

Realce de imagens no domínio espacial - parte II

Gonzalez - Capítulo 3

Hitoshi
DCC/IME/USP - 2o Semestre 2004

Especificação de histogramas

- A desvantagem do processo de equalização de histogramas é que ele gera apenas um tipo de saída
- Com a possibilidade de especificar histogramas, podemos definir a forma do histograma que desejamos para a imagem de saída
- ou seja, o histograma não precisa ser uniforme

Domínio contínuo

- Seja
 - $p_r(\mathbf{r})$ a PDF contínua dos níveis de cinza da imagem de entrada, \mathbf{r}
 - $p_z(\mathbf{z})$ a PDF desejada (especificada) dos níveis de cinza da imagem de saída, \mathbf{z}
- Seja s a variável aleatória com propriedade:

$$s = T(\mathbf{r}) = \int_0^{\mathbf{r}} p_r(w) dw$$

ou seja, o histograma equalizado, onde w é a variável de integração

variável aleatória z

$$G(z) = \int_0^z p_z(t) dt = s \quad \Rightarrow \quad \text{Equalização de histograma}$$

- onde t é a variável de integração
- portanto: $\mathbf{s} = \mathbf{T}(\mathbf{r}) = \mathbf{G}(\mathbf{z})$
- e \mathbf{z} deve satisfazer:
- $\mathbf{z} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{s}) = \mathbf{G}^{-1}[\mathbf{T}(\mathbf{r})]$
- Assumindo que \mathbf{G}^{-1} existe e satisfaça as condições (a) e (b) de transformação de histogramas, podemos mapear a entrada \mathbf{r} para a saída \mathbf{z}

Procedimento

- 1) obtenha a função de transformação $\mathbf{T}(\mathbf{r})$ calculando o histograma equalizado da imagem de entrada

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}(\mathbf{r}) = \dots$$

- 2) obtenha a função $G(z)$ calculando o histograma equalizado da função pdf desejada

$$G(z) = \int_0^z p_z(t) dt = s$$

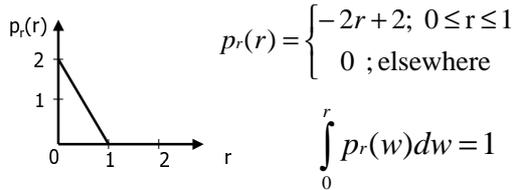
Procedimento

- 3) calcule a transformada inversa
- $$\mathbf{z} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{s}) = \mathbf{G}^{-1}[\mathbf{T}(\mathbf{r})]$$

- 4) Gere a imagem de saída aplicando a função de transformação inversa para todos os pixels da imagem de entrada

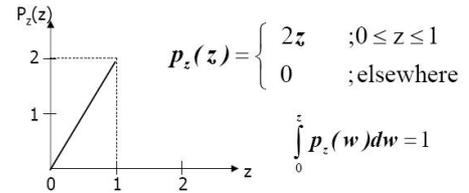
Exemplo

- considere uma imagem com pdf $p_r(r)$ como abaixo:



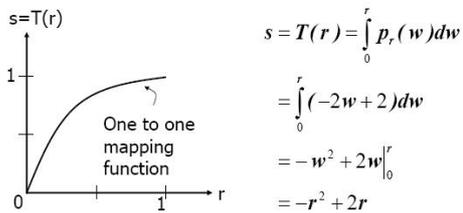
exemplo

- Nós gostaríamos de aplicar o histograma com a pdf $p_z(z)$ especificada como abaixo:



1o passo

- obtenha a transformação $T(r)$



demaís passos

- obtenha a transformação $G(z)$

$$G(z) = \int_0^z (2w) dw = z^2 \Big|_0^z = z^2$$

- e sua inversa G^{-1}

$$G(z) = T(r)$$

$$z^2 = -r^2 + 2r$$

$$z = \sqrt{2r - r^2}$$

é possível garantir que $0 < z < 1$ quando $0 < r < 1$

Domínio discreto

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$

$$= \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

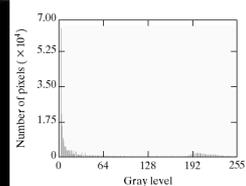
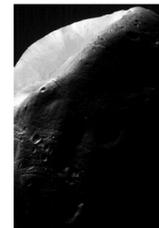
$$G(z_k) = \sum_{i=0}^k p_z(z_i) = s_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

$$z_k = G^{-1}[T(r_k)]$$

$$= G^{-1}[s_k] \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

Exemplo

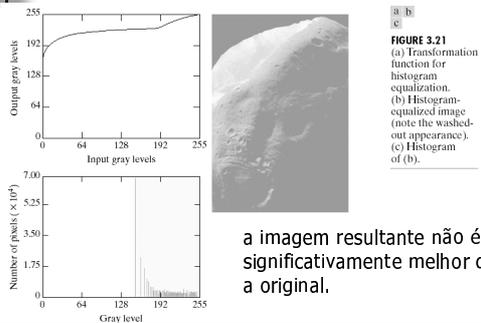
a imagem possui grandes áreas escuras, resultado da grande concentração de pixels nos níveis de cinza inferiores



a b

FIGURE 3.20 (a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's Mars Global Surveyor. (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

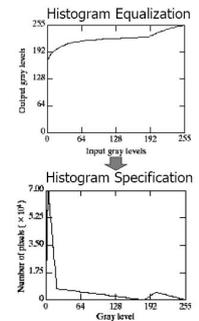
Resultado da equalização



a imagem resultante não é significativamente melhor que a original.

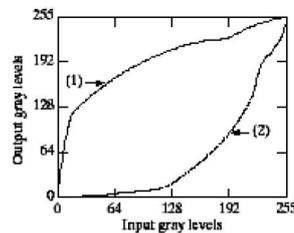
Como resolver esse problema?

- Causa: grande concentração de pixels perto do nível de cinza 0
- uma solução é alterar o histograma para que ele não possua mais essa característica

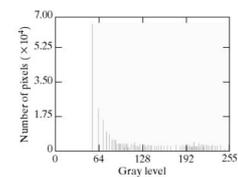
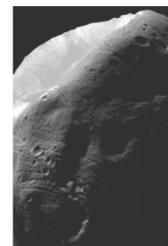


Especificação do histograma

- curva (1) mostra a transformação $G(z)$
- curva (2) mostra a transformação inversa



Resultado



- Note no histograma que os níveis mais escuros foram deslocados

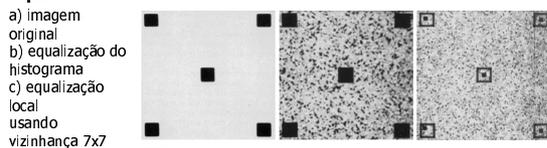
Observações

- O processo de especificação de histogramas é iterativo, e pode necessitar várias tentativas
- Não há uma regra para especificar histogramas, cada caso é um caso, e precisa ser analisado independentemente

Global x local

- O processamento de histogramas é um método de realce global, pois os pixels são transformados baseados apenas na sua informação de cinza, não considerando sua posição
- as vezes porém, precisamos realçar detalhes em algumas regiões da imagem (realce local)

Realce local



- defina uma máscara e mova o seu centro para todos os pixels
- para cada posição, o histograma dos pontos na máscara é calculado e o utilizado para equalização ou especificação
- uma outra abordagem usada é usar regiões sem sobreposição, que é computacionalmente + eficiente, mas que pode criar um efeito quadriculado na imagem

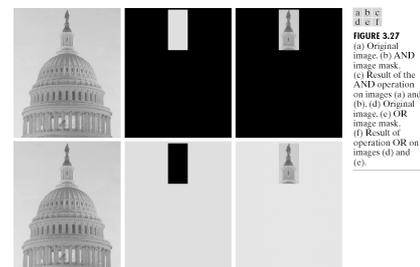
resultados

- a imagem original consiste de vários quadrados pequenos e escuros dentro de outros quadrados maiores e mais escuros
- os quadrados pequenos tem níveis de cinza parecidos com os grandes, mas seu tamanho é pequeno demais para influenciar a equalização global
- utilizando equalização local, é possível observar os quadrados, além da textura mais fina criada pelo ruído

Realce utilizando operadores lógico e aritméticos

- Operadores lógico/aritméticos realizam a operação binária entre pixels de duas (ou mais) imagens
- operadores lógicos são utilizados em imagens binárias (ou binarizadas)
- o operador NOT é unário (opera sobre uma imagem apenas)

Operações AND e OR



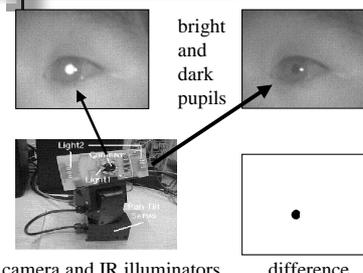
ROI = Region of Interest

Subtração de imagens

$$g(x,y) = f(x,y) - h(x,y)$$

- realça as diferenças entre imagens
- usado frequentemente para segmentar objetos usando câmeras estacionárias

Exemplo: Pupil detection

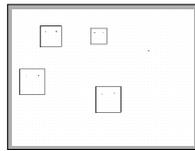


The system generates bright and dark pupil images using active illumination. Pupil candidates are detected from their difference (high contrast)

Face Detection

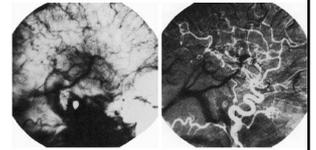


Pupil pairs are paired into faces using geometric constraints and heuristics. A correlation tracker is used during eye blinks.



Raio-x

- a) máscara de fundo
- b) imagem obtida da subtração da máscara com uma imagem com contraste
- note o forte contraste obtido das veias com contraste



Cuidados com subtração

- Em geral trabalhamos com 8 bits [0, 255]
 - Pior caso: 0-255 = -255 (9 bits)
- Como corrigir?
 - somar 255 e dividir por 2: rápido e simples, mas pode não usar toda a faixa dinâmica, e divisão pode causar perda
 - achar máximo e mínimo da imagem subtração, e ajuste essa faixa para o intervalo [0,255], somando o mínimo a todos os pixels e multiplicando-os por 255/MAX, onde MAX é o máximo incrementado pelo mínimo.

Média de imagens

- considere uma imagem $\mathbf{g(x,y)}$ com ruído aditivo, definido por:
- $\mathbf{g(x,y) = f(x,y) + n(x,y)}$
- $\mathbf{g(x,y)}$: imagem com ruído
- $\mathbf{f(x,y)}$: imagem sem ruído
- $\mathbf{n(x,y)}$: ruído

Média de imagens

- se a média do ruído é zero e for não-correlacionado (2 variáveis aleatórias são não correlacionadas se o valor da covariância = 0), então:

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

$\bar{g}(x, y)$ = imagem formada pela média de K imagens diferentes com ruído

Média de imagens

- variância:

$$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{K} \sigma^2_{\eta(x,y)}$$

$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)}, \sigma^2_{\eta(x,y)}$ = variances of \bar{g} and η

- se K aumenta, a variabilidade (ruído) de cada pixel (no local (x,y)) diminui.

Média de imagens

- Média:

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$$

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = \text{expected value of } \bar{g} \\ \text{(output after averaging)}$$
$$= \text{original image } f(x, y)$$

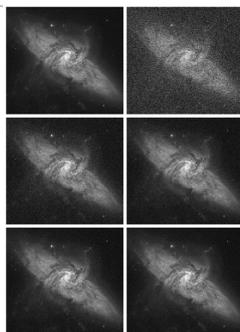
Média de imagens

- as imagens $g_i(x, y)$ (imagens com ruído) precisam ser alinhadas para evitar a introdução de borramento ou outro artefato na imagem de saída

Exemplo

- a) imagem original
- b) imagem com ruído gaussiano aditivo com média zero e desvio padrão 64
- c) a f) resultados da média com 8, 16, 64 e 128 imagens com ruído

a) b)
c) d)
e) f)



Filtros espaciais

- filtros lineares
- suavização ou borramento
 - lineares
 - média ponderada
 - não lineares (estatísticos)
 - filtros mediana
- realce de bordas
 - suavização x realce
 - derivação

Filtros lineares

- filtros lineares são compostos por máscaras de tamanho $m \times n$ é dado pela expressão:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)$$

- onde (x, y) é a posição do pixel onde o filtro é aplicado, $w(s, t)$ são os pesos da máscara aplicada e $a=(m-1)/2$ e $b=(n-1)/2$
- a imagem filtrada é gerada aplicando o filtro em todos os pixels da imagem

Filtros para suavização

- utilizados para borrar e reduzir ruído
- borramento é utilizado na fase de préprocessamento, para:
 - remoção de pequenos detalhes de uma imagem antes da extração de objetos
 - "completar" pequenos buracos entre linhas e curvas
- redução de ruído pode ser conseguido através de um filtro linear e também por filtros não lineares

Suavização com filtros lineares

- a saída é a média dos pixels dentro de uma vizinhança definida pela máscara
 - produz borramento em regiões contendo transições com alto contraste
 - alto contraste pode ser causado por ruído aleatório ou contornos de objetos
 - portanto suavização pode causar redução de ruído (excelente!) mas borramento das bordas (indesejável).
- são chamados de filtros de média ou filtros passa baixa.

exemplos de filtros 3x3

$$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{16} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

média média ponderada

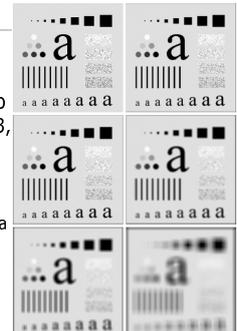
- filtro média: em uma vizinhança, mesmo peso em todos os pixels
- filtro média ponderada: o centro é mais importante, e o peso diminui com a distância, na tentativa de reduzir o borramento

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

Normalização pela soma dos coeficientes da máscara

Exemplo

- a) b)
c) d)
e) f)
- a) imagem original
 - b) a f) resultados da suavização usando máscaras de tamanho 3, 5, 9, 15 e 35
 - Observação:
 - máscaras grandes são utilizadas para remover pequenos objetos da imagem
 - o tamanho do filtro define o tamanho dos objetos que serão "diluídos" com o fundo



exemplo

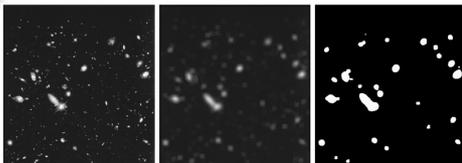


FIGURE 3.36 (a) Image from the Hubble Space Telescope. (b) Image processed by a 15 × 15 averaging mask. (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of NASA.)

- após suavização e limiarização, se destacam os objetos maiores e mais brilhantes da imagem

Filtros não lineares

- a resposta do filtro é resultado de uma ordenação dos pixels contidos na região do filtro
- exemplo:
 - filtro mediana: $R = \text{mediana}\{z_k \mid k=1,2,\dots,n \times n\}$
 - filtro max: $R = \max \{z_k \mid k=1,2,\dots,n \times n\}$
 - filtro min: $R = \min \{z_k \mid k=1,2,\dots,n \times n\}$
- note que $n \times n$ é o tamanho da máscara

filtros mediana

- substitui o valor de um pixel pela mediana dos níveis de cinza na vizinhança daquele pixel. O valor original do pixel é incluído também nesse cálculo
- bastante eficaz para reduzir ruído do tipo impulsivo (sal e pimenta), com menos borramento que os filtros de suavização de tamanhos similares

filtro mediana

- força os pontos com níveis de cinza muito diferentes a serem mais parecidos com seus vizinhos
- regiões pequenas muito diferentes de seus vizinhos, cuja área seja menor que $(nxn)/2$ (metade da área do filtro), são eliminados por um filtro mediana nxn
- eliminado = substituído por um valor de intensidade igual a mediana da região do filtro
- regiões maiores são menos afetadas

exemplo de filtro mediana

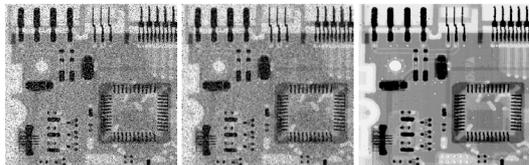


FIGURE 3.37 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

filtros espaciais de realce

- utilizados para realçar detalhes da imagem
- ou realçar detalhes que foram borrados indevidamente por erro ou naturalmente durante o processo de aquisição

Suavização x Realce

- sabemos que borramento pode ser feito no domínio espacial através da média em uma vizinhança
 - processo análogo a integral da região
- Como realce é oposto à suavização, ele pode ser conseguido através da derivada da região

Operador derivada

- a intensidade da resposta de um operador derivada é proporcional a descontinuidade no pixel onde o operador é aplicado
- portanto, derivar a imagem
 - realça bordas e outras descontinuidades (ruído)
 - suaviza áreas com valores sem grandes variações

Primeira derivada 1D

- uma definição básica da primeira derivada de uma função unidimensional $f(x)$ é dada pela diferença:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Segunda derivada 1D

- de forma similar, a segunda derivada de uma função unidimensional é a diferença

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Derivadas 2D

- quando consideramos uma imagem como uma função de 2 variáveis, $f(x,y)$, devemos considerar as derivadas parciais nas 2 dimensões:

gradiente $\nabla f = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \hat{y}$

laplaciano $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$

Forma discreta do laplaciano

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

e portanto :

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Exemplos de máscaras

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

FIGURE 3.39
 (a) Filter mask used to implement the digital Laplacian, as defined in Eq. (3.7-4).
 (b) Mask used to implement an extension of this equation that includes the diagonal neighbors. (c) and (d) Two other implementations of the Laplacian.

Operador laplaciano

- como todo operador de derivada
 - realça descontinuidades nos níveis de cinza da imagem
 - suaviza regiões com poucas variações nos níveis de cinza
- tende a produzir imagens com
 - bordas acinzentadas e outras descontinuidades em um fundo escuro, sem características (detalhes)

Correção do fundo

- Somar o laplaciano com a imagem original
 - cuidado com o filtro utilizado, se o centro for positivo, basta somar, mas caso o centro seja negativo, é necessário subtrair o laplaciano da imagem

exemplo



máscara para adição e laplaciano

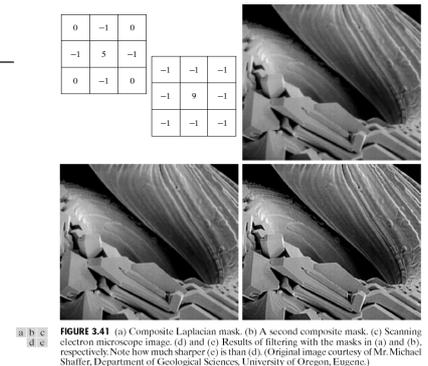
$$g(x, y) = f(x, y) - [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) + 4f(x, y)]$$

$$= 5f(x, y) - [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)]$$

- é possível simplificar os cálculos através de uma pequena modificação na máscara. Dessa forma, o laplaciano e a adição podem ser calculados conjuntamente

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Exemplo



observação

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 9 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 8 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Suavização e realce

$$f_s(x, y) = f(x, y) - \bar{f}(x, y)$$

- $Img_{realce} = Img_{original} - Img_{suavizada}$
- a subtração da imagem suavizada da imagem original produz uma imagem realçada

Generalização - filtro high-boost

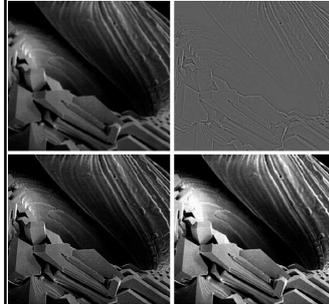
$$f_{hb}(x, y) = Af(x, y) - \overline{f(x, y)} \Rightarrow$$

$$f_{hb}(x, y) = (A-1)f(x, y) + f(x, y) - \overline{f(x, y)} \Rightarrow$$

$$f_{hb}(x, y) = (A-1)f(x, y) + fs(x, y)$$

- $A \geq 1$
- $fs(x,y)$ pode ser o laplaciano da imagem $f(x,y)$
- bastante utilizado quando a imagem é mais escura que o desejado

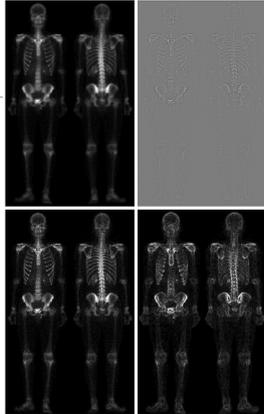
exemplo



- a) imagem I de entrada
- b) laplaciano de I
- c) laplaciano com centro= $A+8$, e $A=1$
- d) idem, com $A=1.7$

exemplo combinado

- a) imagem original
- b) laplaciano. Observe que há muito ruído
- c) realce obtido pela soma a) + b). Ruído pode ser filtrado usando mediana, porém não aceitável em aplicações médicas. Alternativa é utilizar máscara gradiente suavizada.
- d) sobel de a). Observe que as bordas estão mais realçadas que em c)



exemplo

- e) sobel suavizado com máscara 5x5
- f) máscara formada pelo produto de c) e e). Isso combina as boas propriedades do laplaciano e do gradiente
- g) soma de a) com f)
- h) resultado final aplicando exponenciação com gama = 0,5, para melhorar a faixa dinâmica

