

# MAT3110 - Cálculo Diferencial e Integral I

## Lista 2 – 19/03/2015

1. Encontre o conjunto solução e represente-o sobre a reta real:

(a)  $|x - 2| = |x - 7|$

(b)  $|x - 1| < 3$

(c)  $|x - 2| < |x - 7|$

(d)  $x^2 - 2x + 1 > 1$

(e)  $|x| < |x + 1|$

2. Esboce o gráfico das seguintes funções utilizando translações, reflexões, dilatações e contrações:

(a)  $f(x) = (x - 3)^2$

(b)  $f(x) = 2 - (x - 3)^2$

(c)  $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$

(d)  $f(x) = \left| \frac{1}{x - 2} \right|$

3. Resolva utilizando gráficos:

(a)  $|x - 5| < 5$

(b)  $|x + 2||x - 1| > 3$

(c)  $|x - 4||x + 4| = 8$

(d)  $|x + 2| < 1 + |2x - 1|$

(e)  $|2x - 1| < \left| \frac{1}{x - 2} \right|$

(f)  $|x^2 - 2x| > 2|x| + 1$

(g)  $\left| \frac{2x + 1}{3x - 4} \right| > 2$

(h)  $(2x - 1)(x + 3)(1 - 2x) > 0$

4. Represente graficamente os seguintes subconjuntos do plano:

- (a)  $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 0\}$
- (b)  $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 \geq 0\}$
- (c)  $\{(x, y) \mid |x - 1| + |y| = 1\}$
- (d)  $\{(x, y) \mid |x - 1| + y = 1\}$
- (e)  $\{(x, y) \mid ax^2 - by^2 = 0\}$
- (f)  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 < a^2\}$

5. Determine o valor máximo e o valor mínimo, quando houver, das seguintes funções:

- (a)  $f(x) = |x - 1| + 3$
- (b)  $f(x) = x^2 - 4x + 1$
- (c)  $f(x) = x^2 - 4|x| + 1$
- (d)  $f(x) = \frac{|x + 1|}{|x| + 1}$
- (e)  $f(x) = |x| + |x - 1|$
- (f)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  onde  $x > 0$

6. Dentre os retângulos cuja área é  $a^2$ , determine aquele que tem perímetro mínimo.

7. Use o fato que  $\sqrt{2}$  e  $\sqrt[3]{2}$  são irracionais para mostrar que não existem números racionais  $a$  e  $b$  tais que  $\sqrt[3]{2} = a + b\sqrt{2}$ . Deduza disto que  $\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$  é irracional.

8. Dentre os retângulos cujo perímetro é 40, determine aquele que tem área máxima.

9. Verifique as seguintes desigualdades para  $\delta > 0$ :

- (a)  $|(2 + \delta)^2 - 4| \leq 4|\delta| + |\delta|^2$
- (b)  $|(a + \delta)^2 - a^2| \leq 2|a||\delta| + |\delta|^2$
- (c)  $|\sqrt{2 + \delta} - \sqrt{2}| \leq \frac{|\delta|}{\sqrt{2}}$
- (d)  $|\sqrt{a + \delta} - \sqrt{a}| \leq \frac{|\delta|}{\sqrt{a}}$
- (e)  $\left| \frac{1}{a + \delta} - \frac{1}{a} \right| \leq \frac{|\delta|}{a^2}$