5 . Nesta figura, o eixo horizontal corresponde ao tempo e o vertical à posição da partícula. Este tipo de movimento, assim como grande parte dos fractais, é auto-semelhante: se considerarmos um intervalo de tempo de uma hora e analisarmos o espectro (distribuição das frequências) da curva, veremos que ele é dado pela função $E(f) = \frac{1}{f^2}$, ou seja, frequências de f hertz aparecem com intensidade $\frac{1}{f^2}$. Mas o mais interessante é que qualquer que seja o intervalo considerado (um minuto, uma hora, um dia), o espectro será sempre da forma $\frac{1}{f^2}$. Assim, qualquer trecho da curva é semelhante à curva toda em termos da distribuição das frequências que a compõem.

Não é possível conceber um algoritmo que construa uma curva do tipo $\frac{1}{f^2}$ como descrita anteriormente pois tal curva é infinitamente complexa. Podemos, no entanto, determinar uma aproximação de tal curva composta por um número finito de segmentos de reta. Considere o seguinte algoritmo: no instante inicial partimos

Figura 2.6: Ruído branco

da posição y_0 , em seguida, a cada iteração escolhemos aleatoriamente uma das três ações a seguir e a executamos:

1. $y_{t+1} \leftarrow y_t + 1$ (subimos um passo)
2. $y_{t+1} \leftarrow y_t - 1$ (descemos um passo)
3. $y_{t+1} \leftarrow y_t$ (permanecemos parados)

este foi o algoritmo utilizado para gerar a figura 2.5. A curva gerada é também chamada de passeio aleatório.

Ruído é o termo usado pelos físicos para designar qualquer quantidade $V(t)$ que varie imprevisivelmente com o tempo.

A curva da figura 2.6 é chamada de ruído branco, nela, como o espectro é uma função constante, todas as frequências participam com a mesma intensidade. O ruído branco é aquilo que ouvimos quando ligamos o rádio fora de estação. Podemos simular uma curva com esta distribuição de frequências com um algoritmo que

Figura 2.7: Ruído $\frac{1}{f}$

determina, a cada iteração, uma posição totalmente aleatória sem nenhuma relação com as posições anteriores.

Já a figura 2.7, que mostra o ruído $\frac{1}{f}$, é bem mais interessante pois ela espelha o comportamento de fenômenos do dia-a-dia como o nível do Rio Nilo, o volume de tráfego numa auto-estrada, a distribuição dos erros numa transmissão por fax, ou a linha melódica das composições musicais tonais. A seguir apresentamos duas funções na linguagem C que implementam o algoritmo apresentado por Richard Voss para simular o ruído $\frac{1}{f}$:

```
int Ruido1sf(int posicao_anterior)
/*
  Esta função gera um passo de uma curva que simula o espectro 1/f
*/
{
  int nova_posicao = 0,k,j,na;
```

```

float prob,u;

k = 8; /* k = número de posições possíveis dividido por 2 */

prob = 1.0/k;
na = posicao_anterior;

do {
    j = na/k;
    if (j == 1) na -=k;
    u = (float) rand()/RAND_MAX; /* u recebe um número aleatório entre 0 e 1 */
    if (u < prob) j = 1-j;
    nova_posicao += j*k;
    k /=2;
    prob *=2;
} while(k >= 1);
return(nova_posicao);
}/* Ruido1sf */

void GeraCurva1sf()
/*
    Esta função preenche o vetor Curva1sf com as posições geradas
    pela função Ruido1sf.
*/
{
    int i;
    Curva1sf[0] = PosicaoCentral;
    for(i = 1; i <= ComprimentoDaCurva; i++)
        Curva1sf[i] = Ruido1sf(Curva1sf[i-1]);
}/* GeraCurva1sf */

```

Os três algoritmos descritos nesta seção podem ser usados na composição de

linhas melódicas de diferentes caráteres, como abordaremos no capítulo 6. Tais linhas melódicas podem ser consideradas aproximações de fractais pois, apesar de não serem infinitamente complexas, são auto-semelhantes.

2.6 SISTEMAS DE FUNÇÕES ITERADAS (SFI)

Carinhosamente chamado de *Jogo do Caos*, sistemas de funções iteradas é um método versátil de criação de imagens fractais. Com tal método é possível construir imagens altamente complexas e detalhadas na tela de um computador com poucos dados de entrada⁶ e com um pequeno programa. Inicia-se escolhendo-se um ponto qualquer da tela que é sucessivamente transportado para outro ponto através da aplicação de **transformações afins** escolhidas aleatoriamente dentro de um número limitado de possibilidades determinadas previamente.

Figura 2.8: Triângulo de Sierpinsky.

A base deste método são as **transformações afins**. Uma transformação afim é composta de uma rotação, uma compressão ou expansão e uma translação. Um conjunto X pode ser transformado num conjunto Y aplicando-se, para cada ponto

⁶Assim como uma samambaia tem a sua forma descrita por uma pequena quantidade de material genético, um SFI pode desenhar uma samambaia com poucos dados de entrada.

$(x_1, x_2) \in X$ a seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax_1 + bx_2 + e \\ cx_1 + dx_2 + f \end{bmatrix}$$

Os valores de a, b, c e d determinam as características da rotação e da compressão (ou expansão). e e f determinam como vai ser a translação do conjunto X que resultará no conjunto Y .

[BARNESLEY 88] contém dois algoritmos (um determinístico e outro aleatório) para gerar imagens a partir dos SFI. A versão aleatória será a única apresentada aqui pois é a mais rápida e que exige menos memória.

Figura	a	b	c	d	e	f	p
Triângulo de Sierpinsky	0,5	0	0	0,5	0	0	0,33
	0,5	0	0	0,5	0	1	0,33
	0,5	0	0	0,5	1	1	0,34
Folha de Samambaia	0	0	0	0,16	0	0	0,01
	0,2	-0,26	0,23	0,22	0	1,6	0,07
	-0,15	0,28	0,26	0,24	0	0,44	0,07
	0,85	0,04	-0,04	0,85	0	1,6	0,85
Dragão	0,82	0,28	-0,21	0,86	-1,88	-0,11	0,79
	0,09	0,52	-0,46	-0,38	0,79	8,09	0,21
Jato	0,78	-0,55	-0,39	-0,84	2,36	7,8	0,92
	-0,2	0,0	-0,05	-0,21	-3,95	4,7	0,04
	0,12	-0,09	-0,10	-0,19	-1,19	9,64	0,03
	-0,07	-0,8	0,05	-0,02	4,45	2,08	0,01

Tabela 2.1: Parâmetros determinantes de 4 Sistemas de Funções Iteradas.

Um SFI é uma lista de transformações afins. A cada transformação T_i associamos 6 números reais: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i e f_i , cujo significado já foi mencionado e p_i que corresponde à probabilidade de escolhermos a transformação T_i a cada nova iteração do algoritmo. A tabela 2.1 mostra os parâmetros para a construção de quatro fractais.

O programa a seguir é uma implementação, na linguagem C, do algoritmo aleatório que gera o desenho de uma folha de samambaia. Ele começa com um ponto no centro da tela, aplica este ponto a uma das quatro transformações que determinam a folha de samambaia obtendo assim um novo ponto, acende o ponto correspondente na tela do computador e reaplica o novo ponto a outra transformação escolhida ao

Figura 2.9: Dragão

acaso. Este processo é repetido tantas vezes quantas forem necessárias para a obtenção da imagem na tela do computador. Para as imagens mostradas nesta seção foram utilizadas por volta de 25.000 iterações do algoritmo. A imagem resultante é chamada de *atrator* do SFI.

Figura 2.10: Samambaia

```
Samambaia()
{
    int    px,    py, k, i;
    float  x = 0, y = 0, novoX, j,
           a[4] = {0.0, 0.2, -0.15, 0.85},
           b[4] = {0.0, -0.26, 0.28, 0.04},
           c[4] = {0.0, 0.23, 0.26, -0.04},
           d[4] = {0.16, 0.22, 0.24, 0.85},
```

```

    e[4] = {0.0, 0.0, 0.0, 0.0},
    f[4] = {0.0, 0.2, 0.2, 0.2},
    p[4] = {0.01, 0.08, 0.15, 1.0};

for (i = 1; i < 25000; i++)
{
    j = (float)rand()/RAND_MAX; /* j recebe um número aleatório entre 0 e 1 */

    if (j < p[0]) k = 0; else
    if (j > p[0] && j < p[1]) k = 1; else
    if (j > p[1] && j < p[2]) k = 2; else
    if (j > p[2])          k = 3;

    novoX = (a[k] * x + b[k] * y + e[k]);
    y      = (c[k] * x + d[k] * y + f[k]);
    x      = novoX;

    px = (int)(x*500 - 100);
    py = (int)(y*125 - 100);

    if (px >= -320 && px < 320 && py >= -100 && py < 100)
        putpixel(px + 320, 100 - py, cor);
}
}/* Samambaia */

```

Veremos, em 5.2.4 como aplicar os SFI à composição musical. O modelo lá utilizado é um pouco diferente. Ao invés de acender pontos na tela de um computador, o algoritmo é modificado para incrementar⁷ o valor das posições de uma matriz bidimensional⁸. No início, a matriz começa com valores nulos em todas as posições. Depois de rodado o algoritmo SFI, as posições da matriz que contêm valores não nulos correspondem aos pontos do atrator do SFI. O conteúdo de cada posição da matriz corresponde ao número de vezes que o algoritmo passou por ela.

⁷Somar 1.

⁸Na verdade, a tela de um computador não deixa de ser uma matriz bidimensional.

Figura 2.11: Jato

2.7 CADEIAS DE MARKOV

Nesta seção apresentaremos conceitos matemáticos que foram amplamente utilizados na composição musical auxiliada por computadores.

Em um sistema isolado de n partículas basta sabermos a posição e a velocidade vetorial das n partículas em um determinado instante para prever toda a evolução do sistema nos instantes seguintes. Em outras palavras, não é necessário conhecer o passado do sistema para prever o seu futuro, basta o presente. Existe um modelo estocástico que tem um comportamento análogo: as cadeias de markov.

Suponha que o comportamento de um sistema é descrito por “fotografias” de suas partículas em intervalos de tempo constantes. Chamaremos cada umas destas “fotografias” de o **estado** do sistema num determinado instante. Assim, a evolução de um sistema com comportamento aleatório pode ser descrita por uma seqüência X_0, X_1, X_2, \dots de estados.

Seja \mathcal{E} um conjunto de estados

$$\mathcal{E} = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_k\}$$

A seqüência $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$, com $X_i \in \mathcal{E}$ para $i = 1, 2, 3, \dots$ será chamada de cadeia de Markov se para qualquer seqüência de estados $x_0, x_1, x_2, \dots, x_k$

$$P(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1}, \dots, X_0 = x_0) = P(X_k = x_k | X_{k-1} = x_{k-1})$$

Esta expressão matemática significa exatamente que a mudança do estado X_{k-1} para o estado X_k depende apenas de X_{k-1} , não depende dos estados anteriores.

As probabilidades condicionais $P(X_k = e_i | X_{k-1} = e_j)$ de sair do estado j no instante $k - 1$ e chegar ao estado i no instante k é chamada de **probabilidade de transição**.

Uma **tabela de transição** de uma cadeia de Markov é uma tabela que indica as probabilidades das transições de cada estado para cada estado. Se tivermos, por exemplo, três estados (e_1, e_2, e_3) uma possível tabela de transição é a seguinte:

	e_1	e_2	e_3
e_1	0,33	0,33	0,34
e_2	0,25	0,25	0,5
e_3	0,0	0,8	0,2

Tabela 2.2: Tabela de transição de primeira ordem.

A terceira linha, por exemplo, indica que, estando no estado 3, não se vai diretamente para o estado 1, move-se para o estado 2 com probabilidade 0,8 ou permanece-se no estado 3 com probabilidade 0,2.

A tabela 2.2 é uma tabela de transição de primeira ordem pois só o estado atual interessa para sabermos as probabilidades das transições para os outros estados. Quando estamos trabalhando com cadeias de Markov, tabelas de primeira ordem são suficientes. Outros modelos, no entanto, necessitam da informação do estado em instantes passados e portanto são necessárias tabelas de maior ordem. A seguir, um exemplo de tabela de transição de segunda ordem num modelo de dois estados $(e_1$ e $e_2)$.

	e_1	e_2
e_1e_1	0,5	0,5
e_1e_2	0,25	0,75
e_2e_1	0,1	0,9
e_2e_2	0,8	0,2

Tabela 2.3: Tabela de transição de segunda ordem.

A segunda linha da tabela 2.3 indica que tendo passado pelo estado 1 e, em seguida, pelo estado 2, estaremos, no instante seguinte, no estado 1 com probabilidade 0,25 ou no estado 2 com probabilidade 0,75.

Tabelas de transição de diversas ordens foram usadas para a composição musical. O primeiro a utilizar esta técnica foi Lejaren Hiller (ver 3.1.1) na década de 50, A idéia de Hiller foi criar um sistema onde cada estado correspondia a uma nota musical. Hiller analisou composições tradicionais e calculou qual a probabilidade de uma determinada voz executar uma nota x dado que ela estava executando uma nota y .

Com estes dados, Hiller montou tabelas de transição com uma linha e uma coluna para cada nota musical e gerou melodias fazendo com que o computador computasse o movimento melódico aleatoriamente seguindo as probabilidades da tabela.

Note que através das tabelas de transição é possível manipular qualquer parâmetro de uma composição musical e não só a altura das notas. A seguir, uma tabela de transição de primeira ordem que pode ser usada para gerar melodias diatônicas. As probabilidades foram extraídas da melodia de *Lua de São Jorge* de Caetano Veloso.

	Dó#3	Ré3	Mi3	Fa#3	Sol#3	La3	Si3	Dó#4	Ré4
Dó#3	0	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0
Ré3	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Mi3	0,25	0	0,125	0,625	0	0	0	0	0
Fa#3	0	0	0,273	0	0,182	0,273	0,272	0	0
Sol#3	0	0	0	0,75	0	0,25	0	0	0
La3	0	0	0	0	0,545	0	0,455	0	0
Si3	0	0	0,167	0	0	0,417	0	0,416	0
Dó#4	0	0	0	0	0	0,125	0,5	0	0,375
Ré4	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Tabela 2.4: Tabela de transição gerada a partir de *Lua de São Jorge* de Caetano Veloso.

A música gerada com cadeias de Markov é bem organizada se for analisada localmente. Porém, globalmente, é uma música completamente aleatória. A utilização de tabelas de transição de ordem superior aumenta a correlação entre as notas próximas mas a música ainda parece dispersa se for analisada o seu todo. Na seção 6.1 mostramos os resultados da pesquisa de Richard Voss que apresenta um método de geração de música com alta correlação tanto local quanto global.

2.8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Uma introdução aos conceitos básicos de análise matemática como conjuntos, funções, seqüências, topologia, derivadas e integrais pode ser encontrada em [LIMA 87].

Fractal Everywhere, [BARNSELEY 88], é baseada num curso de geometria fractal ministrado pelo autor na *School of Mathematics at Georgia Institute of Technology* e destinado a alunos que tenham tido pelo menos dois anos de cálculo. Aborda, de uma forma didática, os Sistemas de Funções Iteradas, contém uma introdução aos espaços métricos, definições de dimensão fractal, de dimensão de Hausdorff-Besicovitch e de inúmeros outros assuntos relativos a geometria fractal não abordados no presente texto.

A referência para o movimento Browniano, ruídos $\frac{1}{f}$, medida de Hausdorff e para a dimensão de Hausdorff-Besicovitch é a “bíblia” dos fractais: *The Fractal Geometry of Nature*, [MANDELBROT 83].

Cadeias de Markov é o assunto do capítulo 5 do livro *Probability and Stochastic Processes*, [BREIMAN 69].

Capítulo 3

A MÚSICA DIGITAL

“Não sabendo que era impossível,
ele foi lá e fez.”

Jean Cocteau

A expressão “música através do computador” ou, como iremos nos referir daqui para frente, “**música digital**” engloba uma grande variedade de práticas composicionais.

O computador pode ser utilizado para gerar partituras a partir do processamento de certos dados e a partir desta partitura a música pode ser executada por instrumentos convencionais.

Alternativamente, o computador pode produzir um sinal digital pronto para ser submetido a um conversor digital-analógico, amplificador e a um alto-falante¹, sendo assim ele próprio o instrumento musical gerador do som.

Finalmente, podemos ter o computador como uma máquina controladora de diversos equipamentos analógicos de estúdio nos chamados sistemas híbridos.

Não consideraremos música digital aquela na qual o computador tem um papel passivo, isto é, utilizar o computador apenas como um editor de partituras ou como um seqüenciador² não é fazer música digital.

Toda a produção da música digital, em seus primórdios, foi realizada nos laboratórios da empresa telefônica Bell em New Jersey, no *Institut de Recherche et*

¹Ver APÊNDICE I

²Ver APÊNDICE I

Figura 3.1: Síntese digital do som.

Coordination Acoustique/Musique (IRCAM) em Paris, e nas grandes universidades americanas pois estas, em geral, contavam com centros de computação de fácil acesso aos pesquisadores.

No início dos anos 70, alguns estúdios começaram a comprar computadores menores que não se prestavam à síntese direta do som devido às suas limitadas capacidades mas se prestavam, sim, a um trabalho híbrido onde o computador controlava aparelhos analógicos como osciladores, filtros, amplificadores e alto-falantes³.

Com a popularização dos microcomputadores na década de 80, ficou fácil para qualquer interessado, desde que disponha dos recursos financeiros necessários, comprar um pequeno sistema (pequeno no tamanho, mas grande em termos de capacidade de processamento) no qual seja possível desenvolver um trabalho de música digital. Infelizmente, ainda hoje, no início da década de 90, nós, cidadãos do terceiro mundo, temos dificuldade de acesso a tais máquinas.

3.1 O COMPUTADOR NA COMPOSIÇÃO

Antes de ser utilizado na síntese do som ou como controlador de sistemas analógicos, o computador foi primeiro utilizado como ferramenta de auxílio à composição. Lejaren Hiller e Iannis Xenakis foram os primeiros nomes significativos a pensar numa música onde o computador tivesse um papel fundamental no momento da composição. No fim da década de 50, ambos utilizavam o computador para gerar notas musicais que depois de impressas eram transcritas para notação tradicional e

³Ver APÊNDICE I

então executadas por instrumentos convencionais.

Segundo [BARRAUD 68], uma década e meia antes do trabalho de Xenakis, um grupo de músicos franceses (não identificados por Barraud) levou ao extremo a idéia da utilização da informática. Para eles, era proibido alterar as criações do computador. Estas deviam ser executadas com perfeição. Esta rigidez fez com que o grupo não alcançasse notoriedade no meio musical. Já Xenakis, mais flexível, via o computador como uma ferramenta e não como um ser supremo.

Podemos classificar os algoritmos ⁴ utilizados na composição em dois grandes grupos: os algoritmos não-determinísticos, onde a execução depende de escolhas aleatórias e, portanto, a cada ativação temos um resultado diferente e os algoritmos determinísticos onde cada programa produz uma única saída de acordo com seus parâmetros de entrada.

3.1.1 COMPOSIÇÃO NÃO DETERMINÍSTICA

Xenakis, com sua sólida formação matemática, explorou basicamente os algoritmos não determinísticos, aqueles que envolviam o acaso. Baseou o seu trabalho na lei dos grandes números⁵, a base da teoria das probabilidades criando assim a chamada “Música Estocástica”⁶. O grande número de cálculos exigidos por seus métodos levou-o ao uso da informática. Quando tornou públicas suas intenções foi atacado por todos os lados. “Música aleatória? Um absurdo!” era uma frase ouvida com frequência. Sobre isso, Henry Barraud escreve em seu *Para Compreender as Músicas de Hoje*:

“Numa primeira abordagem, tal processo [estocástico], aplicado à formação de uma obra de arte pode parecer extravagante. E isso sobretudo porque com relação à criação artística encontram-se no grande público concepções simplistas e românticas, popularizadas pelo livro e cinema, e que os próprios compositores, aliás, não deixaram (...) de sustentar (...). Isso é romance de folhetim ou história em quadrinhos. Se se considera a criação artística de uma forma um pouco mais realista, percebe-se a complexidade vertiginosa dessa operação mental, as inúmeras opções

⁴Ver APÊNDICE I

⁵Ver [HOEL 78]

⁶Este termo, de origem matemática, se refere à lei dos grandes números.

que se oferecem ao pensamento durante seu percurso, as escolhas ininterruptas que, (...) arriscam tanto a afastá-la como levá-la a um fim que (...) nem ao menos está claramente definido. Isso tudo poderia ser finalmente representado por torrentes impressionantes de equações, e a solução final do problema é feita de soluções parciais postas lado a lado, em cada uma das quais atua mais ou menos conscientemente uma espécie de cálculo das probabilidades, uma escolha entre multidões de possíveis.”

As referências mais antigas sobre de uso do computador na música datam de 1956. E, coincidentemente, duas experiências distintas de composição com o computador foram realizadas neste ano.

Dois matemáticos da empresa americana *Burroughs*, Martin Klein e Douglas Bolitho, foram, possivelmente, os autores da primeira peça de música digital. Trabalhando com um computador chamado DATATRON, os pesquisadores “inspiravam”⁷ a máquina com um número aleatório de 10 dígitos. Este número era uma semente para a geração de 1000 novos dígitos cada um representando uma nota musical. O programa, então “motivava” o DATATRON a escolher sucessivamente uma destas mil notas e testar sua “aceitação melódica”.

No dia 15 de julho de 1956 foi ao ar pela KABC-TV de Los Angeles a peça *Push Button Bertha* que foi um dos resultados dos experimentos de Klein e Bolitho.

A peça que, em geral, é considerada como a primeira da música digital é a *Illiatic Suite* composta a partir de 1955 por Lejaren Hiller e Leonard Isaacson utilizando o computador Illiac da Universidade de Illinois. Também em julho de 1956, foi realizado um concerto onde trechos desta obra foram executados. A versão final foi publicada em 1957.

Diferentemente da peça *Push Button Bertha*, os procedimentos para a composição da Illiac Suite são bem conhecidos. Um programa gerava alturas, durações, e as demais características da peça aleatoriamente. No primeiro movimento, cada dado novo gerado só era acrescentado à música se respeitasse determinadas regras baseadas na música tradicional. O programa gerava um número no intervalo de 0 a 15 que correspondia às notas de duas oitavas da escala diatônica de DÓ, as notas cor-

⁷Os termos entre aspas são originários de um texto de autor anônimo publicado pela *Burroughs* em agosto de 1956.

respondentes a estes números tinham que respeitar as regras melódicas e harmônicas do contraponto de primeira espécie⁸ Se uma nota formava uma dissonância ou um salto não permitido, esta nota era descartada e uma nova era gerada aleatoriamente. O segundo movimento inicia-se totalmente aleatório e, a medida que o tempo passa, são impostas regras do contraponto. No fim do movimento temos um perfeito contraponto de nota contra nota a quatro vozes. O terceiro movimento utiliza as doze notas e apresenta grande complexidade e variedade rítmica. O último movimento utiliza cadeias de Markov⁹.

Na sua *Computer Cantata*, Hiller explorou não só as tabelas de transição¹⁰ de primeira ordem (cadeias de Markov) mas também as de segunda, terceira, quarta e 0-ésima ordem para obter aproximações probabilísticas da obra *Three Places in New England* de Charles Ives. Hiller delineava o perfil geral de trechos da cantata determinando o comportamento da dinâmica e da densidade de notas no decorrer do tempo, os detalhes eram determinados pelo computador que obedecia à tabela de transição. Outros trechos utilizavam técnicas seriais ou o controle de conceitos teóricos como a “dissonância harmônica”.

Para Iannis Xenakis, a música do século XX estava se desenvolvendo de tal maneira que o que interessava não eram mais as pequenas formas, as células rítmicas e melódicas, mas sim, o desenho global da obra, as densidades, os blocos sonoros. Henry Barraud cita Xenakis em [BARRAUD 68]:

“No século XIX, havia uma linguagem formada, codificada. (...) Havia convenções sociais, estas convenções explodiram, não foram substituídas. Em consequência disso, a sensibilidade já não tem convenções para se exprimir. Ela se exprime de uma outra maneira(...)”

A principal meta de Xenakis era determinar as características dos blocos sonoros que queria criar e escrever programas de computador que criassem blocos sonoros com estas características. Xenakis desenvolveu o Programa de Música Estocástica (SMP) onde descrevia seções de suas músicas utilizando analogias ao modo como

⁸Ver [Koellreutter 89]

⁹Ver seção 2.8

¹⁰Ver seção 2.8

nuvens são vistas - como uma distribuição estatística das partículas. O desenho, a densidade, a taxa de mudança de um grupo de elementos era, para Xenakis, muito mais importante que um elemento isolado.

Gottfried Michael Koenig, após trabalhar com Stockhausen no estúdio de música eletrônica da rádio de Colônia, na década de 60, foi para a Holanda dirigir o *Institute of Sonology at Utrecht State University* que se tornou o centro da música digital européia.

Koenig desenvolveu dois sistemas. O PROJECT 1, baseado nos princípios tradicionais da música serial mas que não proporcionava ao usuário um bom controle sobre o material produzido, e o PROJECT 2 que era um software de uso geral que permitia um controle de muitos parâmetros relativos ao produto final. Inicialmente, no PROJECT 2, o usuário determina, para cada parâmetro (duração, altura, timbre, etc.) um conjunto de possíveis ocorrências. Por exemplo, para o parâmetro duração, o usuário diz qual são as durações que poderão aparecer na peça produzida. Em seguida, para um certo parâmetro, o usuário escolhe entre 6 possíveis regras de seleção dos elementos de um conjunto:

- ALEA: onde o computador seleciona aleatoriamente qualquer elemento do conjunto. No exemplo das durações, o computador escolhe aleatoriamente uma das durações determinadas pelo usuário.
- SERIES: a escolha aleatória é feita de tal modo que, entre duas ocorrências de um mesmo elemento, todos os outros elementos apareçam.
- RATIO: entre duas ocorrências de um mesmo elemento, um determinado número (que varia conforme o elemento) de outros elementos aparecem.
- GROUP: produz repetições dos elementos em grupos.
- SEQUENCE: permite ao usuário determinar a ordem na qual os elementos aparecem.
- TENDENCY: aplica “máscaras” ao gerador aleatório ajustando dinamicamente o conjunto de valores que podem ser selecionados.

Este conceito de máscara foi o ponto principal do sistema POD desenvolvido posteriormente por Barry Truaux. O sistema POD foi utilizado em inúmeras composições. Entre elas podemos citar *Nautilus* para percussão solo e quatro pistas de som sintetizado por computador composta em 1976. Truaux utilizou máscaras para controlar a frequência e a densidade de componentes FM¹¹. A parte performática desta obra se assemelha a *Zyklus* de Stockhausen para percussão solo. O executante permanece no centro de um círculo formado por instrumentos de quatro famílias (tambores, madeiras, metais pesados e metais leves). Em *Nautilus*, o percussionista é livre para escolher a ordem na qual as oito seções da peça serão executadas.

As experiências de Charles Wuorinen com música digital giraram em torno da geração de alturas com padrão equivalente ao ruído $\frac{1}{f}$ ¹² e resultaram no seu livro *Simple Composition* de 1979.

Larry Austin, um nome importante da música de vanguarda desde a década de 60, tem utilizado computadores tanto como ferramenta de auxílio à composição quanto como meio de síntese do som. Austin tem como um de seus temas a utilização de fenômenos naturais, como costas litorâneas e perfis de montanhas na determinação de parâmetros musicais. Na sua composição *Canadian Coastlines* (1981), Austin usa trechos do litoral canadense para determinar o ritmo, a dinâmica, a densidade, e os intervalos melódicos. A primeira audição desta peça, encomendada por uma rádio canadense, foi executada com os músicos em três cidades diferentes: Toronto, Halifax e Winnipeg. O som vindo destas três cidades foi mixado e retransmitido para todo o Canadá.

Charles Dodge possui um extenso trabalho envolvendo a música digital. Co-autor do livro *Computer Music: Synthesis, Composition and Performance* [DODGE e JERSE 85], compôs inúmeras obras utilizando o computador como ferramenta de auxílio. Dodge ouviu Mandelbrot falar sobre seu trabalho em geometria fractal e isto lhe deu um grande impulso criativo. Desde 1984, quando escreveu a sua primeira peça baseada na geometria fractal, *Profile*, Dodge utilizou os fractais em varias obras tais como *Roundelay* (1985) para coro SATB e fita magnética, *A Postcard from the*

¹¹Ver APÊNDICE I

¹²Ver seção 2.6

Volcano (1986) para soprano e fita magnética, *Song Without Words* (1986) para computador sintetizador e *Viola Elegy* (1987) para viola e fita magnética contendo sons gerados por computador.

Na seção 5.2 veremos mais detalhadamente algumas técnicas composicionais utilizadas por Dodge.

3.1.2 COMPOSIÇÃO DETERMINÍSTICA

No campo da composição determinística, temos Dexter Morrill que escreveu um estudo para trompete e fita magnética utilizando um programa denominado SCORE desenvolvido em Stanford por Leland Smith. SCORE entre outras coisas, era capaz de alterar um motivo criado pelo usuário devolvendo-o transposições, expansões, compressões rítmicas e melódicas, inversões, retrogradações, etc. Este estudo, escrito em 1975, apresenta frases de trompete que são respondidas pela fita tocando transformações, realizadas pelo SCORE, da frase do trompete.

Esta técnica é chamada de composição motívica pois trabalha em cima de transformações de motivos. Outro compositor que utilizou esta técnica foi Gareth Loy. Em sua tese de doutorado, Loy apresenta a peça *Nekyia* (1979) na qual utiliza não só as transformações motívicas tradicionais como transposições e inversões mas também transformações que só podem ser executadas por computador. Por exemplo, Loy repete sucessivamente uma frase melódica e a expande gradualmente a medida que o tempo passa. Ou seja, Loy aumenta gradualmente o tamanho de cada intervalo da melodia. Algo semelhante é feito com um motivo rítmico mas, ao invés de expandido, ele é transformado no seu inverso ¹³.

Compositores como Conlon Nancarrow, John Melby e, o já citado, Larry Austin utilizaram o cânone imitativo como técnica de composição. O computador permite não só a transposição das frases da voz principal para outras alturas mas também o controle do andamento na qual estas vozes executam estas frases. Na peça *Study No. 36 for Player Piano* de Nancarrow (1977), quatro vozes executam a mesma melodia iniciando-as em alturas distintas. A primeira voz executa 85 compassos por minuto, a segunda, 90 compassos por minuto, a terceira, 95 e a quarta, 100. A ordem de entrada das vozes e do fim da execução de cada uma delas pode ser vista

¹³O inverso é o que obtemos lendo o ritmo de trás para frente.

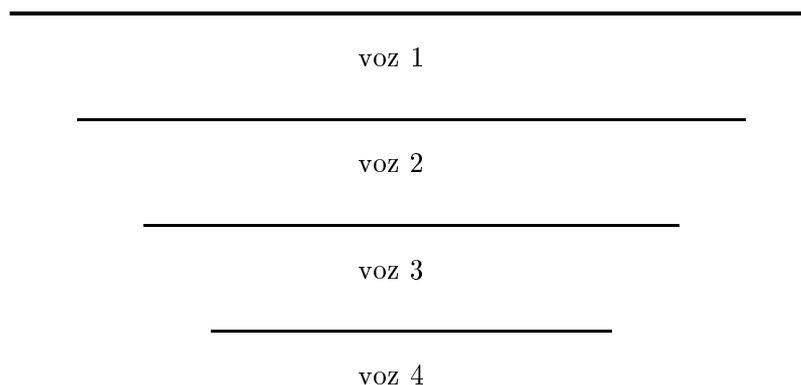


Figura 3.2: Diagrama das vozes em *Study No.36 for Player Piano* de Conlon Nan-carrow.

no diagrama da figura 3.2.

As vozes começam defasadas, vão se aproximando até atingirem o uníssono no ponto central da peça e, a partir daí, começam a se distanciar novamente.

John Melby e Barry Vercoe utilizaram o computador como ferramenta de auxílio à composição dodecafônica. Os cálculos envolvidos na transposição, inversão e retrogradação das séries foram realizadas por computador dando, assim, mais agilidade ao processo composicional.

Charles Ames, um bacharel em matemática e em composição musical, continuou seus estudos num mestrado em composição musical na *State University of New York at Buffalo* com Morton Feldman e Lejaren Hiller tendo sido assistente do último.

Ames, inicialmente interessado no computador como meio de execução musical, passou a utilizá-lo para a composição automática de peças para instrumentos acústicos.

Para compor a peça *Protocol* para piano solo apresentada pela primeira vez em 1981, o compositor montou um complexo sistema computacional. Ames fez uso de um método de uma sub-área da Ciência da Computação, a Inteligência Artificial. Este método é utilizado em jogos de tabuleiro como xadrez, damas, e otelo. Nos

jogos, o método consiste em elaborar uma função, chamada de *heurística*, que avalia se uma determinada disposição das peças no tabuleiro é boa ou não para o computador (que é um dos jogadores). Esta função atribui uma nota a cada configuração do tabuleiro. O computador percorre então, toda uma árvore de possibilidades de jogadas, suas e do adversário, e então escolhe o movimento que obtém a maior nota na heurística adotada.

Aplica-se este método à música definindo-se uma heurística que avalia um trecho musical segundo a qualidade harmônica, dependência ou independência das vozes, presença, ou não, de quintas e oitavas paralelas. O computador seleciona entre um repertório de possibilidades aquela que é julgada a melhor pela heurística. Detalhes sobre a estruturação de *Protocol* podem ser encontrados em [AMES 82].

3.1.3 SÍNTESE DO SOM

O som pode ser considerado como uma variação da pressão do ar em função do tempo. Quando fazemos um diapasão afinado na nota lá emitir o seu som característico estamos produzindo perturbações na pressão do ar 440 vezes por segundo. Se um computador ligado a um alto-falante faz com que o ar vibre 440 vezes por segundo estaremos sintetizando um lá através do computador.

As primeiras tentativas de utilizar o computador como uma ferramenta para sintetizar o som datam do meio da década de 50. Pesquisadores dos *Bell Telephone Laboratories* estavam interessados em transmitir conversações telefônicas de uma forma digitalizada: o som era transformado em uma seqüência de bits ¹⁴ que eram transmitidos pelo fio telefônico e, ao chegar na outra extremidade, transformados novamente em ondas sonoras. As dificuldades encontradas em transmitir várias conversas simultaneamente por uma só linha telefônica levaram ao uso do computador como ferramenta de auxílio. Assim, pela primeira vez, o computador foi utilizado na manipulação do som.

Os sistemas telefônicos só tinham uma certa fidelidade numa pequena gama de frequências concentradas na parte inferior do espectro sonoro. A equipe de pesquisadores, então, começou a trabalhar com a idéia de que seria possível, através da digitalização do som, construir-se um sistema telefônico tão fiel quanto uma trans-

¹⁴Ver APÊNDICE I

missão radiofônica ¹⁵.

Foi neste clima de investigação que Max Mathews, engenheiro da Bell, começou a explorar o uso do computador como meio de produção de efeitos sonoros. Suas primeiras tentativas foram dois programas experimentais: MUSIC I, de 1957 e MUSIC II de 1958. Ambos produziam sons muito simples sendo que MUSIC I e MUSIC II utilizavam, respectivamente, uma e quatro funções que geravam ondas sonoras triangulares. O computador utilizado foi um IBM 704 que, para os padrões atuais seria uma grande e lenta máquina cheia de fios e válvulas.

Em 1959, a *Bell* comprou o moderníssimo IBM 7094, um computador de segunda geração, sem válvulas, com circuitos baseados em transistores (uma máquina bem mais rápida que o IBM 704 mais ainda muito mais lenta que um PC atual). Com ele, Mathews produziu o MUSIC III já bem mais elaborado que seus antecessores. Esta série de programas continuou sendo desenvolvida. Em 1973, foi escrito, no *MIT*, o MUSIC 11.

Em geral, estes programas têm um esqueleto parecido. O que foi sendo melhorado é a qualidade do som gerado digitalmente. Para sintetizar um som, o computador efetuava cálculos matemáticos para especificar as características da onda sonora, produzindo para tal, cadeias de bits que representavam estas características. A fidelidade do resultado dependia tanto da velocidade com que estes bits eram transmitidos quanto da precisão com que eles representavam a onda sonora.

As versões mais sofisticadas do MUSIC continham rotinas que simulavam equipamentos de estúdio como osciladores, filtros, unidades de reverberação e moduladores de envoltória¹⁶ e uma vez que estes equipamentos eram simulados por software, a única limitação para o número de unidades era o tamanho da memória do computador utilizado. Com isso, uma grande gama de timbres podia ser sintetizada.

A geração das ondas era baseada no princípio da síntese aditiva, isto é, ondas eram produzidas através da soma de componentes sinusoidais ¹⁷. Podemos citar como exemplo de síntese aditiva a composição de um som fundamental ao seu segundo harmônico que nos dá como resultado uma onda parecida com aquela produzida pelo oboé como mostra a figura 3.3.

¹⁵ Os modernos CD's guardam o som de forma digitalizada e alcançam uma fidelidade inigualável por métodos analógicos.

¹⁶ Ver APÊNDICE I

¹⁷ Ver APÊNDICE I

Figura 3.3: Som fundamental, segundo harmônico e a composição dos dois.

Na década de 70, John Chowning desenvolveu em *Stanford* pesquisas sobre a manipulação de sons gerados através da modulação por frequência e da modulação por amplitude (FM e AM)¹⁸. No entanto, dois fatores dificultaram o desenvolvimento desta técnica. Primeiramente, esta técnica não proporciona ao compositor um domínio total sobre o som produzido, e em segundo lugar, o uso indiscriminado que se fez dos timbres gerados através da FM saturou os ouvidos dos estudiosos e do público. Os timbres de FM marcaram a música popular graças à enorme difusão do sintetizador DX-7 da YAMAHA que utilizava esta técnica.

Infelizmente, a predominância de peças experimentais concebidas por cientistas ao invés de compositores experientes contribuiu para o ceticismo dos músicos com relação à música digital.

Algumas modificações do MUSIC V e do MUSIC 10 realizadas no IRCAM permitiram que sons gerados externamente como o som de um violino ou o barulho da chuva, por exemplo, fossem digitalizados e processados dentro do computador. Este ancestral dos modernos *samplers*¹⁹ deram vida nova à música digital.

¹⁸ Ver APÊNDICE I

¹⁹ Veja 3.1.5

3.1.4 SISTEMAS HÍBRIDOS

Uma das primeiras tentativas de se desenvolver sistemas de instrumentos analógicos de estúdio controlados por computador foi realizada por James Gabura e Gustav Ciamaga na Universidade de Toronto, em 1965, resultando num sistema de controle em tempo real para dois osciladores e dois reguladores de amplitude comandados por um IBM 1620. Mas foi Mathews, o criador da série MUSIC, quem primeiro construiu um potente sistema híbrido nos laboratórios da *Bell Telephone*, o sistema GROOVE (“Generated Real-time Output Operations on Voltage-controlled Equipment”).

O sistema consistia de um computador central, unidade de disco, unidade de fita magnética, uma interface para os equipamentos analógicos e dois conversores que forneciam as coordenadas horizontais e verticais para um vídeo. Este último permitia ao compositor uma visualização do que estava ocorrendo com o sistema. O operador dispunha de um teclado (tipo máquina de escrever) onde digitava comandos, um teclado como o de um piano com vinte e quatro notas, um *joystick* tridimensional e um botão giratório. Todo esse sistema controlava doze osciladores, sete amplificadores e dois filtros. Opcionalmente, existiam outros equipamentos que podiam ser conectados conforme a conveniência.

Em [MANNING 89], o autor cita um artigo apresentado por Mathews na conferência “Música e Tecnologia” organizada pela UNESCO em Stocolmo em 1970, ele via o GROOVE como uma orquestra regida pelo operador do sistema, ou seja, o compositor:

“(...) o computador deve conter a partitura e o executante deve influenciar o modo pelo qual ela é tocada (...) O modo de reger consiste em girar botões e apertar teclas ao invés da manipulação de uma batuta, mas isto é um detalhe mecânico menor (...) O programa é basicamente um sistema para criar, guardar, recuperar e editar funções do tempo. Ele permite a composição de funções temporais em arquivos guardados no disco; recupera funções arquivadas (partitura), combina-as com funções da entrada (as funções do regente) a fim de gerar as funções de controle que dirigem o sintetizador analógico (...)”.

No mesmo período, Peter Zinovieff desenvolvia, em Londres, outro importante

sistema híbrido: o MUSYS III. Ele era formado por dois pequenos computadores, uma unidade de disco, osciloscópio, 252 osciladores, 64 filtros, moduladores de envoltória, amplificadores, dois geradores de ruído (um que gerava ruído branco²⁰ e tinha sua saída filtrada e outro que simulava instrumentos de percussão de altura não definida) e conversores analógico-digitais que permitiam o uso de sons gerados fora do sistema. Com este último equipamento, era possível captar-se um som externo e analisar, por exemplo, o seu espectro²¹. Algumas obras foram compostas utilizando o MUSYS III como *Chronometer* de Harrison Birtwistle e *Glass Music* de Hans Werner Henze.

Um terceiro importante sistema híbrido foi o desenvolvido no *Elektronmusikstudion* de Estocolmo. Devido à sua distância do resto da Europa, este sistema foi menos utilizado.

3.1.5 AS NOVAS TECNOLOGIAS

Em 1975, John Appleton, Sydney Alonso e Cameron Jones produziram, no Dartmouth College, New Hampshire, EUA, o protótipo do Synclavier.

O Synclavier é um sistema compacto constituído de um banco de geradores de timbres que foi posteriormente comercializado pela *New England Digital Corporation*. Tinha a capacidade de gerar de oito até trinta e duas vozes dependendo do modelo. O sistema era controlado por um microprocessador e possuía teclado musical, teclado para entrada de comandos, unidade de disco, memória para armazenar a “partitura”, monitor de vídeo e inúmeros botões de controle. Tudo isso podia ser disposto em uma pequena mesa de menos de um metro quadrado.

Passados quinze anos, qualquer grupo de música popular possui um sintetizador YAMAHA, ROLAND, KORG, ou similar.

Na década de 80 começaram a ser comercializados os *samplers* que são sistemas digitais que manipulam sons gerados externamente. Pode-se, por exemplo, gravar o som de um instrumento acústico e em seguida tocar o teclado do *sampler* emitindo o timbre do instrumento gravado.

Uma padronização importante foi realizada em 1983 quando os principais fabricantes de sintetizadores se reuniram e elaboraram o MIDI (Musical Instrument

²⁰ Ver APÊNDICE I

²¹ Ver APÊNDICE I

Digital Interface) que é um protocolo de comunicação entre computadores, sintetizadores, *samplers* e instrumentos musicais. Com o MIDI pode-se montar um sistema utilizando componentes de diferentes modelos e fabricantes tanto em termos de *software* quanto de *hardware*.

No início da década de 90, a YAMAHA lançou o SY99 que combina sons gerados de duas maneiras. A primeira é chamada de AFM (*Advanced Frequency Modulation*) que é um aperfeiçoamento da FM convencional e a segunda é a AWM (*Advanced Wave Memory*). Para gerar sons AWM, sons de instrumentos acústicos e eletrônicos são previamente gravados em estúdios e suas formas de onda são armazenadas na memória do SY99 sob a forma de cadeias de bits. Ao ser solicitado o sintetizador reproduz a forma de onda que está armazenada em seus circuitos eletrônicos.

Nesta mesma década, presencia-se a proliferação de *softwares* editores de partituras, manipuladores de ondas sonoras e seqüenciadores. Existem versões destes programas para computadores da linha IBM-PC, ATARI, MACINTOSH e para o NeXT que é o computador mais adequado para a produção de música digital atualmente.

Paralelamente, têm surgido instrumentos cuja finalidade é a interação do homem com as máquinas. Um exemplo interessante é apresentado em [BAUER e FOSS 92]. Um executante fica dentro de um quadrado, cujos lados medem seis metros, carregando um transmissor de rádio e um microfone. Em cada vértice do quadrado existe um alto-falante que emite ultra-sons. Os ultra-sons são captados pelo microfone do executante que transmite o sinal de rádio correspondente para um receptor acoplado a um sistema computacional que se encontra fora do quadrado. De acordo com o sinal recebido, o sistema pode calcular a posição, a velocidade e a aceleração do executante com uma precisão muito boa. A partir daí, depende da imaginação do compositor relacionar estas três informações (posição, velocidade e aceleração) aos parâmetros de uma execução musical. Com este instrumento, o ato de tocar uma música se transforma numa verdadeira dança.

Um equipamento semelhante, porém reduzido, é o *rádio baton*²². que é uma caixa de aproximadamente quarenta centímetros de lado contendo cinco receptores de rádio. O executante segura dois bastões (*batons*) que contêm transmissores em

²²Também chamado de *Radio Drum*.

suas extremidades. O instrumento envia dados sobre a movimentação dos bastões para um computador que se encarregada da execução da música.

Em agosto de 1992, John Appleton apresentou, no Festival de Música Nova em Santos e São Paulo, algumas de suas composições para este instrumento destacando-se a *Pacific Rimbombo* (1992) para *radio baton* solo. Nesta última, o *radio baton* foi utilizado para controlar a dinâmica, os timbres e o andamento da música. Como disse o próprio Appleton, a vantagem do *radio baton* é que, com ele, o executante pode se preocupar exclusivamente com as nuances da interpretação, o computador é quem toca as notas. E o computador nunca erra.

Em termos de composição musical assistida por computador, a grande novidade, além dos fractais, é o uso de um novo campo da Ciência da Computação denominado *Inteligência Artificial*. As experiências em Inteligência Artificial tentam simular eletronicamente a inteligência humana. As três técnicas mais difundidas de Inteligência Artificial são os *Sistemas Especialistas*, as *Redes Neurais* e as *buscas heurísticas em árvores de possibilidades*. Esta última técnica foi a utilizada por Ames na composição de *Protocol*²³.

Um Sistema Especialista imita o comportamento de um especialista num determinado assunto. É formado por um grande banco de dados que guarda as possíveis decisões de um especialista em certas situações. Se o especialista é um compositor que utiliza o sistema dodecafônico, então o banco de dados deve guardar informações para a escolha da série sem repetições de notas, as decisões do especialista sobre o uso da série inversa ou retrógrada, e assim por diante.

As *Redes Neurais* procuram simular o funcionamento do cérebro humano através de uma rede de “neurônios” algorítmicos. A revista *Computer Music Journal* dedicou dois de seus números às redes neurais musicais, 13(3) e 13(4). Os números 16(1) e 16(2) abordam os últimos avanços na Inteligência Artificial voltados para a música.

A aplicação das técnicas de Inteligência Artificial à música é com certeza o campo mais promissor para pesquisas em música digital neste fim de século e talvez uma das principais ferramentas dos músicos do século XXI.

²³ Ver seção 3.1.2

3.1.6 A MÚSICA DIGITAL NO BRASIL

Todos os grandes passos na história da música digital foram dados dentro de universidades ou de Institutos de pesquisa como o IRCAM na França. Sem o respaldo destas instituições, a música através do computador estaria num estágio muito menos avançado. É isso o que ocorre no Brasil. Em plena década de 90, quase 40 anos depois das primeiras experiências de Hiller, as grandes universidades brasileiras ainda não dispõem de equipamentos adequados voltados para a produção de música digital. Pode-se tentar culpar as dificuldades financeiras próprias de países do terceiro mundo, mas isto seria ocultar as verdadeiras razões. Com o dinheiro gasto na compra de um simples piano de armário, seria possível montar um razoável laboratório de música digital.

Felizmente, parece que as universidades estão modificando o seu comportamento. Em 1992, foram adquiridos equipamentos pela UFMG, pelo Departamento de Comunicação e Semiótica da PUC-SP, pelo SESC-SP e já se fala na aquisição de equipamentos pelo Instituto de Artes da UNESP e pelo Departamento de Música da ECA-USP. Resta saber se todos estes projetos serão efetivamente colocados em prática. A omissão das universidades fez com que os compositores adquirissem seus próprios equipamentos e desenvolvessem trabalhos em pequenos grupos isolados.

Desconheço qualquer publicação a respeito do trabalho em música digital desenvolvido no Brasil. Este seria um belo tema para uma pesquisa de campo que abordasse as experiências dos compositores, radicados no Brasil, que já tiveram contato com a música digital. Alguns dos nomes a consultar seriam: Aluizio Arcela Júnior, Conrado Silva, Fernando Iazzetta, Florivaldo Menezes Filho, Frederico Richter, José Augusto Mannis, Rodolfo Coelho de Souza, Ruriá Duprat e Wilson Sukorski.

3.2 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Referências históricas a respeito da música do século XX podem ser encontrados em [BARRAUD 75], [GRIFFITHS 81 e 87], [PAZ 76] e [STUCKENSCHMIDT 75]. Em [EMMERSON 85], [HOWE 75], [MANNING 89] e [STRANGE 72] temos referências específicas em relação à música eletrônica. Finalmente em [AMES 87], [DODGE 85], no artigo de Lejaren Hiller em [LINCOLN 70], em [MANNING 89],

em [MATHEWS 69] temos textos que abordam a música digital de forma mais detalhada. O *Computer Music Journal*, uma publicação quadrimestral do Massachusetts Institute of Technology (MIT), é sempre a publicação mais atualizada sobre o assunto.

Capítulo 4

ANÁLISE MUSICAL AUXILIADA POR COMPUTADOR

“Todo homem, por natureza,
quer saber.”
Aristóteles

Os principais métodos de análise musical assistida por computador fazem uso de levantamentos estatísticos, de Gramáticas e Linguagens Formais e de modelos de Inteligência Artificial. Este capítulo aborda brevemente os dois primeiros métodos e dá uma referência bibliográfica do último.

4.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Computadores são máquinas que funcionam excepcionalmente bem quando se deseja contar quantas vezes acontece um certo fenômeno desde que este fenômeno possa ser determinado de maneira objetiva e lógica. Diversos músicos, cientes desta potencialidade dos computadores, utilizaram-no para colher dados quantitativos sobre peças musicais como forma de adquirir subsídios para a análise destas peças.

Até a década de 70, inclusive, a análise musical assistida por computador era um trabalho que exigia coragem. O primeiro e mais difícil passo era transmitir ao computador as informações sobre uma certa peça, isto é, a sua partitura. Para

cada nota da partitura, digitava-se, no mínimo, a sua altura e a sua duração¹. A análise de uma sinfonia completa era impossível pois uma obra deste porte possui centenas de milhares de notas e levaria muito tempo para colocar estas informações no computador.

Uma vez dentro do computador, a peça era varrida por um programa que contava o número de ocorrências de um determinado fenômeno na obra.

Outro exemplo desta técnica pode ser encontrado em “A Study in Rhythmic Complexity of Selected Twentieth-Century Works”, artigo de Dorothy Gross, publicado em [BARONI 84]. Gross, que defendeu sua tese de doutorado *A Set of Computer Programs to Aid in Music Analysis* na *Indiana University* em 1975, faz um estudo comparativo entre peças de compositores do século XX quanto ao parâmetro ritmo.

No artigo presente em [BARONI 84], Gross mostra os resultados de quatro tipos de medidas sobre a complexidade rítmica de peças de Milton Babbitt, Luigi Dallapiccola e Iannis Xenakis. Para fazer uma comparação com a música do passado, Gross analisa também obras de dois compositores do século XVIII, a *Invenção a duas vozes No.13* de J. S. Bach e o Minueto (sem o trio) do *Quarteto para Cordas No. 2, Op. 73* de Haydn.

A primeira medida que, segundo a autora, é o fator mais importante para a complexidade rítmica é o maior fator primo no denominador da parte fracionária de um ritmo. O fator 1 diz respeito a um ritmo que não subdivide tempos; 2 representa tempos divididos em potências de 2 (2, 4, 8, ...); 3 tercinas ou sextinas; 5 quintinas; 7 setinas, e assim por diante.

Fator Primo	Babbitt	Dallapiccola	Xenakis	Século XVIII
1	17.3 %	31.0 %	7.4 %	42.0 %
2	79.1 %	36.8 %	38.8 %	58.0 %
3	3.6 %	30.6 %	20.9 %	
5			32.8 %	
7		1.6 %		

Tabela 4.1: Maior fator primo no denominador da parte fracionária do ritmo.

Como vemos na tabela 4.1, apareceram fatores até 7 no denominador da parte fracionária dos ritmos. No entanto, fatores até 3 aparecem com mais frequência.

¹Uma análise mais detalhada podia considerar a intensidade e o timbre.

Compositor	Babbit	Dallapiccola	Xenakis	Século XVIII
Número de padrões ocorrendo 1% ou mais	6	9	16	4

Tabela 4.2: Variedade rítmica.

Partindo-se das amostras estudadas chega-se a conclusão de que a música de Babbit é a mais similar em termos rítmicos à música do século XVIII. Entre os compositores do século XX analisados, Dallapiccola é o que faz mais uso de notas que duram múltiplos de tempos inteiros (fator 1 na tabela) mas, por outro lado, quase um terço de suas notas apresentam um fator primo no denominador maior que 2. A conclusão mais evidente que se pode extrair da tabela 4.1 é que as obras de Xenakis são as mais complexas ritmicamente dentre as estudadas.

A última medida realizada por Gross² é a variedade rítmica que é medida como a quantidade de diferentes ritmos que duram pelo menos 1% da duração da amostra analisada. Uma peça com poucos ritmos apresenta maior unidade; quanto maior a quantidade de ritmos distintos, maior a diversidade.

Esta tabela confirma a alta complexidade rítmica das peças de Xenakis e mostra que, em se tratando de variedade rítmica, as obras de Babbit e Dallapiccola estão mais próximas das obras do século XVIII do que da música de Xenakis.

4.2 GRAMÁTICAS E LINGUAGENS FORMAIS

O conceito de *gramática* foi tomado emprestado da lingüística pela Ciência da Computação. Uma gramática é constituída por um conjunto de regras que controlam a formação de textos numa determinada linguagem. Quando todos os possíveis textos de uma linguagem podem ser gerados a partir de um conjunto determinado de leis de formação matematicamente bem definidas, estamos diante de uma linguagem formal. Linguagens de programação de computadores são os exemplos mais claros de linguagens formais. Linguagens “naturais” como a língua portuguesa ou a música são muito mais complexas e de difícil (talvez impossível) formalização.

²O leitor interessado nas duas outras medidas não abordadas aqui está convidado a consultar o artigo de Dorothy Gross.

É possível analisar tanto sintática quanto semanticamente um texto de uma linguagem formal através das regras da gramática a ela associada. Devido à extrema dificuldade de se construir uma gramática que englobe toda a música, musicólogos de diversas nacionalidades têm feito estudos no sentido formalizar um determinado tipo de música de uma certa cultura. Na coletânea de artigos *Musical Grammars and Computer Analysis* [BARONI e CALLEGARI 84] encontramos alguns exemplos deste procedimento nos artigos “A Pattern Recognition System in the Study of the Cantigas de Santa Maria” de Leo Plenckers da Universidade de Amsterdam, “A Grammar of the Melodies os Schubert’s Lieder” de Lelio Camilleri da CNUCE de Pisa (Itália), e em “A Generative Grammar of Personal Eskimo Songs” de Ramón Pelinski da Universidade de Montreal.

4.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

The Computer and Music [LINCOLN 70] contém artigos que dão uma boa visão sobre as diversas experiências relacionando computação e música até 1970 incluindo aí a análise musical.

Musical Grammars and Computer Analysis [BARONI e CALLEGARI 84] é uma coletânea muito interessante de artigos sobre análise musical assistida por computador e leitura obrigatória para quem se interessa por gramáticas musicais. Uma leitura recomendável para iniciantes em gramáticas musicais é [HOLTZMAN 80] onde o autor define os conceitos básicos e mostra como eles podem ser utilizados para a geração automática de composições musicais.

Um artigo que exemplifica muito bem o uso da Inteligência Artificial na análise musical é “KEITH: A Rule-System for Making Music-Analytical Discoveries” de Otto Laske publicado em [BARONI e CALLEGARI 84].

Capítulo 5

O QUE FAZER COM OS FRACTAIS?

“Se você tem uma idéia incrível,
é melhor fazer uma canção.”

Caetano Veloso

Após os primeiros trabalhos de Mandelbrot cientistas de diversas áreas como, por exemplo, a biologia¹, a química², a física³, a computação gráfica⁴, a economia⁵, tem aplicado a geometria fractal às suas respectivas áreas e obtidos resultados importantes. Em meados da década de 80, pesquisadores interessados no uso da informática na música começaram a estudar as possibilidades de utilização dos fractais na análise e na composição musical.

A informática vem sendo amplamente utilizada na síntese e na análise de um dos parâmetros da música: o timbre. Para isto, vem sendo utilizados os sintetizadores e os *samplers*. Mas a composição e a análise de obras musicais utilizando estas novas tecnologias em todos os parâmetros da música foram pouco exploradas até o presente momento.

A manipulação dos fractais através do computador torna-se bem simples uma vez que a repetição de padrões pré-estabelecidos, o forte dos computadores, é a es-

¹Ver [PEITGEN 88]

²Ver [AMANN et al 88]

³Ver [CHAVES 89].

⁴Ver [DEMKO et al 85], [GOMES e VELHO 90], [STEVENS 90] e [MANDELBROT e MUSGRAVE 91].

⁵Ver [MANDELBROT 83].

sência dos fractais. Um fractal tem a peculiaridade de que, ao ampliarmos uma de suas partes, obtemos uma forma semelhante ao fractal inteiro. Esta peculiaridade pode ser observada diversas vezes na música⁶. Além disso, a geometria fractal tem a característica de produzir estruturas complexas a partir de pouca informação. Veremos a seguir que baseados em uma pequena seqüência de notas musicais podemos produzir uma peça musical extensa. A aplicação da teoria matemática dos fractais à música tem trazido resultados surpreendentes mas ainda existem muitas possibilidades não exploradas e, portanto, muito espaço para pesquisas.

5.1 ANÁLISE MUSICAL FRACTAL

Pouca coisa tem sido feita até o presente momento em termos de análise musical fractal. Mas a idéia de analisar composições musicais com a ajuda dos fractais existe desde os primórdios desta nova geometria.

Um artigo de Richard Voss e John Clarke escrito por volta de 1975 e publicado em 1977 mostra a relação entre os ruídos com espectro $\frac{1}{f}$ ⁷ e a música. No livro *The Fractal Geometry of Nature*, de 1983, Mandelbrot já demonstrava a sua intuição de que os fractais poderiam ser utilizados para explicar as formas musicais.

Mandelbrot observa que uma composição musical é dividida em movimentos. Cada movimento é dividido em seções, cada seção é composta por temas que são formados por períodos que são formados por frases que são uma concatenação de células que são seqüências de notas. Grande parte da música erudita ocidental segue este esquema observado por Mandelbrot. Tal música, assim como os fractais, apresenta estrutura de escalonamento (*scaling*)⁸.

5.1.1 O RUÍDO $\frac{1}{f}$ NA MÚSICA

No clássico artigo [VOSS e CLARCKE 77], os autores analisam a densidade espectral⁹ de algumas medições de sinais de áudio $S(t)$ relativos a diversos tipos de música como composições de Bach, de Scott Joplin, de compositores da vanguarda

⁶ Considerar por exemplo a forma de sonata que nada mais é do que uma cadência ampliada.

⁷ Ver seção 2.6.

⁸ Ver Seção 2.1.

⁹ A densidade espectral é uma medida de quais freqüências compõem um sinal e com qual intensidade.

do século XX ou sinais de áudio emitidos por emissoras de rádios de rock, de jazz e blues. Voss analisou até o sinal de emissoras de rádio de notícias.

O primeiro valor analisado foi a potência de áudio (*audio power*), $S^2(t)$, que é proporcional à intensidade instantânea do som emitido. $S(t)$ é medido através da corrente elétrica fornecida pelo amplificador ao alto-falante. Este valor é, então, elevado ao quadrado para se obter $S^2(t)$.

Outro valor analisado foi a frequência instantânea $Z(t)$ que está diretamente ligada à notas musicais e é medida pela taxa de cruzamento do eixo dos tempos do sinal de áudio $S(t)$. Analisando correlações em $Z(t)$, estamos analisando as correlações entre as frequências das notas musicais.

Analisando o espectro destas grandezas em frequências abaixo de 1 Hz descobriu-se que ele é muito próximo de $\frac{1}{f}$, ou seja, frequências de f Hertz aparecem com participação $\frac{1}{f}$. O interessante da análise de frequências tão baixas é que assim se analisam relações entre as sucessivas notas de uma música e não cada nota isoladamente. Uma frequência de 110 Hz é uma nota musical (LÁ), já uma frequência de 0,1 Hz diz respeito a oscilações que se repetem com um período de 10 segundos e portanto é mais provável que se relacionem à frases musicais do que a uma nota isolada.

Não obstante diferentes estilos de música apresentarem detalhes diferentes em seu espectro, a densidade espectral próxima da função $\frac{1}{f}$ é uma constante.

A constatação de que diversos estilos de música apresentam uma densidade espectral semelhante à do ruído $\frac{1}{f}$ levou Voss a propor que a música estocástica, que até então vinha utilizando principalmente ruído branco (ruído $\frac{1}{f^0}$), passasse a utilizar geradores de ruído $\frac{1}{f}$ para determinar alturas, durações ou qualquer outro parâmetro de composições musicais.

Durante dois anos, Voss e Clarke percorreram nove universidades e laboratórios de pesquisa e apresentaram, para um público de conhecimento musical bem variado, suas composições baseadas em ruído $\frac{1}{f^0}$, $\frac{1}{f}$ e $\frac{1}{f^2}$ ¹⁰. A “música $\frac{1}{f}$ ” foi julgada a melhor. A “música Browniana” (gerada a partir de ruído $\frac{1}{f^2}$) é muito correlacionada, repetitiva, monótona e previsível. Já a “música branca” não tem nada de previsível, o ouvinte nunca sabe o que virá depois e portanto fica perdido. Os dois pesquisadores concluíram que o ruído $\frac{1}{f}$ é uma fonte excelente para adicionar correlações entre

¹⁰Ver seção 2.6

elementos de uma obra musical mas que nem tudo em música provém desta fonte. O ritmo, por exemplo, muitas vezes é formado por seqüências de durações que se repetem. Em suma, esta descoberta está longe de esgotar a pesquisa em música estocástica ou em análise musical por meios eletrônicos.

5.2 COMPOSIÇÃO MUSICAL FRACTAL

Apresentaremos a seguir três técnicas de construção de “fractais musicais”. Mas antes é preciso lembrar que verdadeiros fractais, como observamos em 2.1, são infinitamente complexos. Assim, é impossível fazer um desenho de um fractal ou tocar uma música fractal. Uma verdadeira música fractal teria que ter infinitas notas. Portanto o que faremos são aproximações de fractais, o que justifica as aspas na expressão “fractais musicais”.

5.2.1 A ANALOGIA DE DODGE

Um artigo histórico para a música fractal foi publicado em 1986 por Charles Dodge e Curtis Bahn, [DODGE e BAHN 86]. O artigo, intitulado “Musical Fractals” tem o seguinte subtítulo: “Mathematical formulas can produce musical as well as graphic fractals”. Um dos méritos deste trabalho é ter apresentado uma analogia musical a uma classe de fractais que podem ser construídos a partir de substituições recursivas. Uma implementação de tais algoritmos em linguagem PASCAL pode ser encontrada em [WIRTH 76] na seção 3.3. Para ilustrar a analogia de Dodge utilizaremos um fractal conhecido como curva triádica de Koch.

A curva triádica de Koch, um dos fractais mais simples que se pode conceber, foi criada pelo matemático Helge von Koch muito antes de qualquer formalização da geometria fractal. Neste ponto, recomenda-se a leitura da seção 2.5.5 onde apresentamos um algoritmo para a construção de uma curva triádica de Koch.

A analogia de Dodge funciona do seguinte modo: ao invés de trocarmos um segmento de reta de um certo tamanho por alguns segmentos de tamanho menor faremos o seguinte: começamos definindo um pequeno desenho melódico que chamaremos de *construtor*. Iniciamos a construção com uma única nota longa (correspondente ao segmento de reta horizontal que tínhamos no início da construção da curva de Ko-

Figura 5.1: Representação gráfica do tema de *DETERMINÍSTICA I*.

ch). Em seguida, substituímos esta nota pelo construtor que deve ser transposto ¹¹ de modo que se inicie na mesma altura que a nota longa inicial. Agora, repetimos a operação, isto é, substituímos cada nota do construtor por uma nova cópia deste mesmo construtor em escala reduzida e transposto de modo que a sua primeira nota coincida com a nota sendo substituída. O desenho melódico (construtor) em escala reduzida é construído comprimindo os intervalos entre as notas e reduzindo a duração de cada nota. Esta redução nas durações é feita de modo que a soma das durações das notas do desenho melódico em escala reduzida seja igual à duração da nota que estamos substituindo.

Obteríamos um fractal se repetíssemos esta operação infinitas vezes. Mas para a criação musical isso não é necessário pois após algumas iterações deste processo obtemos uma linha melódica tão rápida que se torna impossível de ser assimilada pelo ouvido humano. Na prática temos utilizado de três a sete iterações.

Podemos também obter música polifônica tocando simultaneamente todas as melodias das diversas iterações o que tem dado resultados satisfatórios. Este método foi por mim utilizado na composição da peça *DETERMINÍSTICA I* em março de 1992. A figura 5.1 é uma representação gráfica do tema principal da *DETERMINÍSTICA I*.

¹¹‘transladado’, em linguagem matemática.

Nesta figura, o eixo horizontal representa o tempo e o vertical a altura (frequência) das notas.

Uma maneira que Dodge encontrou para adicionar um pouco mais de diversidade à música composta através desta técnica é transpor de um pequeno intervalo determinado aleatoriamente cada nota de cada voz. Assim, o construtor é ligeiramente modificado cada vez que é aplicado.

A curva triádica de Koch pertence à uma classe de curvas chamadas de preenchedoras do espaço (*space-filling curves*) pois, apesar de serem formadas por segmentos de reta (de uma dimensão), tendem a preencher espaços de mais de uma dimensão. Segundo Dodge, a música criada através do algoritmo aqui apresentado é preenchedora do tempo (*time-filling*), isto é, quando o número de vozes tende para o infinito, a música passa a ter notas que se iniciam em todos os instantes possíveis.

5.2.2 RUÍDOS $\frac{1}{f^\beta}$

Na seção 2.6, apresentamos algoritmos para gerar os três tipos de ruídos abordados neste trabalho. Estes algoritmos geram uma seqüência de números inteiros num certo intervalo pré-definido. Tais algoritmos podem ser utilizados no controle de qualquer parâmetro de uma composição musical.

Para aplicar estes algoritmos no ato da composição, é necessário ordenar os possíveis valores de um determinado parâmetro de modo a formar uma escala. Cada número da seqüência gerada pelo algoritmo corresponde a um valor do parâmetro em questão. A aplicação mais intuitiva é a construção de melodias. Define-se inicialmente quais notas poderão participar da melodia. Supondo, por exemplo, que vamos trabalhar com duas oitavas de uma escala diatônica iniciando em DÓ, associamos cada nota com um número da maneira óbvia, ou seja, na primeira oitava, DÓ = 1, RÉ = 2, MI = 3, ... e, na segunda oitava, DÓ = 8, RÉ = 9, ... Assim, a seqüência de inteiros produzida pelo algoritmo induz uma melodia diatônica.



Figura 5.2: Melodia gerada a partir de ruído $\frac{1}{f^2}$



Figura 5.3: Melodia gerada a partir de ruído branco

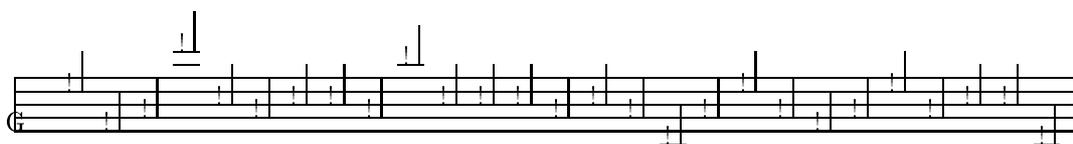


Figura 5.4: Melodia gerada a partir de ruído $\frac{1}{f}$

As notas musicais de uma “melodia branca” são completamente independentes umas das outras. Numa “melodia Browniana” cada nota depende fortemente das notas que imediatamente a precedem mas continuam independentes das notas mais distantes. A grande peculiaridade das melodias geradas com ruído $\frac{1}{f}$ é que cada nota depende logaritmicamente das notas do passado. Em outras palavras, a atividade média das 10 últimas notas influenciam tanto na nota corrente quanto a atividade média das últimas 100 notas ou das últimas 1000 notas.

Do mesmo modo que usamos os algoritmos da seção 2.6 para criar melodias, é possível manipular durações, timbres, dinâmicas, acordes, células melódicas e tudo o que a imaginação do compositor permitir.

5.2.3 UNINDO AS DUAS TÉCNICAS

*Profile*¹² (1988) é uma peça preenchedora do tempo onde cada voz executa células melódicas $\frac{1}{f}$. Para compreender o método utilizado por Dodge na composição desta peça introduziremos o conceito de classe de altura (*pitch class*).

Existem doze classes de alturas correspondentes às doze notas musicais do sistema temperado. Todos os SOL♯s do piano pertencem à mesma classe de altura, à classe SOL♯. Ou seja, quando falamos em classe de altura não estamos interessados na oitava em que um som se encontra mas sim no nome da nota relativa a este som.

¹²Ver [DODGE 88].

Profile é composta por três vozes. A Primeira voz, a que se move mais lentamente, executa uma linha melódica $\frac{1}{f}$ que termina quando a diversidade de classes de altura chega a três, isto é, quando três classes de altura diferentes aparecem na melodia. Depois de determinar a melodia da primeira voz o algoritmo passa à voz seguinte. Para cada nota da primeira voz é criada uma melodia $\frac{1}{f}$ de diversidade de classes de alturas igual a cinco. Cada uma destas melodias será executada enquanto estiver soando a nota correspondente na primeira linha. A terceira linha é composta de maneira semelhante para uma diversidade de classes quatro.

Determinadas as alturas das notas das três linhas melódicas o programa escrito por Dodge passa à determinação das durações das notas. Para isso, o programa simula a criação de uma quarta linha melódica com diversidade de classes cinco. Cada nota desta quarta linha tem duração de 0,25 segundos e o número de notas contidas em cada segmento da quarta linha vai determinar a duração de cada nota da terceira linha. O número de notas, e suas respectivas durações, em cada segmento da terceira linha determina a duração das notas da segunda linha e assim por diante.

A quarta linha serve unicamente para a determinação das durações e portanto, não é executada. O programa de Dodge adiciona ainda uma espécie de coda ao fim de cada seção ¹³ da obra.

5.2.4 SISTEMAS DE FUNÇÕES ITERADAS

A idéia de compor música a partir de sistemas de funções iteradas (SFI) partiu de Michael Gogins tendo sido apresentada em 1991 no *Computer Music Journal* [GOGINS 91].

Como vimos na seção 2.7, o SFI é um algoritmo que marca certos pontos de uma matriz bidimensional. Se assumirmos que esta matriz é a tela de um computador e pintarmos cada ponto da tela com uma cor variando de acordo com o valor contido na posição correspondente da matriz, obteremos uma imagem que retrata o *atrator*¹⁴ do SFI. Muitas vezes tal atrator é um fractal e a imagem correspondente é uma aproximação de um fractal.

Podemos interpretar o atrator do SFI não só como uma imagem mas também como música. Para isso, devemos considerar as sucessivas colunas da matriz bidi-

¹³Dodge chama de seção o trecho correspondente a cada nota da primeira voz.

¹⁴ver seção 2.7

mensional como instantes sucessivos no tempo, associar cada linha da matriz com uma nota musical e, por último, associar os valores das posições da matriz com a dinâmica da nota correspondente. Assim, se a posição (x, y) da matriz contém o número I , isto significa que, no instante y , devemos tocar a nota x com intensidade I .

O artigo [GOGINS 91] traz uma gravação com dois exemplos musicais (*HEX7* e *SQUARE5*) compostos com um programa, baseado em SFI, desenvolvido pelo compositor.

5.2.5 INICIATIVAS PRÓPRIAS

As etapas percorridas na composição das peças citadas nesta seção e da *DETERMINÍSTICA I*, citada na seção 5.2.1, foram as seguintes:

1. Concepção da peça pelo compositor¹⁵.
2. Elaboração de programas em linguagem C que constroem as estruturas musicais concebidas no item 1.
3. Manipulação interativa, através de um seqüenciador, dos dados gerados pelos programas do item 2.

Em fevereiro de 1992, compus duas obras com uma estrutura semelhante à de *Profile* (seção 5.2.3) com desenhos melódicos gerados por ruído $\frac{1}{f^2}$ (no caso de *Frac-Pal*) e por ruído $\frac{1}{f}$ (no caso de *Frac\frac{1}{f}*)¹⁶. Ambas as peças foram inicialmente compostas para três vozes que, em seguida, foram distribuídas entre diversos timbres do sintetizador Yamaha PSS-790. Não foram utilizados as classes de alturas (Ver seção 5.2.3) de Dodge; para cada nota de uma determinada voz foram inseridas um número fixo de notas na voz seguinte, cinco. Com isso, a peça ganhou um desenho rítmico constante.

No mesmo mês, foi composta *FractoRumba*, uma peça onde quatro vozes executam independentemente passeios aleatórios (uma espécie de movimento Browniano, ver seção 2.6). A primeira voz, por exemplo, começa na nota DÓ e a cada intervalo de $\frac{1}{4}$ de segundo um programa decide se a linha melódica vai subir meio tom

¹⁵Ver CODETA

¹⁶Minhas peças estão disponíveis em fita cassete e podem ser encomendadas pelo telefone (011)852.3448.

(probabilidade = 0,125), descer meio tom (probabilidade = 0,125) ou permanecer na mesma nota (probabilidade = 0,75). Estas vozes têm timbres *sampleados* de baixo elétrico, de conjunto de instrumentos de sopro de metal e de piano. Uma quinta voz também executa o mesmo tipo de passeio aleatório mas, desta vez, sobre instrumentos de percussão. Finalmente, foi adicionado uma bateria executando repetidamente um ritmo de rock estilizado.

Em junho, foi a vez de *FORCRAU* para marimba e fita magnética. A forma da peça é a seguinte:

- Introdução
- Tema 1 (sobre escala pentatônica chinesa)
- Tema 2 (sobre escala diatônica)
- Introdução invertida
- Tema 3 (sobre escala pentatônica japonesa)
- Tema 4 (sobre escala de tons inteiros)
- Tema 5 (sobre escala cromática)
- Tema 1 (sem acompanhamento)
- Tema 1 (como no início mas com ralentando)
- Codeta

A introdução se inicia caoticamente com um acorde de 10 vozes executando notas separadas por intervalos de quarta (justa ou aumentada). As 10 vozes passam a descrever um movimento melódico $\frac{1}{f}$ que só é interrompido quando a voz executa uma nota DÓ em qualquer oitava. A partir deste momento, esta voz permanece na nota DÓ até o final desta seção. Este procedimento faz com que o caos inicial seja gradativamente organizado. A introdução termina quando todas as vozes atingiram a nota DÓ, ou seja, a ordem total.

Os temas, de 1 a 5, foram compostos sobre diferentes escalas de modo a criar uma sensação de movimento de um campo consonante para um campo dissonante.

Cada nova seção parece mais dissonante que a anterior. No fim da peça há um retorno da consonância com o tema 1.

A estrutura dos temas é semelhante à estrutura da peça $Frac\frac{1}{f}$ mas com seis vozes ao invés de três. A primeira voz toca uma longa nota; a segunda toca duas notas; a terceira, três notas para cada nota da voz dois; a quarta, quatro notas para cada nota da voz anterior e assim por diante. É fácil ver que a voz v executa, em cada tema, $v!$ notas, isto é, com poucas vozes já obtemos um número elevado de notas. Por isso, não foi possível passar da voz 6 que já tocava $6! = 720$ notas em cada tema de 25 segundos de duração.

A melodia gerada para a quinta voz foi dividida entre a marimba, que é o instrumento solista, e o sintetizador. As demais vozes também ficaram a cargo do sintetizador que foi gravado em fita magnética.

Estou em fase inicial de experimentação sobre uma nova técnica de composição de música minimalista através dos Sistemas de Funções Iteradas. Esta técnica será abordada num trabalho futuro.

Apêndice A

GLOSSÁRIO DE TERMOS TÉCNICOS

ALGORITMO: Seqüência de instruções de computador destinadas a executar uma determinada tarefa. Quando implementamos um algoritmo numa linguagem de computador temos um programa.

AMPLIFICADOR: Dispositivo que aumenta a amplitude de uma onda, graças a uma fonte externa de energia, fazendo com que a potência do sinal cresça.

ALTO-FALANTE: Dispositivo que transforma ondas eletromagnéticas em ondas sonoras.

BIT: Do Inglês (*Binary DigiT*), dígito binário. É a menor unidade de informação possível. Pode valer apenas 0 ou 1. É o tijolo fundamental da arquitetura dos computadores.

CONVERSOR ANALÓGICO/DIGITAL: Transforma um sinal analógico, isto é, com valores contínuos (pense num relógio de ponteiros) em um valor discreto (como num relógio digital) sob a forma de uma seqüência de bits. Computadores trabalham somente com valores discretos, digitais. Também é chamado de conversor A/D.

CONVERSOR DIGITAL/ANALÓGICO: Também chamado de conversor D/A seu comportamento é inverso ao do conversor A/D.

ESPECTRO: Função que caracteriza a distribuição das freqüências de um determinado sinal (elétrico, sonoro, luminoso).

FILTRO: Instrumento que recebe um sinal de entrada e envia para a sua saída um sinal composto do sinal de entrada menos algumas de suas componentes. Os filtros mais comuns são o passa-alta que elimina as componentes com frequência abaixo de um certo valor, o passa-baixa que tem um comportamento inverso e o passa-banda que permite a passagem de componentes com frequência em um intervalo determinado.

FM - FREQUÊNCIA MODULADA: É uma técnica de síntese de timbres¹ na qual estão envolvidas duas ondas: a *portadora*, de frequência f_p , e a *moduladora* de frequência f_m . Uma terceira onda, chamada de *resultante* é obtida através da seguinte equação:

$$y(t) = \text{sen}(2\pi f_p t + I \text{sen}(2\pi f_m t))$$

onde I é um *índice da modulação*².

MODULADOR DE ENVOLTÓRIA: Dispositivo que modifica a amplitude de um sinal de modo a moldar um certo timbre. Em geral, trabalham com quatro variáveis: **A**, o tempo de ataque (que indica qual intervalo de tempo entre o início do som e o momento no qual ele atinge o pico de intensidade), **D**, o tempo de decaimento, **S**, tempo de sustentação e **R**, tempo de relaxamento (quanto tempo, após o fim do período de sustentação o som vai demorar para se extinguir por completo).

Figura A.1: A envoltória é representada por um gráfico Intensidade \times Tempo.

¹A FM tem também outras aplicações como, por exemplo, a transmissão de sons por ondas de rádio ou a transmissão de informações digitais por linhas telefônicas

²Para maiores detalhes veja [CHOWNING 73].

OSCILADOR: É um gerador de ondas eletromagnéticas. Os tipos de onda mais utilizados são: a senóide , a onda triangular , a onda quadrada e a ponta de serra .

UNIDADE DE REVERBERAÇÃO: Instrumento que simula o efeito sonoro da reverberação, isto é, a persistência do som num recinto limitado, depois de haver cessado a sua emissão por uma fonte.

RUÍDO BRANCO: Sinal que contém componentes de todas as frequências com a mesma probabilidade. É o som que ouvimos quando ligamos um rádio fora de estação.

SEQÜENCIADOR: Máquina que armazena seqüências de notas musicais. Em geral, as notas são transmitidas ao seqüenciador através de um teclado. A partir daí, o usuário pode alterar separadamente cada nota contida na memória do seqüenciador. Quando solicitado, o seqüenciador envia as notas para um instrumento eletrônico que toca a seqüência de notas.

Codeta

“Computadores não servem para nada. Eles só podem lidar com respostas.”
Pablo Picasso

Os dezoito últimos meses de contato mais próximo com a música digital modificaram profundamente o meu modo de ver a música. Não só pelas respostas às minhas dúvidas ou pelas soluções encontradas mas também pelas questões que surgiram e pelo enorme universo de possibilidades inexploradas que pude vislumbrar.

Nos doze meses de duração da bolsa da FAPESP, pude encontrar material para mais de doze anos de pesquisas. Cada ponto abordado de passagem neste trabalho como, por exemplo, *espaços métricos, dimensão fractal, ruídos, sistemas de funções iteradas, cadeias de Markov, síntese digital do som, composição auxiliada por computador, análise musical auxiliada por computador, música digital no Brasil, inteligência artificial na música* e muitos outros poderiam ser o enfoque principal de projetos de pesquisa em Iniciação Científica. O meu objetivo foi fornecer uma visão global de tudo isso e indicar referências bibliográficas aos interessados em se aprofundar em alguma destas áreas.

A grande pergunta, para a qual ainda não obtive resposta, é: o que dá qualidade a uma composição musical? O que faz com que uma peça seja boa e a outra ruim? No atual estágio da ciência, é impossível assegurar a qualidade estética de uma obra de arte através de modelos matemáticos ou coisa do gênero. O papel subjetivo e pessoal do artista é sempre muito importante.

Nas minhas experiências composicionais utilizando modelos fractais a maior parte do tempo gasto não foi na elaboração dos algoritmos e sim na manipulação dos materiais sonoros gerados pelos programas a fim de transformá-los em **Música**.

A utilização de um algoritmo, por mais complexo e elaborado que seja, não dispensa a mão do artista. Será que isso sempre será assim? Há os que acreditam que sim, que a criatividade e a emoção humana são determinantes da qualidade de uma obra de arte e que não podem ser imitados por máquinas. Mas existe outra parcela que acredita que, com o desenvolvimento das técnicas de inteligência artificial, qualquer atividade intelectual humana poderá ser simulada em um computador. Será que daqui a 200 anos, redes de neurônios eletrônicos serão os grandes mestres da música? Embora seja uma possibilidade distante da nossa realidade, não deixa de ser, no mínimo, uma possibilidade assustadora.

Bibliografia

- AMANN, A., CEDERBAUM, L. e GANS, W. (1988) *Fractals, Quasicrystals, Chaos, Knots and Algebraic Quantum Mechanics*, Holanda, NATO ASI Series, Series C, vol.235.
- AMES, Charles. (1987) "Automated Composition in Retrospect: 1956 - 1986" em *Leonardo*, 20(2), pp.169-185, Grã-Bretanha, Pergamon Press.
- AMES, Charles. (1982) "*Protocol: Motivation, Design, and Production of a Composition for Solo Piano*" em *Interface*, vol.11, pp.213-238, Rotterdam, Holanda, Swets & Zeitlinger B. V.
- BARNSELY, Michael Fielding. (1988) *Fractals Everywhere*, San Diego, EUA, Academic Press.
- BARONI, M. e Callegari, L. (edsitores) (1984) *Musical Grammars and Computer Analysis*, Firenze, Itália, Università degli Studi di Bologna e Modena, Leo S. Olschki editore.
- BARRAUD, Henry. (1975) *Para Compreender as Músicas de Hoje*, São Paulo, Editora Perspectiva e EDUSP. Tradução de J.J. de Moraes e Maria Lúcia Machado.
- BAUER, Will e FOSS, Bruce. (1992) "GAMS: An Integrated Media Controller System", *Computer Music Journal*, 16(1), pp. 19-24, Cambridge, MIT Press.
- BOLOGNESE, T. (1983) "Automatic Composition: Experiments With Self-Similar Music" em *Computer Music Journal*, 7(1), pp. 25-36, Cambridge, MIT Press.
- BUCHANAN, Scott. (1962) *Poetry and Mathematics*, New York, J.B. Lippincott.
- BUHLER, Joe P. (1990) "Of Primes and Pennies - Mathematicians are using computers to manipulate the abstract" em *Science* 85, 6(9), pp. 84-89, Washington D, American Association for the Advancement of Science.
- BREIMAN, Leo. (1969) *Probability and Stochastic Processes*, New York, Houghton Mifflin.
- BROWN, Matthew e DEMPSTER, J. Douglas. (1989) "The Scientific Image of Music Theory" em *Journal of Music Theory*, 33(1), pp.65-106, Connecticut, Yale Univer-

- sity.
- CHAVES, Carlos Maurício G. Ferreira. (1989) “Fenômenos de Agregação” em *Ciência Hoje*, 10(55), pp.26-32, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência.
- CHOWNING, John. (1973) “FM Synthesis” em *Journal of the Audio Engineering Society*, 7, pp.526-534.
- COPE, David. (1987) “An Expert System for Computer-Assisted Composition”, *Computer Music Journal*, 11(4), Cambridge, MIT Press.
- DEMKO, Stephen, HODGES, Laurie e NAYLOR, Bruce. (1985) “Construction of Fractal Objects with Iterated Function Systems”, *Computer Graphics* 19(3), pp. 271-278, SIGGRAPH Proceedings.
- DODGE, Charles. (1988) “Profile: A Musical Fractal”, *Computer Music Journal*, 12(3) , pp.10-14, Cambridge, MIT Press.
- DODGE, Charles e T.Jerse. (1985) *Computer Music: Synthesis, Composition and Performance*, New York, EUA, Schirmer Books.
- DODGE, Charles e BAHN, CURTIS R. (1986) “Musical Fractals”, *Byte*, 11(6), pp.185-196, Peterborough, EUA, McGraw Hill.
- DOLSON, Mark. (1989) “Machine Tongues XII: Neural Networks”, *Computer Music Journal*, 13(3), pp. 28-40, Cambridge, MIT Press.
- DYSON, Freeman J. (1978) “Characterizing Irregularity”, *Science*, vol. 200, número 4342, pp.677-678.
- EMMERSON, Simon (editor). (1986) *The Language of Electroacoustic Music*, New York, Harwood Academic Publishers.
- FEDERER, H. (1969) *Geometric Measure Theory*, Springer-Verlag, New York.
- GARDNER, Martin. (1978) “White and Brown Music, Fractal Curves and 1/f Fluctuations”, *Scientific American*, 238(4), pp. 16-31.
- GHYKA, Matila. (1946) *The Geometry of Art and Life*, New York, Sheed & Ward.
- GLEICK, James. (1990) *CAOS: A Criação de uma Nova Ciência*, Rio de Janeiro, Campus. Tradução de Waltensir Dutra.
- GOGINS, Michael. (1991) “Iterated Functions Systems Music”, em *Computer Music Journal*, 15(1), pp. 40-48, Cambridge, MIT Press.
- GOMES, Jonas de Miranda e VELHO, Luiz Carlos. (1990) *Conceitos Básicos de Computação Gráfica*, pp. 161-165, São Paulo, IME-USP, 1990.

- GRIFFITHS, Paul. (1981) *Modern Music - The avant garde since 1945*, New York, EUSA, George Braziller.
- GRIFFITHS, Paul. (1987) *A Música Moderna*, primeira edição, Rio de Janeiro, Jorge Zahar Editor. Tradução de Clóvis Marques.
- HELMHOLTZ, Hermann L.F. (1954) *On The Sensations of Tone*, New York, Dover Publications.
- HILLER, Lejaren e ISAACSON, Loren. (1954) *Experimental Music*, New York, McGraw-Hill.
- HOEL, Paul G. (1978) *Introdução à Teoria da Probabilidade*, Rio de Janeiro, Interciência.
- HOLTZMAN, S. R. (1980), "A Generative Grammar Definition Language for Music", *Interface*, vol.9, pp. 1-48, Rotterdam, Holanda, Swets & Zeitlinger B. V.
- HOWE Jr., Huber S. (1975) *Electronic Music Synthesis*, New York, W.W. Norton & Company.
- HUREWICZ, W. e WALLMAN, H. (1941) *Dimension Theory*, Princeton, New Jersey.
- IAZZETTA, Fernando H. (1992) *A Música Atual e seus Processos Dinâmicos*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Comunicação e Semiótica, PUC-SP.
- KNUTH, Donald E. (1968-73) *The Art of Computer Programming*, Reading, Addison-Wesley.
- KOELLREUTTER, Hans J. (1983) *Introdução à Estética e à Composição Musical Contemporânea*, primeira edição, Porto Alegre, Editora Movimento.
- KOELLREUTTER, Hans J. (1989) *Contraponto Modal do Século XVI*, São Paulo, Editora Novas Metas.
- KON, Fabio. (1992) *Música, Computadores e Fractais*, artigo a ser publicado.
- KON, Fabio. (1992) "O Som do Futuro", *Jornal da tarde*, Caderno de Sábado, pag. 3, 26 de Setembro de 1992.
- LERDAHL, F. e JACKENDOFF, R. (1977) "Toward a Formal Theory of Tonal Music", *Journal of Music Theory*, 22(1), New Haven, Connecticut, Yale University.
- LI, T.Y. e YORKE, James A. (1975) "Period Three Implies Chaos", *American Mathematical Monthly*, No. 82, pp. 130-141.
- LIMA, Elon Lages. (1987) *Curso de análise vol. 1*, quinta edição, Rio de Janeiro, IMPA-CNPq.
- LINCOLN, Harry B. (1970) *The Computer and Music*, Ithaca, Cornell University Press.
- MANDELROT, Benoit B. (1980) "Fractal Aspects of the Iteration of $z \leftarrow \lambda z(1 - z)$ for

- Complex z and λ " em *Annals of the New York Academy of Sciences* No. 357, pp.249-259.
- MANDELBROT, Benoit B. (1983) *The Fractal Geometry of Nature*, New York, Freeman.
- MANDELBROT, Benoit B e MUSGRAVE, F. Kenton. (1991) "The Art of Fractal Landscapes" em *IBM Journal of Research and Development*, 35(4).
- MANING, Yu.I. (1990) "Geometry Unbound - Imagining dimensions that have never been seen" em *Science* 85, 6(9), pp. 89-91, Washington D.C., American Association for the Advancement of Science.
- MANNING, Peter. (1989) *Electronic & Computer Music*, New York, Oxford University Press.
- MATHEWS, Max V. (1969) *The Technology of Computer Music*, EUA, The Riverside Press.
- MOORE, F. Richard. (1990) *Elements of Computer Music*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.
- MORAIS, Sylvio Messias. "Música no Computador", *Micro Sistemas*, ano VIII, No. 80, pp. 8-15, Rio de Janeiro, ATI editora.
- OLSON, Harry F. e BELAR, Herbert. (1961) "Aid to Music Composition Employing a Random Probability System" em *The Journal of the Acoustical Society of America*, 33(9), pp. 1163-1170.
- PAZ, Juan Carlos. (1976) *Introdução à Música de Nosso Tempo*, São Paulo, Ed. Duas Cidades. Tradução de Diva Ribeiro de Toledo Piza.
- PEITGEN, Heinz-Otto e RICHTER, Peter H. (1986) *The Beauty of Fractals*, Berlin, Springer-Verlag.
- PEITGEN, Heinz-Otto e SAUPE, D. (1988) *The Science of Fractal Images*, Berlin, Springer-Verlag.
- PINKERTON, Richard C. (1956) "Information Theory and Melody", *Scientific American*, 194(2), pp. 77-86, 1956.
- PRESSING, J. (1988) "Nonlinear Maps as Generators of Musical Design", *Computer Music Journal*, 12(2), pp. 35-46, Cambridge, MIT Press.
- ROADS, Curtis e STRAWN, John (orgs.) (1985) *Foundations of Computer Music*, Cambridge, MIT Press.
- ROSSING, Thomas D. (1982) *The Science of Sound*, ADDISON-WESLEY, Publications Company.

- SMITH, Leland. (1972) "Score: A Musician's Approach to Computer Music", *Journal of the Audio Engineering Society*, 20(1), pp. 7-14.
- STEVENS, Roger T. (1990) *FRACTAL Programming in Turbo Pascal*, Redwood City, M&T Books.
- STRANGE, Allen. (1972) *Electronic Music*, EUA, Wm. C. Brown Company Publishers.
- STUCKENSCHMIDT, H.H. (1975) *Twentieth Century Music*, New York, McGraw-Hill.
- VOSS, Richard.F. e Clarke, J. (1975) "1/f Noise in music and speech", *Nature*, 258, pp. 317-318.
- VOSS, Richard F. e Clarke, John. (1978) " '1/f Noise' in Music: Music from 1/f Noise", *Journal of the Acoustical Society of America*, 63(1), pp. 258-263.
- VOSS, Richard F. (1985) "Random Fractal Forgeries: From Mountains to Music", *Science and Uncertainty*, Sara Nash, Londres, IBM.
- WIRTH, Nicholas. (1976) *Data Structures + Algorithms = Programs*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- WUORINEN, Charles. (1979) *Simple Composition*, New York, Longman.
- XENAKIS, Iannis. (1971) *Formalized Music*, Indiana University Press, Bloomington.
- XENAKIS, Iannis. (1976) *Musique Architecture*, Bélgica, Casterman.
- YAVELow, Christopher. (1987) "Personal Computers and Music: The State of Art", *Journal of the Audio Engineering Society*, 35(3), pp. 161-193, New York.

Índice

- algoritmo determinístico 37, 42, 60, 62
- algoritmo não-determinístico 26, 28, 37, 62
- AM 46
- Ames, Charles 43
- Appleton, John 48,50
- Aristóteles 53
- atonalismo 9
- Austin, Larry 41, 42
- auto-semelhança 12, 13, 18, 21, 23, 27, 64
- Babbit, Milton 54
- Bach, J. S. 54, 58
- Bahn, Curtis 60
- Barnsley, Michael 8, 13
- Bell* 44, 45, 47
- bola d -dimensional 19
- Bolitho, Douglas 38
- Brown, Robert 22
- Burroughs* 38
- cadeia de Markov 31-34, 39
- cânone 42
- Cantor, Georg 8
- caos 7, 8, 66
- Chowning, John 46
- Ciamaga, Gustav 47
- Cocteau, Jean 35
- compacto 15
- complexidade infinita 12, 18, 21, 23
- composição motívica 42
- Computer Cantata* 39
- conjunto de Cantor 17, 18
- conjunto de Mandelbrot 12, 14
- convergência 15
- curva triádica de Koch 20, 21, 60, 62
- Dallapiccola, Luigi 54
- DATATRON 38
- Deus 9
- DETERMINÍSTICA I* 61
- dimensão
 - de Hausdorff-Besicovitch 8, 18, 20
 - euclidiana 18
 - fractal 18, 19
 - topológica 18
- distância 13, 16
 - de Hausdorff 16
- dodecafonismo 43
- Dodge, Charles 41, 60-65
- Edward Lorenz 7
- Einsten, Albert 5, 7
- espaço 13
 - dos fractais 16
 - métrico 13, 15
 - métrico completo 13

espectro 23, 24, 58
 estatística 53,
 Euclides 8, 9, 18
 fechado 15
 Feldman, Morton 43
 física 7, 10
 FM 41, 46
FORCRAU 66
FracPal 65
 fractal 5-10, 27, 41, 50, 57-61, 64, 71
 definição de 16, 20
 FRACTINT 6
FractoRumba 65
Frac $\frac{1}{f}$ 65
 Freeman Dyson 9
 Gabura, James 47
 Genesis 7, 9
 geometria clássica 8, 9
 Gogins, Michael 5, 64
 gramática 55, 56
 GROOVE 47
 Gross, Dorothy 54
 $\mathcal{H}(E)$ 16
 Hausdorff, Felix 19
 Haydn 54
 Hawking, Stephen 7
 heurística 44
 Hiller, Lejaren 10, 33, 36, 38, 39,
 IBM 8
 IFS ver SFI
 Illiac 38
Illiac Suite 38
 integral de Euler 19
 inteligência artificial 43, 50, 56, 72
 IRCAM 36, 46, 51
 Isaacson, Leonard 38
 Ives, Charles 39
 Joplin, Scott 58
 Klein, Martin 38
 Koch, Helge von 8
 Koenig, Gottfried Michael 40
 Li, Tien-Yen 8
 limitado 15
 linguagem formal 55, 56
 Lorenz, Edward 8
 Loy, Gareth 42
Lua de São Jorge 33
 Mandelbrot, Benoit 8, 9, 11, 12, 18,
 20, 41, 57, 58
 Mathews, Max 45, 47
 Melby, John 42, 43
 métrica 15
 MIDI 48, 49
MIT 45
 monstros 9
 Morrill, Dexter 42
 movimento browniano 22, 23, 59, 63,
 65
 MUSIC 10 46
 MUSIC 11 45
 MUSIC I 45
 MUSIC II 45
 MUSIC V 46

música
 aleatória 33, 37, 38
 eletrônica 40
 estocástica 37, 39, 59
 digital 35, 36, 38, 40, 41
 MUSYS III 48
 Nancarrow, Conlon 42
 natureza 8, 9, 41
Nautilus 41
 Newton, Isaac 9
 Peano, Giuseppe 8, 9
 percussão 41, 48, 66
 Pessoa, Fernando 11
 Picasso, Pablo 71
 pintura 9
 Pitágoras 18
 Platão 18
 POD 41
 ponto 13
Profile 41, 64, 65
 PROJECT 1 40
 PROJECT 2 40
Protocol 43, 44
Push Botton Bertha 38
radio baton 49, 50
 rede neural 50, 72
 Riemann 18
 ruído 22, 24, 48, 59, 62-65
 branco 24, 48, 59, 63, 70
 $\frac{1}{7}$ 25, 34, 41, 58, 59, 62-66
sampler 46, 48, 49, 57
 SCORE 42
 Schrödinger 7
 síntese do som 44, 45
 seqüência de Cauchy 15
 SFI 5, 27, 64
 sintetizador 47, 49, 57, 65
 sistema especialista 50
 sistema híbrido 35, 36, 47, 48
 SMP 39
 Stevens, Roger 7
 Stockhausen 40, 41
 Synclavier 48
 tabela de transição 32, 33, 39
 transformação afim 27
 triângulo de Sierpinsky 27, 28
 Truaux, Barry 41
 Veloso, Caetano 33, 57
 Vercoe, Barry 43
 Voss, Richard 25, 58, 59
 Wuorinen, Charles 41
 Xenakis, Iannis 10, 36-40, 54
 Yorke, James 8
 Zinovieff, Peter 47