

MAT0103 - Matemática para Administração e Contabilidade

Lista 2

04/08/2014

1. Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-2x - 4}{x^3 + 2x^2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 1}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

$$j) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow h} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{h}}{x - h}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9 - t}{3 - \sqrt{t}}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - x}{(x - 1)^2}$$

$$n) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x - 1}$$

2. Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}2x}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \left(x^2 + 5x + \frac{1}{x} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}3x}{\text{sen}4x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}x}{x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - x}{\ln x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 3} (x - 3) \text{cosec} \pi x$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x - \text{sen}2x}{2x + \text{sen}4x}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x - \text{sen}a}{x - a}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{1/x}$$

$$n) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

3. Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{(x - 5)^2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + 7}{x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^5) - x^3 + 2}{7x^5 + x^4 - x^2}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 3}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{1 + x^4}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 1}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x + 1}{-x^3 - 1}$$

4. Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ e $|g(x)| \leq M$, para todo $x \in \text{Dom}(g)$, mostre que $\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = 0$.

5. Seja f uma função tal que $x^3 \leq f(x) \leq x^2$, para todo $x \leq 1$. O que você pode dizer a respeito de:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

6. Calcule os seguintes limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^h - 1}{x^m - 1}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1}$$

$$e) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x + \Delta x} - \sqrt[3]{x}}{\Delta x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

7. Se $|f(x) - 1| \leq (x - 1)^2$, calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. Você pode dizer algo sobre $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

8. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $|f(x)| \leq \frac{x^2}{x^4 + 1}$. Mostre que f é contínua na origem.

9. Encontre, quando existir, os seguintes limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} (2x + |x - 3|)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x + 12}{|x + 6|}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - |x|}{2 + x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x + 2|}{x + 2}$$

10. Determine os valores das constantes a e b que tornam as funções contínuas para todo x real.

$$a) f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 1 \\ x^2 + a, & x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x + 7, & x \leq 4 \\ ax - 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 4, & x < 3 \\ a^2x - a, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ ax + b, & 1 < x < 4 \\ -2x, & x \geq 4 \end{cases}$$

11. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 2x - 4, & x < 2 \\ ax^2 - bx, & x \geq 2 \end{cases}$

a) Para que valores de a e b f é contínua?

b) Seja $m(x) = \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$. Encontre a e b para que exista $\lim_{x \rightarrow 2} m(x)$.

12. Seja f definida em \mathbb{R} e tal que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2 - 1)}{x - 1}$$

13. Seja $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{10}}, & x \neq 5 \\ a, & x = 5 \end{cases}$. Determine o valor de a para que f seja contínua em 5.

14. Se $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ e f é contínua na origem, mostre que $f(0) = 0$.