Spivak, Capítulo 5: 20.

1. Seja $\omega = x\,dy \wedge dz - y\,dx \wedge dz + z\,dx \wedge dy$. Calcular

$$\int_M \omega$$

onde M é a superfície (variedade diferenciável de dimensão dois) em $\mathbb{R}^3$ dada pela equação

$$\left(\frac{x-2}{a}\right)^2 + \left(\frac{y+1}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-5}{c}\right)^2 = 1$$

com a, b, $c > 0$.

2. Seja C a curva fechada (variedade diferenciável compacta de dimensão dois) obtida pela intersecção dos parabolóides $z = 8 - x^2 - y^2$ e $z = x^2 + 3y^2$. Fixe uma orientação em C e use o teorema de Stokes para calcular

$$\int_C x\,dy + (x^2 + y^2 + 8z)\,dz.$$

3. Determinar todas as formas diferenciais α em $\mathbb{R}^4$ tais que

$$\alpha \wedge (dx \wedge dy + dz \wedge dt) = dx \wedge dy \wedge dz \wedge dt.$$

Determinar uma forma ω tal que $\omega \wedge \omega = dx \wedge dy \wedge dz \wedge dt$.

4. Seja M uma variedade diferenciável compacta (sem bordo) em $\mathbb{R}^n$ de dimensão $k + \ell + 1$. Sejam ω uma k-forma e η uma ℓ-forma em M. Mostre que existe $a \in \mathbb{R}$ tal que

$$\int_M d\omega \wedge \eta = a \int_M \omega \wedge d\eta.$$

Determine a.