

MAT0103 - Matemática para Contabilidade e Administração

Lista 1 – 04//08/2014

1. Faça uma representação gráfica dos seguintes conjuntos:

- (a) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 0\}$
- (b) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| \leq 1\}$
- (c) $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 5x + 6| \geq 0\}$
- (d) $A = \{x \in \mathbb{R} : x = y^2 \text{ para algum } y \in \mathbb{R}\}$
- (e) $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq -1 \text{ ou } 3 \leq x \leq 7\}$
- (f) $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 5 \text{ e } 3 \leq x \leq 7\}$
- (g) $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1 \text{ ou } x \geq 0\}$
- (h) $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1 \text{ e } x \geq 0\}$

2. Represente graficamente os produtos cartesianos $A \times B$ nos seguintes casos:

- (a) $A = \{1, 3\}$ e $B = [2, 5]$
- (b) $A =]0, 3[$ e $B = \{x : |x| = 1\}$
- (c) $A = \{1, 3\}$ e $B = [0, 1] \cup [2, 3]$
- (d) $A = [0, 1] \cup [2, 3]$ e $B = [0, 1] \cup [2, 3]$

3. Represente os seguintes subconjuntos do plano:

- (a) $A = \{(x, y) : y \geq x + 1\}$
- (b) $A = \{(x, y) : x \leq |y|\}$
- (c) $A = \{(x, y) : y < x^2 - 1\}$
- (d) $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 1\}$
- (e) $A = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$

4. Deduza as seguintes identidades:

$$(a) 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(c) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$(d) 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

5. Encontre o domínio, a imagem e faça um gráfico das funções abaixo:

$$(a) f(x) = 4x - x^2 - 4$$

$$(b) f(x) = |x| + 3$$

$$(c) f(x) = 1 - 2|x|$$

$$(d) f(x) = |x^2 - 2x + 1|$$

$$(e) f(x) = x^2 - |x|$$

$$(f) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$(g) f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$(h) f(x) = 2e^x - 1$$

$$(i) f(x) = -(1/2)^x$$

$$(j) f(x) = \sec x \quad x \in [0, \pi]$$

$$(k) f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 1 \\ x^2 + a, & x > 1 \end{cases}$$

$$(l) f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$(m) f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ 2x - 2, & 1 \leq x < 2 \\ x^2 - 2, & \end{cases}$$

6. Resolva utilizando gráficos:

- (a) $|x - 5| < 5$
- (b) $|x + 2||x - 1| > 3$
- (c) $|x - 4||x + 4| = 8$
- (d) $|x + 2| < 1 + |2x - 1|$
- (e) $|2x - 1| < \left| \frac{1}{x - 2} \right|$
- (f) $|x^2 - 2x| > 2|x| + 1$
- (g) $\left| \frac{2x + 1}{3x - 4} \right| > 2$
- (h) $(2x - 1)(x + 3)(1 - 2x) > 0$

7. Determine o valor máximo e o valor mínimo, quando houver, das seguintes funções:

- (a) $f(x) = |x - 1| + 3$
- (b) $f(x) = x^2 - 4x + 1$
- (c) $f(x) = x^2 - 4|x| + 1$
- (d) $f(x) = \frac{|x + 1|}{|x| + 1}$
- (e) $f(x) = |x| + |x - 1|$
- (f) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ onde $x > 0$

8. O número de unidades y fabricadas por dia, após x dias do início de fabricação de um determinado produto é dado por

$$y = 2000(1 - e^{-0,5x})$$

- (a) Faça um gráfico de $f(x) = y$
 - (b) Depois de quantos dias serão fabricadas 400 unidades?
 - (c) Qual é a meta de produção desta fábrica?
9. Uma fábrica de sapatos emprega 30 operários que recebem um salário médio de 1.800 reais por mês. As despesas gerais custam 15.000,00 e o custo para fabricar uma unidade é de 4,00. Determine o custo total $C_t(x)$ para se fabricar x unidades.

10. Um produto é vendido por p reais a unidade. A demanda D do produto por mês é dada pela função

$$D(p) = \frac{90}{p+5} - 6$$

Faça o gráfico da demanda e da receita $R(p) = pD(p)$.

11. O custo total para se produzir x unidades por dia de um determinado produto é dado por $C_t(x) = 15 + 2x$ e o preço de venda de uma unidade é $p = \frac{150}{x+3} - 10$. Determine:

- (a) A receita total R_t .
- (b) A receita líquida R_l
- (c) O custo médio para se produzir 10 unidades.
- (d) A função demanda.

12. A *Lei de Distribuição de Pareto* é dada pela função:

$$y = \frac{A}{(x-a)^\alpha}$$

onde x é a renda, y o número de pessoas com renda maiores ou iguala x , a a menor renda observada, A uma constante e α parâmetro que indica o grau de concentração de renda (Pareto observou que seu valor é próximo de 1,5). Faça o gráfico da função de Pareto para $\alpha = 1$ e $\alpha = 2$.

13. Considere a função de Pareto para $a = 0$ (Equação simplificada). Calcule o logaritmo de ambos os lados ou seja determine x em função de y . Faça um gráfico e dê uma interpretação para o parâmetro α .