MAT3110 - Cálculo Diferencial e Integral I

Lista 2 – 27/03/2017

1. Determine o valor máximo e o valor mínimo, quando houver, das seguintes funções:

   (a) $f(x) = |x-1| + 3$

   (b) $f(x) = x^2 - 4x + 1$

   (c) $f(x) = x^2 - 4|x| + 1$

   (d) $f(x) = \dfrac{|x+1|}{|x|+1}$

   (e) $f(x) = |x| + |x-1|$

   (f) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ onde $x > 0$

2. Dentre os retângulos cuja área é a^2, determine aquele que tem perímetro mínimo.

3. Use o fato que $\sqrt{2}$ e $\sqrt[3]{2}$ são irracionais para mostrar que não existem números racionais a e b tais que $\sqrt[3]{2} = a + b\sqrt{2}$. Deduza disto que $\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$ é irracional.

4. Dentre os retângulos cujo perímetro é 40, determine aquele que tem área máxima.

5. Encontre o conjunto solução e represente-o sobre a reta real:

   (a) $|x-2| = |x-7|$

   (b) $|x-1| < 3$

   (c) $|x-2| < |x-7|$

   (d) $x^2 - 2x + 1 > 1$

   (e) $|x| < |x+1|$

6. Esboce o gráfico das seguintes funções :

   (a) $f(x) = (x-3)^2$

   (b) $f(x) = 2 - (x-3)^2$

   (c) $f(x) = |x+2| + |x-1|$

(d) $f(x) = \left|\dfrac{1}{x-2}\right|$

7. Resolva,utilizando eventualmente gráficos:

   (a) $|x-5| < 5$
   (b) $|x+2||x-1| > 3$
   (c) $|x-4||x+4| = 8$
   (d) $|x+2| < 1 + |2x-1|$
   (e) $|2x-1| < \left|\dfrac{1}{x-2}\right|$
   (f) $|x^2 - 2x| > 2|x| + 1$
   (g) $\left|\dfrac{2x+1}{3x-4}\right| > 2$
   (h) $(2x-1)(x+3)(1-2x) > 0$

8. Represente graficamente os seguintes subconjuntos do plano:

   (a) $\{(x,y) \mid x^2 - y^2 = 0\}$
   (b) $\{(x,y) \mid x^2 - y^2 \geq 0\}$
   (c) $\{(x,y) \mid |x-1| + |y| = 1\}$
   (d) $\{(x,y) \mid |x-1| + y = 1\}$
   (e) $\{(x,y) \mid ax^2 - by^2 = 0\}$
   (f) $\{(x,y) \mid x^2 + y^2 < a^2\}$

9. Verifique as seguintes desigualdades para $a > 0$:

   (a) $|(2+\delta)^2 - 4| \leq 4|\delta| + |\delta|^2$
   (b) $|(a+\delta)^2 - a^2| \leq 2|a||\delta| + |\delta|^2$
   (c) $|\sqrt{2+\delta} - \sqrt{2}| \leq \dfrac{|\delta|}{\sqrt{2}}$
   (d) $|\sqrt{a+\delta} - \sqrt{a}| \leq \dfrac{|\delta|}{\sqrt{a}}$
   (e) $\left|\dfrac{1}{2+\delta} - \dfrac{1}{2}\right| \leq \dfrac{|\delta|}{4}$ para $\delta > -1$