

## Fundamentos

Capítulo 2 - Gonzalez e Woods  
Hitoshi

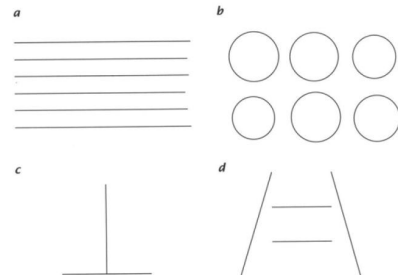
## Sistema visual humano

- Vimos que o processo começa na aquisição do sinal e termina na interpretação
- Para que não haja falhas na interpretação, é necessário considerar também as características do sistema visual humano

## Que características?

- Qual a diferença de intensidade que conseguimos distinguir
- Qual a resolução espacial do olho?
- Com que precisão nós estimamos e comparamos distâncias e áreas?
- Como nós percebemos cor?
- Que características nós usamos para detectar e distinguir objetos?

## Imagens de teste



## Testes de distância e área

- linhas paralelas com até 5% de diferença no comprimento
- Círculos com até 10% de diferença no raio
- A linha vertical parece maior
- perspectiva: a linha superior parece maior

## Estrutura do olho humano

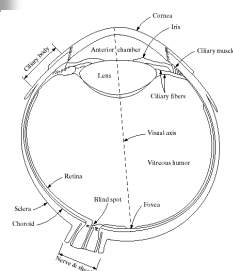


FIGURE 2.1  
Simplified  
diagram of a cross  
section of the  
human eye.

- Forma é aproximadamente esférica
- Diâmetro médio: 20mm
- Possui 3 membranas:
  - Córnea e esclera
  - Coróide
  - Retina

## Cones e bastonetes

- São células sensíveis a luz, contidas na retina
- Há três tipos de cones, localizados na fóvea, e são responsáveis pela visão fotópica (ou de luz intensa)
- Os bastonetes são responsáveis pela visão periférica (visão escotópica ou de baixa intensidade).

## Distribuição dos cones e bastonetes

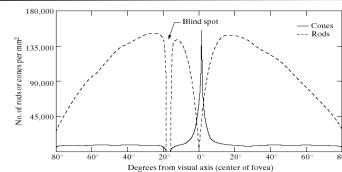
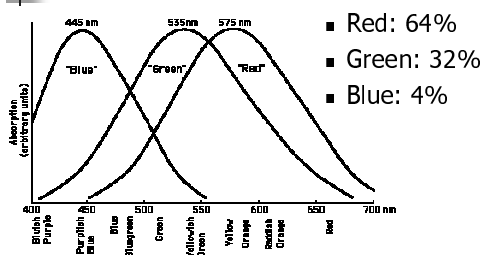


FIGURE 2.2 Distribution of rods and cones in the retina.

- Diâmetro da fóvea: 1.5mm
- cones: 6 a 7 milhões
- bastonetes: 120 milhões
- Ponto cego: nervo ótico se conecta com a retina

## Cones



## Bastonetes

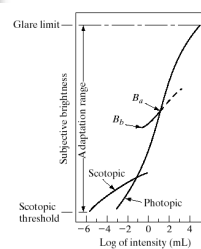
- 1000 vezes mais sensíveis à luz que os cones
  - capaz de reagir a um único fóton sob condições ideais
- Adaptação leva em torno de 10 minutos
- A sensibilidade dos bastonetes é deslocada para um comprimento mais curto que os cones, mais sensível ao brilho de folhas verdes ao luar
- São mais sensíveis ao movimento

## Formação da imagem



- Comprimento focal: 14mm (perto) a 17mm (longe)
- $15 / 100 = h / 17 \Rightarrow h = 2.55\text{mm}$

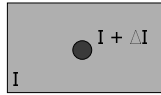
## Adaptação à intensidade luminosa



Intensidade subjetiva (percebida pelo sistema visual humano) é uma função logarítmica da intensidade luminosa. A sensibilidade do olho se adapta, por exemplo, em  $B_a$   $B_b$  = black

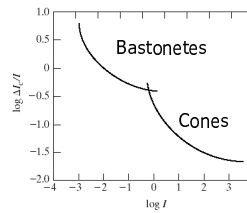
## Sensibilidade ao contraste

- A sensibilidade do olho à variações de contraste é muito importante
- $I$  é uma intensidade luminosa uniforme
- $\Delta I$  é a alteração da iluminação, necessário para se notar uma diferença



Relação de Weber:  $\Delta I/I$   
se a relação é alta, a discriminação é pobre

## Discriminação de intensidade



- A discriminação de brilho é pobre quando a iluminação é baixa, e melhora muito quando a iluminação de fundo aumenta.
- Caso a iluminação seja constante ao invés de pulsar, o número de intensidades percebidas é bem menor (12 a 24)

## Bandas de Mach (1865)

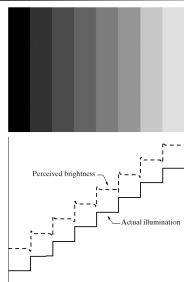


FIGURE 2.7 (a) An example showing that perceived brightness is not a simple function of intensity. The relative vertical positions between the two profiles in (b) have no special significance; they were chosen for clarity.

## Contraste simultâneo

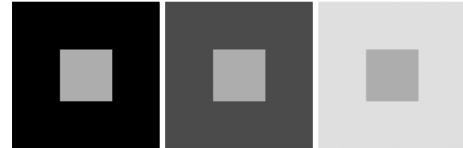
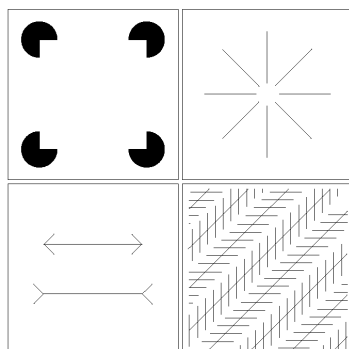


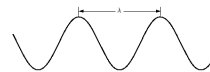
FIGURE 2.8 Examples of simultaneous contrast. All the inner squares have the same intensity, but they appear progressively darker as the background becomes lighter.

FIGURE 2.9 Some well-known optical illusions.

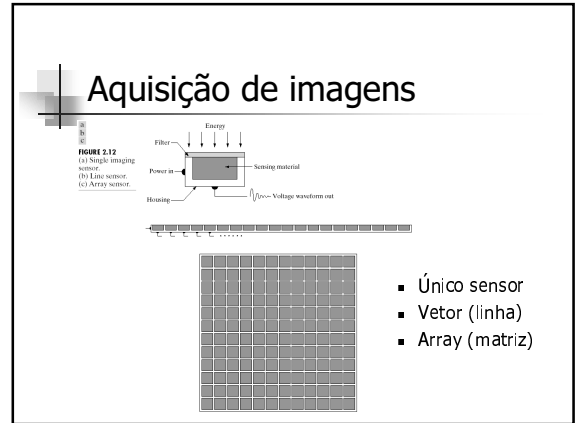
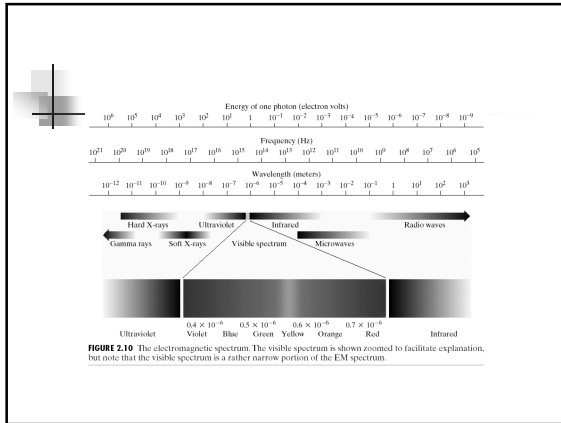


## Luz e ondas eletromagnéticas

FIGURE 2.11 Graphical representation of one wavelength.



- Relação entre comprimento de onda  $\lambda$  e frequência  $f$   
 $\lambda = c/f$  onde  $c$  = velocidade da luz
- Energia  $E = hf$  onde  $h$  = cte Planck



### Sinais

- Um sinal é uma função que carrega informação
- É comum que o valor de um sinal varie no espaço (tenha uma extensão) e no tempo (tenha uma duração).
  - Sinais espaço-temporais.

### Sinais variantes no tempo

- Sinais que variam no tempo podem ser representados por
 
$$f(t)$$
  - exemplo: sinal de áudio
  - esse sinal pode ser considerado como uma coleção de vários tons de frequências diferentes que variam ao longo do tempo.

### Sinais variantes no espaço

- Sinais também podem variar no espaço
- Uma imagem pode ser considerada como uma função de 2 dimensões espaciais:
 
$$f(x, y)$$
  - para imagens monocromáticas, o valor da função é a quantidade de luz naquele ponto
  - Equipamentos médicos de tomografia (CAT) e ressonância magnética produzem imagens com 3 dimensões espaciais  $f(x, y, z)$

### Sinais espaço temporais

- O que você imagina que seja um sinal da forma:
 
$$f(x, y, t)$$
  - onde x e y são coordenadas espaciais
  - e t = tempo
  - sinal que varia no espaço-tempo, como vídeo

## Tipos de sinais

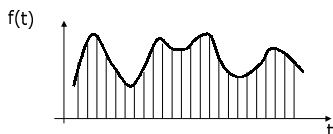
- a maior parte dos sinais que ocorrem naturalmente são funções definidas em um domínio contínuo
- Porém, para serem representadas em um computador, os sinais precisam ser definidos de forma discreta

## Analógico x Digital

- a maior parte dos sinais naturais também variam continuamente, possuindo valores de precisão infinita
- No computador, a precisão deve ser finita, e assim a variação é discreta
- Sinais analógicos possuem domínio e variação contínuos
- Sinais digitais possuem domínio e variação discretos

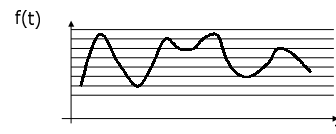
## Amostragem

- amostragem = espaçamento entre valores discretos no domínio do sinal
- taxa de amostragem = quantas amostras são colhidas por unidade em cada dimensão?  
Exemplo: amostras por segundo.



## Quantização

- Quantização = espaçamento entre valores discretos dos valores do sinal
- pode ser considerado como o número de bits usado para representar o valor de uma amostra.



## Amostragem e quantização

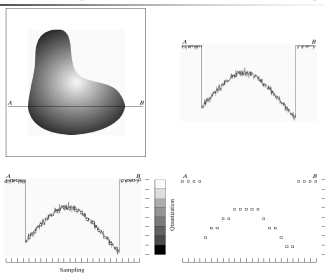
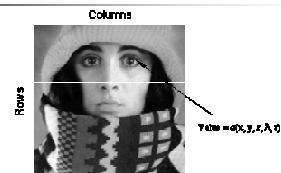


FIGURE 1.16 Generating a digital image. (a) Continuous image. (b) A scan line from A to B in the continuous image, used to illustrate the concepts of sampling and quantization. (c) Sampling and quantization. (d) Digital scan line.

## Representação de imagens digitais



- Uma imagem digital  $f(x,y)$  é uma imagem que foi digitalizada espacialmente e na intensidade de seus pixels
- O valor de um pixel é proporcional a intensidade luminosa (ou nível de cinza) daquele ponto

## Exemplo

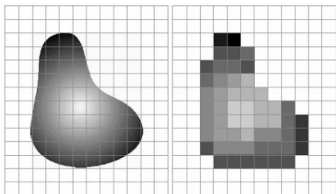


Image contínua projetada sobre o sensor

Imagem digitalizada resultado da amostragem e quantização

## Função de intensidade de luz

- imagens são funções 2D de intensidade luminosa,  $f(x,y)$
- A amplitude de  $f$  na coordenada espacial  $(x,y)$  fornece a intensidade (brilho) da imagem nesse ponto
- como a luz é uma forma de energia, ela deve ser maior que zero e finita  
 $0 < f(x,y) < \text{infinito}$

## Iluminação e reflectância

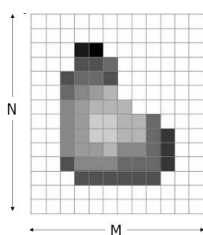
- A  $f(x,y)$  pode ser caracterizada por duas componentes:
  - a quantidade de luz incidente na cena sendo observada => Iluminação  $i(x,y)$   
 $0 < i(x,y) < \text{infinito}$
  - a quantidade de luz refletida pelos objetos na cena => reflectância  $r(x,y)$   
 $0 < r(x,y) < 1$

$$f(x,y) = i(x,y) \cdot r(x,y)$$

## Nível de cinza

- A intensidade de um pixel de uma imagem monocromática na posição  $(x,y)$  é chamada de nível de cinza ( $I$ ) daquela posição
  - $L_{\min} \leq I \leq L_{\max}$
  - $L_{\min}$  é não negativo e  $L_{\max}$  é finito
  - escala de cinza =  $[L_{\min}, L_{\max}]$
  - usualmente, desloque a escala para  $[0, L]$
  - $0$  = preto e  $L$  = branco

## Número de bits



- O número de bits dos níveis de cinza é uma potência de 2
  - $L = 2^k$
- Número de bits necessário para armazenar uma imagem digital:  
 $b = M \times N \times k$

## Resolução

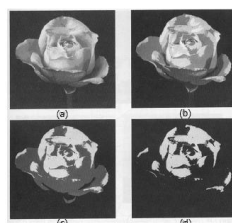
- Resolução (quantos detalhes da imagem você consegue observar?) depende da amostragem e dos níveis de cinza
- quanto maior a taxa de amostragem e a escala de cinza, melhor será a aproximação da imagem digital da imagem original
- quanto maior a amostragem, maior o tamanho da imagem (número de pixels)

## Efeito de blocos



- imagens variam de resolução de 1024x1024 a 32x32
- Quando a resolução cai muito, o efeito de blocos aparece

## Falsos contornos



- a) 16 níveis de cinza
- b) 8 níveis
- c) 4 níveis
- d) 2 níveis
- com poucos níveis de cinza, as áreas de pouco contraste são mais afetadas

## Amostragem não uniforme

- Para um valor fixo de resolução espacial, a aparência da imagem pode ser melhorada através de taxas de amostragem adaptativas
  - amostragem fina: necessária nas vizinhanças de transições abruptas no nível de cinza
  - amostragem grossa: utilizada em regiões relativamente suaves, de pouco contraste

## Exemplo



**FIGURE 2.22** (a) Image with a low level of detail. (b) Image with a medium level of detail. (c) Image with a relatively large amount of detail. (Image (b) courtesy of the Massachusetts Institute of Technology.)

## Exemplo

- a imagem de uma face sobre um fundo uniforme
  - fundo: pouco detalhe => amostragem grossa é suficiente
  - face: mais detalhes => amostragem fina
- se pudermos utilizar amostragem adaptativa, a qualidade da imagem é melhorada
- em particular, as regiões de alto contraste (contornos ou bordas) são importantes => transições abruptas entre objeto e fundo




## Quantização não uniforme

- O número de níveis pode ser reduzido se eles forem espaçados de forma não uniforme
  - use poucos níveis de cinza nas vizinhanças das bordas. Por que?
    - pois nossa visão é relativamente fraca em observar sombreamentos nas vizinhanças de bordas
  - use mais níveis de cinza em regiões suaves para evitar o efeito de falsos contornos

## Relações básicas entre pixels

- vizinhança de um pixel
- conectividade
- adjacência
- medidas de distância
- operações lógicas e aritméticas

## Vizinhança de um pixel

- um pixel  $p$  na coordenada  $(x,y)$  tem:
  - $N_4(p)$ : vizinhança-4 de  $p$   
 $(x-1,y), (x+1,y), (x,y-1), (x,y+1)$ 

  - $N_b(p)$ : vizinhança diagonal-4 de  $p$   
 $(x-1,y-1), (x-1,y+1), (x+1,y-1), (x+1,y+1)$ 

  - $N_8(p)$ : vizinhança-8 de  $p$   
 $N_4(p) + N_b(p)$ 


## Conectividade

- Seja  $V$  o conjunto de níveis de cinza utilizados na definição de conectividade
  - conectividade-4:
    - 2 pixels  $p$  e  $q$  com valores em  $V$  são conexos-4 se  $q$  está no conjunto  $N_4(p)$
  - conectividade-8:
    - 2 pixels  $p$  e  $q$  com valores em  $V$  são conexos-8 se  $q$  está no conjunto  $N_8(p)$
  - conectividade- $m$  (misturada)
    - 2 pixels  $p$  e  $q$  com valores em  $V$  são  $m$ -conectados se
      - $q$  está no conjunto  $N_4(p)$  ou
      - $q$  está no conjunto  $N_b(p)$  e o conjunto  $N_4(p) \cap N_4(q)$  é vazio
      - conjunto de pixels que são vizinhos-4 tanto de  $p$  quanto  $q$  e cujos valores estão em  $V$

## Exemplo

0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0	1

arranjo de pixels      conectividade-8      conectividade- $m$

- conectividade- $m$  elimina caminhos múltiplos possíveis na conectividade-8

## Adjacência

- um pixel  $p$  é adjacente a um pixel  $q$  se eles são conexos
- duas regiões na imagem  $R1$  e  $R2$  são adjacentes se um pixel  $p$  em  $R1$  for adjacente a um pixel  $q$  em  $R2$

## Percurso (path)

- um percurso do pixel  $p$  com coordenadas  $(x,y)$  ao pixel  $q$  com coordenadas  $(s,t)$  é uma seqüência distinta de pixels com coordenadas
  - $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , onde
    - $(x_0, y_0) = (x, y)$
    - $(x_n, y_n) = (s, t)$
    - $(x_i, y_i)$  é adjacente a  $(y_{i-1}, y_{i-1})$
  - $n$  é o comprimento do caminho
  - pode-se definir 4, 8 ou  $m$ -percurso dependendo do tipo de adjacência



## Exercício

- Considere as duas regiões S1 e S2

	S1	S2						
0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0

- para  $V=\{1\}$ , determine se S1 e S2 são
  - 4-conexas
  - 8-conexas
  - m-conexas

## Componentes conexos

- Seja S um subconjunto de pixels de uma imagem
- Se p e q estão em S, p está conectado a q se existir um percurso de p para q totalmente em S
- Componente conexo: conjunto de pixels em S que são conexos. Pode haver mais de um componente dentro de um dado S

## Algoritmo de rotulação

- Percorra a imagem, pixel a pixel, da esquerda para a direita, de cima para baixo
- V é conhecido, por exemplo,  $V = \{1\}$  para imagens binárias
- Com base nos pixels já rotulados (a esquerda e acima), decida como rotular o pixel atual
- Na saída, a imagem rotulada significa que teremos, para cada pixel, um rótulo que corresponde ao objeto que pertence

## Componentes conexos-4

	b
d	p

- para todos os pixels p
  - if p = 0 (background): sem ação
  - else // p = 1 (object): check b and d
    - if b=0 and d=0: crie um novo rótulo para p
    - if b=1 or d=1, use o mesmo rótulo para p
    - if b=1 and d=1
      - if b and d tem o mesmo rótulo => use o mesmo rótulo para p
      - rótulos diferentes => use um deles para p, e estabeleça equivalência entre os rótulos
- Um segundo passo sobre a imagem é necessário para agrupar os rótulos equivalentes

## Componentes conexos-8

a	b	c
d	p	

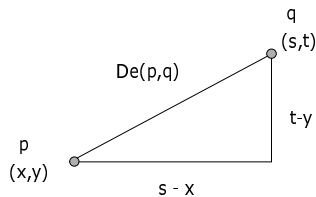
- para todos os pixels p
  - if p = 0 (background): sem ação
  - else // p = 1 (object): verifique a, b, c e d
    - if todos = 0: crie um novo rótulo para p
    - if somente um deles = 1, associe esse rótulo a p
    - if mais de um deles = 1, associe esse rótulo a p, e estabeleça equivalência entre rótulos

## Medidas de distância

- Sejam os pixels p, q, e z com coordenadas (x,y), (s,t) e (u,v) respectivamente
- D é uma função de distância ou métrica se:
  - a)  $D(p,q) \geq 0$ ;  $D(p,q) = 0$  iff  $p=q$
  - b)  $D(p,q) = D(q,p)$
  - c)  $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$

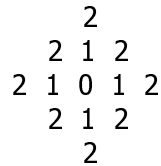
## Distância Euclidiana

- $D_e(p,q) = [(x-s)^2 + (y-t)^2]^{1/2}$



## City block distance: D4

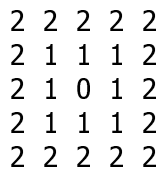
- $D4(p,q) = |x-s| + |y-t|$



- diamante centrado em  $(x,y)$
- $D4 = 1$  são vizinhos-4 de  $(x,y)$

## Chessboard distance: D8

- $D8(p,q) = \max(|x-s|, |y-t|)$



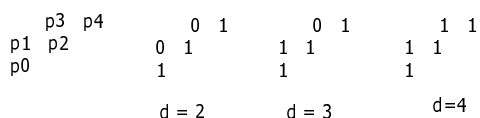
- quadrado centrado em  $(x,y)$

## Distâncias D4 e D8

- Distância D4 (D8) entre os pixels p e q equivale ao comprimento do percurso-4 (percurso-8) entre os 2 pontos
- As distâncias D4 e D8 são medidas, não importando se há um percurso conexo entre os pontos (só depende das coordenadas)

## Distância de conectividade-m

- A distância  $D_m$  entre 2 pontos é definida como o mínimo percurso-m entre os pontos.
  - a distância depende dos valores ao longo do percurso e dos valores de seus vizinhos.
  - Exemplo: Distância entre p0 e p4



## Operadores aritméticos

- Operadores aritméticos são largamente utilizados no PDI, realizados sobre toda a imagem, pixel a pixel, entre p e q:
  - adição:  $p + q$ 
    - usado para calcular médias, para redução de ruído
  - subtração:  $p - q$ 
    - usado para realce em imagens médicas
  - multiplicação:  $p \times q$ 
    - usado para correção de sombreamento resultante da não uniformidade na iluminação ou sensor
  - divisão:  $p / q$

## Operadores lógicos

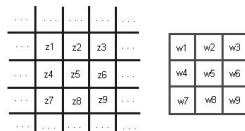
- AND:  $p \text{ AND } q$
- OR:  $p \text{ OR } q$
- Complemento:  $\text{not } q$
- operadores lógicos são utilizados apenas em imagens binárias, também pixel a pixel
- utilizados como máscaras, detecção de características e análise de forma

## Operações sobre regiões

- Além de operações pixel a pixel, operações lógicas e aritméticas podem ser aplicadas também sobre regiões da imagem. Esse processamento se dá em geral na forma da aplicação de máscaras
- Máscaras são operadores sobre regiões. Calcula-se o valor resultante da máscara aplicada sobre uma região da imagem de entrada, e atribui-se esse valor a um pixel da imagem de saída

## Exemplo

- Sejam os coeficientes da máscara  $w_i = 1/9$
- O pixel da imagem de saída correspondente a  $z_5$  é calculado como:  
$$Z = 1/9 z_1 + 1/9 z_2 + \dots + 1/9 z_9 = \sum w_i z_i$$



## Definição da máscara

- A escolha dos coeficientes da máscara e sua aplicação para cada pixel da imagem encontra várias aplicações:
  - redução de ruído
  - afinamento de regiões
  - detecção de bordas
- A aplicação de máscaras é computacionalmente caro.

## Transformações afins

- É uma classe de transformações que inclui:
  - rotação
  - translação
  - escala (uniforme e não uniforme)
  - reflexão
  - cisalhamento
- Propriedades:
  - todas as transformações preservam combinações afins entre pontos
    - $R = (1 - \alpha)P + \alpha Q \Rightarrow T(R) = (1 - \alpha)T(P) + \alpha T(Q)$

## Coordenadas homogêneas

- Para representar pontos e vetores em um espaço d-dimensional, utilizaremos vetores de comprimento  $d+1$ .
  - pontos tem a última coordenada = 1
  - vetores tem a última coordenada = 0
- Esse tipo de representação é denominado coordenadas homogêneas de um ponto ou vetor relativo a um frame de coordenadas F.

## Observações

- Primeiro, um axioma, para facilitar nossa forma de notação:
  - 0 . P = vetor nulo
  - 1 . P = P
- Atenção: "vetor" pode ser usado como
  - vetor livre**: entidade geométrica
  - vetor de coordenada**: forma de representação que pode ser usada para vetores livres e para pontos.

## Propriedades

A escolha de 1/0 para ponto/vetor não é arbitrária, ela possui algumas propriedades interessantes:

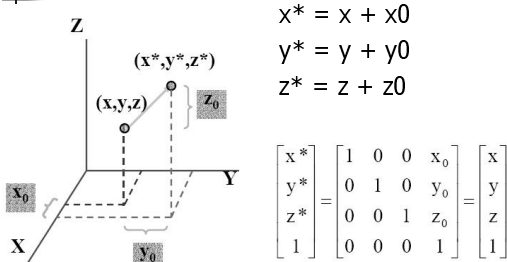
$v = P - Q$ : a última coordenada se cancela  
seja U e V pontos ou vetores. Após várias operações da forma U-V, U+V ou  $\alpha U$ :

- se a última coord = 0, o resultado é um vetor
- se a última coord = 1, o resultado é um ponto

caso contrário, não é uma operação afim válida.

Isso permite grande flexibilidade, como combinações do tipo:  
centróide =  $(P+Q+R)/3$

## Translação



## Transformações: forma geral

$$v^* = A v$$

- A** : matrix de transformação 4x4
- v** : vetor coluna contendo as coordenadas originais
- v\*** : vetor coluna contendo o resultado da transformação

## Matriz de translação

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$v^* = T v$$

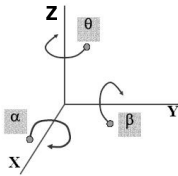
## Escala

- escala não uniforme pelos fatores  $s_x$ ,  $s_y$ , e  $s_z$ , ao longo dos eixos x, y, z.
  - Caso particular:  $s = s_x = s_y = s_z$

$$T = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Rotação

- rotação de um ponto ao redor do eixo z por um ângulo  $\theta$  no sentido horário



$$R_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Rotação sobre x

- Rotação de um ponto ao redor do eixo x por um ângulo  $\alpha$

$$R_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Rotação sobre y

- Rotação de um ponto ao redor do eixo y por um ângulo  $\beta$

$$R_{\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Concatenação e transformação inversa

- Várias transformações podem ser representadas por uma única matriz de transformação 4x4
  - exemplo: translação, escala e rotação ao redor do eixo z de um ponto V é dado por:  
 $V^* = R_{\theta}(S(TV))$   
 $= AV$

ATENÇÃO: a ordem das matrizes é muito importante!