

MAT0111 - Cálculo Diferencial e Integral I

Lista 2 – 07/03/2014

1. Para os conjuntos A abaixo determine, quando houver, $\max A$, $\min A$, $\sup A$, $\inf A$:

- (a) $A = [a, b]$ onde $a < b$
- (b) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n \leq 1011, 13\}$
- (c) $A =]a, b[$ onde $a < b$
- (d) $A = \left\{ \frac{p}{q} \in [0, 1] \mid p, q \in \mathbb{N}, \text{mdc}(p, q) = 1 \text{ e } q < 1011, 13 \right\}$
- (e) $A = \left\{ \frac{p}{q} \in [0, 1] \mid p, q \in \mathbb{N}, \text{mdc}(p, q) = 1 \text{ e } q < n \right\}$
- (f) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ e } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}\}$
- (g) $A = \left\{ e^{\frac{1}{n}} \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n \neq 0 \right\}$
- (h) $A = \left\{ \cos \frac{1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n \neq 0 \right\}$
- (i) $A = \left\{ f\left(\frac{1}{n}\right) \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n \neq 0 \right\}$ onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função crescente
- (j) $A = \{f(n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função crescente

2. Determine o valor máximo e o valor mínimo, quando houver, das seguintes funções:

- (a) $f(x) = |x - 1| + 3$
- (b) $f(x) = x^2 - 4x + 1$
- (c) $f(x) = x^2 - 4|x| + 1$
- (d) $f(x) = \frac{|x + 1|}{|x| + 1}$
- (e) $f(x) = |x| + |x - 1|$
- (f) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ onde $x > 0$

3. Dentre os retângulos cuja área é a^2 , determine aquele que tem perímetro mínimo.

4. Use o fato que $\sqrt{2}$ e $\sqrt[3]{2}$ são irracionais para mostrar que não existem números racionais a e b tais que $\sqrt[3]{2} = a + b\sqrt{2}$. Deduza disto que $\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$ é irracional.

5. Dentre os retângulos cujo perímetro é 40, determine aquele que tem área máxima.

6. Encontre o conjunto solução e represente-o sobre a reta real:

(a) $|x - 2| = |x - 7|$

(b) $|x - 1| < 3$

(c) $|x - 2| < |x - 7|$

(d) $x^2 - 2x + 1 > 1$

(e) $|x| < |x + 1|$

7. Esboce o gráfico das seguintes funções utilizando translações, reflexões, dilatações e contrações:

(a) $f(x) = (x - 3)^2$

(b) $f(x) = 2 - (x - 3)^2$

(c) $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$

(d) $f(x) = \left| \frac{1}{x - 2} \right|$

8. Resolva utilizando gráficos:

(a) $|x - 5| < 5$

(b) $|x + 2||x - 1| > 3$

(c) $|x - 4||x + 4| = 8$

(d) $|x + 2| < 1 + |2x - 1|$

(e) $|2x - 1| < \left| \frac{1}{x - 2} \right|$

(f) $|x^2 - 2x| > 2|x| + 1$

(g) $\left| \frac{2x + 1}{3x - 4} \right| > 2$

(h) $(2x - 1)(x + 3)(1 - 2x) > 0$

9. Represente graficamente os seguintes subconjuntos do plano:

(a) $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 0\}$

(b) $\{(x, y) \mid x^2 - y^2 \geq 0\}$

(c) $\{(x, y) \mid |x - 1| + |y| = 1\}$

(d) $\{(x, y) \mid |x - 1| + y = 1\}$

(e) $\{(x, y) \mid ax^2 - by^2 = 0\}$

(f) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 < a^2\}$

10. Verifique as seguintes desigualdades para $\delta > 0$:

(a) $|(2 + \delta)^2 - 4| \leq 4|\delta| + |\delta|^2$

(b) $|(a + \delta)^2 - a^2| \leq 2|a||\delta| + |\delta|^2$

(c) $|\sqrt{2 + \delta} - \sqrt{2}| \leq \frac{|\delta|}{\sqrt{2}}$

(d) $|\sqrt{a + \delta} - \sqrt{a}| \leq \frac{|\delta|}{\sqrt{a}}$

(e) $\left| \frac{1}{2 + \delta} - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{|\delta|}{4}$

(f) $\left| \frac{1}{a + \delta} - \frac{1}{a} \right| \leq \frac{|\delta|}{a^2}$