15. Gerar uma amostra de n=100 observações do modelo normal-exponenciado com $\alpha = 2$ e

$$G(x) = \Phi^{\alpha}(x).$$

i) Escreva no R um programa "optim" para obter o MLE de α. Refaça o programa para o caso localização-escala.
ii) Implemente Winbugs para o modelo acima. Escreva um alogoritimo de Metropolis-Hastings no R para ajustar este modelo usando o modelo $y|x \sim U(0, 10)$ como proposta.

M-H geral:
$> y = genenq(x[t])$
$>$ if $(runif(1) < f(y) * q(y, x[t])/f(x[t]) * q(x[t], y)))$ {
$+ \; x[t + 1] = y$
$+ \; \}else\{$
$+ \; x[t + 1] = x[t]$
$+ \; \}$

16. Considere a familia exponencial com a parametrização natural definida por

$$f(x|\alpha) = g(x)\mathrm{e}^{\alpha' x - \Psi(\alpha)},$$

com $\alpha \in A = \{\alpha, \int f(x|\alpha)dx = 1\}$.

i) Prove que para qualquer priori $h(\alpha)$, a média a posteriori de α é definida como

$$E_h[\alpha|x] = \frac{\partial \log \frac{p_h(x)}{g(x)}}{\partial x},$$

onde $p_h(x)$ representa a distribuição marginal de x.

ii) Sendo $\mu = E[X]$, mostre que

$$E[\mu|x] = \frac{a + n\bar{x}}{n + b},$$

com priori conjugada

$$\pi(\alpha) \propto \mathrm{e}^{\alpha' a - b\Psi(\alpha)}.$$

Verifique os casos particulares normal, binomial, Poisson, exponencial.