Realce de imagens no domínio espacial

Gonzalez - Capítulo 3

Hitoshi
DCC/IME/USP - 2o Semestre 2004

Realce de imagens: objetivos

- Processar uma imagem para que ela seja mais adequada que a original, para uma aplicação **específica**
- O grau de adequação varia para cada aplicação
- Um método apropriado para realçar uma imagem pode não ser apropriado para outras imagens.

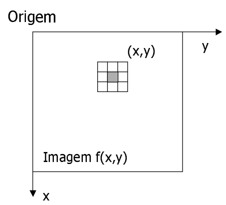
Domínios

- **Domínio espacial**: (plano da imagem)
  - técnicas baseadas na manipulação direta dos pixels de uma imagem
- **Domínio da freqüência**
  - técnicas que trabalham com a transformada de Forier de uma imagem
- Há técnicas híbridas de realce que combinam esses domínios

Uma boa imagem

- Para pessoas:
  - a avaliação da qualidade de uma imagem por pessoas é altamente subjetivo
  - difícil padronizar uma definição de "boa imagem"
- Para máquinas:
  - a avaliação é mais simples
  - um boa imagem é aquela que fornece os melhores resultados
- um processo de tentativa e erro é utilizado em geral até que uma técnica de realce seja selecionada.

Domínio espacial



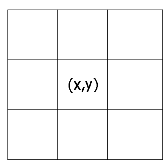
- Procedimentos que operam diretamente nos pixels

$$g(x,y) = T\,[\,f(x,y)\,]$$

onde:

- **f(x,y)** imagem de entrada
- **g(x,y)** imagem de saída
- **T** é um operador de **f** definido sobre uma vizinhança de **(x,y)**

Máscara / Filtro



- Já vimos que a vizinhança de um ponto (x,y) pode ser definido usando uma máscara retangular ou circular centrada em (x,y)
- A máscara é movida de pixel para pixel, varrendo toda a imagem ou área de interesse (convolução)

Processamento pontual

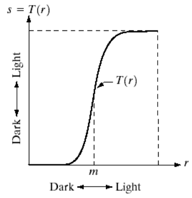
- O caso mais simples ocorre quando o tamanho da vizinhança é 1x1
  - **g** depende apenas do valor de **f** em **(x,y)**
  - **T** = função de transformação de níveis de cinza (ou outra propriedade)

    s = T (r)

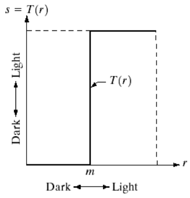
  onde
    - **r** = nível de cinza de **f(x,y)**
    - **s** = nível de cinza de **g(x,y)**

Ex: Aumento de contraste

a)



b)

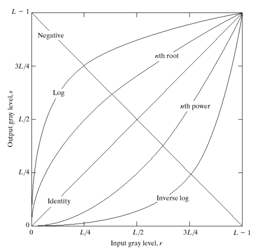


- a) o contraste é aumentado dimuindo o brilho dos pixels com valores abaixo de m, e aumentando o brilho dos demais
- b) no limite, é produzida uma imagem binária (limiarização)

Máscaras, filtros, janelas, núcleos,...

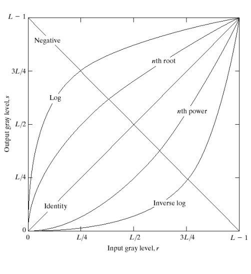
- Vizinhança maior que 1x1
- Uso de uma função de valores de **f** na vizinhança de **(x,y)** para determinar o valor de **g** em **(x,y)**
- Os coeficientes da máscara determinam a natureza do processo
  - Exemplos: suavização, detecção de bordas, etc

3 Transformações básicas de níveis de cinza **s = T (r)**



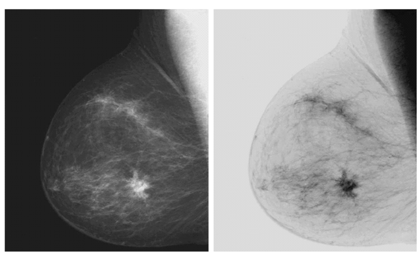
- **T** = Função linear
  - transformação identidade ou negativo
- **T** = Função logaritmica
  - transformação log e log inverso
- **T** = Função exponencial
  - pontência n-ésima ou n-ésima raiz

Negativos



- Dada uma imagem de níveis de cinza **[0,L-1]**, onde **L = 2^{n}**; n = 1, 2,...
- transformada:
  - **s = L - 1 - r**
- Use para realçar detalhes em branco ou cinza "escondidos" em images (regiões) predominante-mente escuras

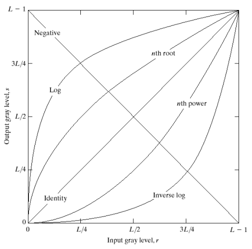
Exemplo: mamografia



a b

FIGURE 3.4 (a) Original digital mammogram. (b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1). (Courtesy of G.E. Medical Systems.)

Transformações logaritmicas



s = c log(1 + r)

onde c = constante e

r >= 0

- Curvas log mapeiam uma faixa pequena de níveis de cinza baixos na imagem de entrada para uma faixa mais larga da saída.
- Use para expandir valores de pixels escuros e ao mesmo tempo comprimir valores altos de intensidade

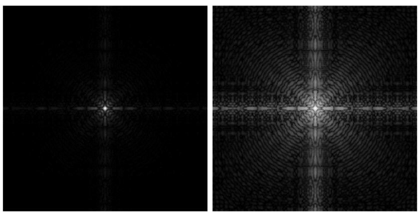
Transformações log

- Comprime a faixa dinâmica de imagens com grandes variações de intensidade (níveis de cinza)
  - exemplo: espectro de Fourier, que tipicamente pode variar de 0 a 10^6
  - uma imagem típica de níveis de cinza utiliza 8 bits.
  - Como exibir 10^6 com apenas 256 níveis de cinza?

Exemplo de transformação log

a b

FIGURE 3.5
(a) Fourier spectrum.
(b) Result of applying the log transformation given in Eq. (3.2-2) with $c = 1$.



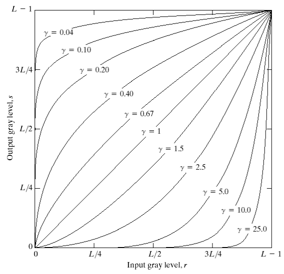
- Espectro de Fourier à direita, cujos valores variam de 0 a 1.5x 10^6 e o resultado da trasformação log à esquerda, com c = 1, e variação de 0 a 6.2

Transformações exponenciais

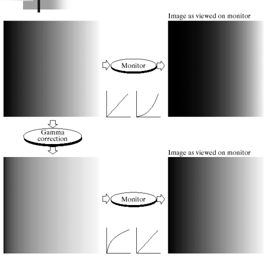
$s = c\, r^{\gamma}$

onde **c** e γ são constantes positivas

- curvas exponenciais com valores fracionários de γ mapeiam uma faixa estreita escura da entrada para uma faixa mais larga na saída (comprime a faixa larga clara da entrada).
- **c = γ = 1** => função identidade



Ex: correção gama

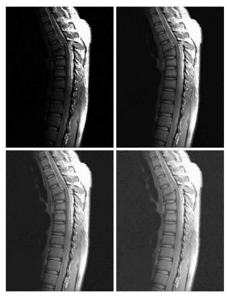


a) b)
c) d)

- vários dispositivos possuem curvas de resposta exponenciais
  - TRC (tubos de raios catódicos) tem uma resposta intensidade x voltagem que é uma função exponencial, com γ variando de 1.8 a 2.5
  - portanto gera imagens escuras (veja b)
  - com a correção gama (c), a imagem de saída (d) é semelhante à entrada (a)
  - correção gama = 1/2.5

ex: contraste em MRI

a) b)
c) d)



- a) imagem de ressonância magnética da coluna vertebral com fratura
  - a figura é predominantemente escura
  - desejamos expandir os níveis de cinza baixos, ou seja, gama < 1
- b) gama = 0.6 e c = 1
- c) gama = 0.4
- d) gama = 0.3 (imagem diluída)

Efeitos de redução do gama

- Quando gama é reduzido demais, a imagem começa a perder contraste, até chegar o ponto onde os detalhes da imagem ficam diluídos (perdem o foco), especialmente na região de fundo

ex: contraste em foto aérea

a) b)
c) d)

- a) os detalhes parecem diluídos, ou seja, precisa de uma compressão dos níveis de cinza, com gama > 1
- b) gama = 3.0
- c) gama = 4.0
- d) gama = 5.0
  - alto contraste, com áreas muito escuras, chegando a perder detalhes

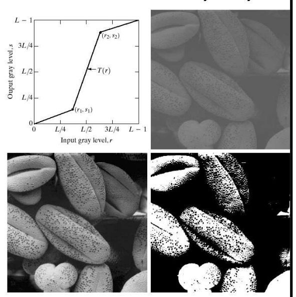
Funções lineares por partes

- Vantagem
  - funções lineares são simples, e a forma por partes pode ser arbitrariamente complexa
  - forma simples de se aproximar funções complexas
- Desvantagem
  - Sua especificação requer muito mais interação com o usuário (atenção deve ser dada para cada parte)

Modificação de contraste

a) b)
c) d)

- a) função para modificar a faixa dinâmica dos níveis de cinza da imagem
- b) imagem com baixo contraste devido a problemas de iluminação, sensor ou abertura da lente.
- c) (r1, s1) = (rmin, 0) e (r2, s2) = (rmax, L-1)
- d) limiarização

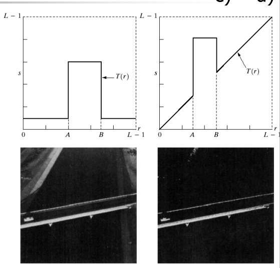


pólem, aumento 700x

Fatias dos níveis de cinza

a) b)
c) d)

- para destacar uma faixa específica de níveis de cinza de uma imagem
  - Aumente os níveis de cinza dos pixels nessa faixa de interesse, e/ou diminua o valor dos demais níveis
- a) transformação que destaca a fatia [A,B] e diminui os demais valores
- b) destaca [A,B], mas preserva os demais



c) imagem d) transformada usando (a)

Fatias de bits

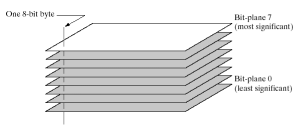


FIGURE 3.12 Bit-plane representation of an 8-bit image.

- Ao invés de níveis de cinza, podemos destacar a contribuição de alguns bits específicos
- Considere uma imagem com profundidade de 8 bits
- Os bits mais significativos carregam parte significativa da informação visual

exemplo: fractal

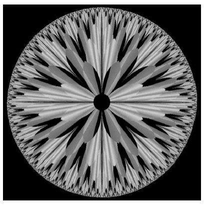
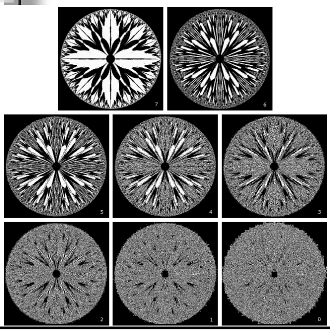


FIGURE 3.13 An 8-bit fractal image. (A fractal is an image generated from mathematical expressions). (Courtesy of Ms. Melissa D. Binde, Swarthmore College, Swarthmore, PA.)

- A imagem (binária) para o plano do bit-7 pode ser obtido através de uma limiarização
  - mapeie todos os níveis entre 0 e 127 para 0
  - mapeie todos os níveis entre 128 e 255 para 255 (ou outro nível assim)

Todos os planos



plano 7 | plano 6

p5 | p4 | p3

p2 | p1 | p0

Histogramas

- Histogramas de uma imagem digital com níveis de cinza na faixa [0, L-1] é uma função discreta $h(r_k) = n_k$
- onde:
  - r_k : o k-éssimo nível de cinza
  - n_k : o número de pixels na imagem com nível de cinza r_k
  - $h(r_k)$: histograma da imagem digital com níveis de cinza r_k

Histograma normalizado

- Um histograma normailizado é obtido dividindo cada bin do histograma pelo número total de pixels da imagem

$$p(r_k) = n_k / n$$

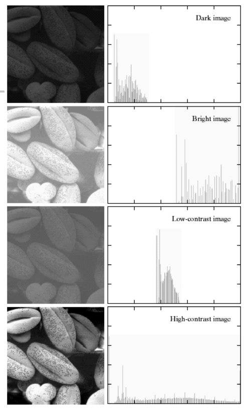
para k = 0, 1, ..., L-1
- $p(r_k)$ é uma estimativa da probabilidade da ocorrência do nível de cinza r_k
- A soma de todos os componentes de um histograma normalizado é 1

Processamento de histograma

- Operação básica para várias técnicas de processamento no domínio espacial
- Tipicamente utilizado para realçar imagens (melhorar contraste)
- A informação contida no histograma é útil também para segmentação e compressão de imagens.

Exemplo

- Imagens de pólem
  - Imagem escura: distribuição do histograma concentado no lado escuro
  - Imagem clara
  - Imagem de baixo contraste: usa uma faixa estreita do histograma
  - Imagem de alto contraste: uso mais apropriado da faixa dinâmica da imagem, aproveitando todos os níveis do histograma

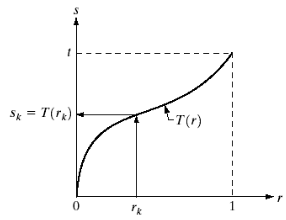


Equalização de histograma

- Como melhorar o contraste de uma imagem?
  - reajustando seu histograma para aproveitar melhor a faixa dinâmica
  - ou ajustando a função densidade de probabilidade do histograma original

Requisitos da Transformação

- s = T(r)
- onde 0<=r<=1 (normalizado)
- T(r) satisfaz:
  - a) T(r) é injetora e aumenta monotonicamente no intervalo 0<=r<=1
  - b) 0<= T(r) <= 1 para todo 0<= r <=1



Condições para T(r)

- Função injetora (relação um para um) garante a existência da função inversa
- Monotonicidade preserva a variação preto para branco na imagem de saída, portanto não criando uma imagem negativa
- **0 <= T(r) <=1** para **0<= r <=1** garante que os níveis de cinza da saída estarão na mesma faixa dos valores de entrada
- A transformação inversa é dada por

  r = T^{-1} (s) ; 0 <= s <= 1

Pausa para revisão: Função densidade de probabilidade

- Os níveis de cinza de uma imagem podem ser considerados variáveis aleatórias no intervalo [0,1]
- a pdf (probability density function) é um dos descritores fundamentais de uma variável aleatória

Variáveis aleatórias

- Uma variável aleatória **x** é uma função de valor real definida sobre o espaço de amostragem **S**
  - para cada evento em **S**, a variável aleatória assume um valor real, ou ainda,
  - uma variável aleatória mapeia cada evento em **S** para um valor na reta real
- Fatores geradores de confusão:
  - variável aleatórias são funções
  - a notaçao pode ser confusa

Variáveis aleatórias: exemplo

- Seja o experimento de retirar uma carta de um baralho com 52 cartas, e considere os seguintes eventos:
  - A: copas
  - B: espadas
  - C: paus
  - D: ouros
  - e portanto S = {A, B, C, D}
- Como seria uma variável aleatória?
- uma variável aleatória pode ser definida fazendo **x=1** para o evento A, **x=2** para B, etc

Outro exemplo

- Seja o experimento de lançar um dado
- Qual seria a variável aleatória?
- uma possibilidade de variável aleatória seria o resultado do experimento (1 a 6)
- outra possibilidades seria considerar os números pares e ímpares, **x=0** para números pares e **x=1** para ímpares
- **NOTE QUE:**
  - a probabilidade dos eventos não foi alterada
  - tudo que a váriável aleatória faz é mapear eventos à números reais

Caso contínuo

- Até aqui os exemplos utilizaram valores discretos
- Como fazer para tratar valores contínuos?
  - No caso discreto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, mas no caso contínuo, qual é a probabilidade de um evento?
- A prob. de um evento contínuo é zero!

Exemplo:

- Dada uma função contínua, sabemos calcular a área entre 2 pontos **a** e **b** dessa função
- Mas a área de um ponto é zero pois a integral de **a** a **a**, por exemplo, é zero.
- Esse é o mesmo conceito que precisamos utilizar para variáveis aleatórias contínuas

Variáveis aleatórias

- Assim, ao invés de tratar probabilidades de um valor, é mais fácil considerar a probabilidade que o valor de uma variável aleatória assume em uma determinada faixa.
- Em particular, nós estamos interessados na probabilidade que uma variável aleatória seja menor ou igual (ou maior ou igual) a um valor específico **a** constante.
- Ou seja: **F(a) = P(x <= a)**

Variáveis aleatórias

- Se a função é definida de $-\infty$ a $+\infty$, então os valores da variável aleatória **x** ficam definidos.
- A função **F** é chamada de função de distribuição de probabilidade acumulada, ou simplesmente de distribuição acumulada (CDF - cumulative distribution function)

Observações

- a notação utilizada não faz diferença entre a variável aleatória (função) e os valores que ela assume
- uma notação mais formal pode ser utilizada caso haja chance de confusão.
  - use letras maiúsculas para variáveis e letras minúsculas para representar valores
  - Por exemplo: $F_X(x) = P(X <= x)$
  - Quando não há confusão, é comum usar a notação **F(x)** apenas

CDF: propriedades

- $F(-\infty) = 0$
- $F(+\infty) = 1$
- $0 <= F(x) <= 1$
- $F(x1) <= F(x2)$ if $x1 < x2$
- $P(x1 < x <= x2) = F(x2) - F(x1)$
- $F(x+) = F(x)$
  - onde **x+ = x + e**, sendo **e** um número positivo infinitesimal

PDF e CDF

- **p(x) = dF(x) / dx**
- **p(x)** é a PDF da variável aleatória **x**
- **F(x)** = CDF de **x**
- Propriedades da PDF

1. $p(x) \geq 0$ for all x
2. $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$
3. $F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(\alpha)d\alpha$, onde α é a variável de integração
4. $P(x_1 < x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x)dx$.

De novo ao discreto

- há um número finito de eventos
- as integrais são substituídas por somatórios
- as variáveis podem receber um índice
- por exemplo: as probabilidades de uma variável discreta com N valores, como um dado honesto onde **x_i = face i, $P(x_i)$ = 1/6,** para **i = {1, 2, ..., 6}**

Transformações de variáveis

- Se uma variável aleatória **x** é transformada por uma função de transformação monotônica **T(x),** produz-se uma nova variável aleatória **y**
- A densidade de probabilidade de **y** pode ser obtida do conhecimento de **T(x)** e a pdf de **x**, da seguinte forma:

$$p_y(y) = p_x(x)\left|\frac{dx}{dy}\right|$$

- onde a barra vertical significa o módulo

Transformações de imagens

- Seja
  - **$p_r(r)$** a PDF de uma variável aleatória **r**
  - **$p_s(s)$** a PDF de uma variável aleatória **s**
- Se **$p_r(r)$** e **T(r)** forem conhecidos e **$T^{-1}(s)$** satisfizer a condição (a), então **$p_s(s)$** pode ser obtido através da fórmula:

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$$

- A pdf da variável transformada **s** é determinado pelo pdf da imagem de entrada e pela função de transformação **T(r)**

Função de transformação

- A função de transformação é uma função de distribuição acumulada (cdf) da variável aleatória **r**

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

onde **w** é a variável de integração

- note que **T(r)** depende de **$p_r(r)$**

CDF e restrições

- Como a cdf é a integral da pdf, e a pdf é sempre positiva, a cdf satisfaz a primeira restrição (injetora e aumenta monotonicamente)
- portanto podemos utilizar a cdf como função de transformação para equalizar histogramas

Determinação de $\mathbf{p_s(s)}$ a partir de $\mathbf{T(r)}$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d}{dr}\left[\int_0^r p_r(w)dw\right] = p_r(r)$$

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right| = p_r(r)\left|\frac{1}{p_r(r)}\right| = 1 \quad \text{where } 0 \le s \le 1$$

sobre $\mathbf{p_s(s)}$

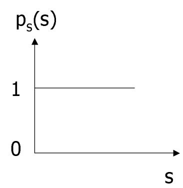
- como $\mathbf{p_s(s)}$ é uma função de probabilidade, ela deve ser zero fora do intervalo [0,1], pois a integral da função deve ser 1
- $\mathbf{p_s(s)}$ é uma função densidade de probabilidade uniforme
- $\mathbf{p_s(s)}$ é sempre uniforme, independente da forma de $\mathbf{p_r(r)}$

ou seja

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

resulta

variável aleatória s é caracterizada por uma pdf uniforme



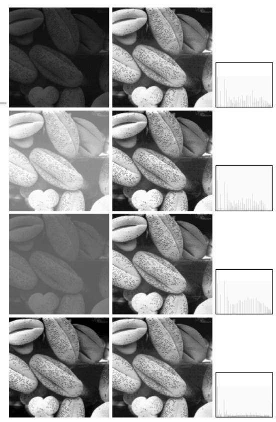
Transformação

- a probabilidade de ocorrência de um nível de cinza em uma imagem é aproximadamente $\mathbf{p_r(r_k) = n_k / n}$
  - onde k = 0, 1, ..., L-1
- A versão discreta da transformação

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \quad \textit{where } k = 0, 1, ..., L\text{-}1$$

Equalização do histograma

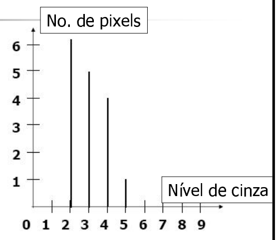
- A imagem de saída é obtida através do mapeamento de cada pixel com nível de cinza rk na imagem de entrada pelo valor sk na imagem de saída
- Observe na figura que as imagens equalizadas são muito parecidas. No último caso, como a entrada já estava equalizada, não há grande alteração na qualidade da imagem.



Exemplo:

2	3	3	2
4	2	4	3
3	2	3	5
2	4	2	4

imagem de entrada 4x4
níveis de cinza [0,9]



Histograma

Gray Level(j)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
No. of pixels	0	0	6	5	4	1	0	0	0	0
$\sum_{j=0}^{k} n_j$	0	0	6	11	15	16	16	16	16	16
$s = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$	0	0	6 / 16	11 / 16	15 / 16	16 / 16	16 / 16	16 / 16	16 / 16	16 / 16
$s \times 9$	0	0	3.3 $\approx$3	6.1 $\approx$6	8.4 $\approx$8	9	9	9	9	9

Exemplo

imagem de entrada

2	3	3	2
4	2	4	3
3	2	3	5
2	4	2	4

3	6	6	3
8	3	8	6
6	3	6	9
3	8	3	8

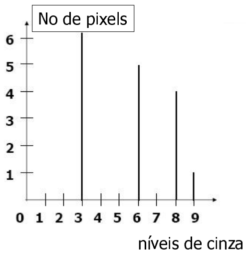


image de saída:
níveis de cinza entre [0,9]

Observações

- A equalização de histogramas distribui os níveis de cinza para atingir o máximo nível de cinza (branco) pois a cdf é 1 quando 0<=r<=L-1
- se os números acumulados de níveis de cinza são ligeiramente diferentes, eles podem ser mapeados para níveis um pouco diferentes, mas não necessariamente devido a aproximação para valores inteiros
- Portanto a função de transformação discreta não pode garantir o mapeamento um para um