Novas estruturas de interconexão à base de barramentos e algoritmos de comunicação: Uma contribuição à computação maciçamente paralela.

Autor: **Alfredo Goldman vel Lejbman**[1] e-mail: gold@ime.usp.br
Orientador: **Prof. Dr. Siang Wun Song** e-mail: song@ime.usp.br
Departamento de Ciência da Computação.
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.
Caixa Postal: 20570 — CEP 01452-990 — São Paulo - SP - Brasil.

Resumo

Em sistemas multiprocessadores MIMD de memória distribuída, processadores são ligados por uma rede de interconexão ponto-a-ponto, usualmente modelada por um grafo onde processadores são vértices do grafo e canais de comunicação são as arestas. Como a comunicação inter-processador constitui-se freqüentemente em sérios gargalos, diversas arquiteturas foram propostas que adicionam à topologia ponto-a-ponto um sistema de barramentos múltiplos. Neste trabalho mostramos o interesse de arquiteturas paralelas onde comunicações se realizam somente por barramentos. Para isto estudamos algumas topologias ponto-a-ponto, e sua modelagem por grafos. Vemos também com algum detalhe algoritmos de comunicação global. Estudamos alguns trabalhos anteriores onde foram utilizados barramentos. Vamos propor generalizações do anel, grade, etc, que são as versões baseadas em barramentos das correspondentes redes ponto-a-ponto. Mostramos como usar conceitos de hipergrafos para modelar a comunicação entre processadores em tais redes de interconexão e damos algoritmos eficientes para as operações de difusão (*broadcast*) e troca completa (*gossiping*). Desenvolvemos uma nova ferramenta chamada *simplificação*. A idéia é construir um grafo, chamado *grafo simplificado*, da topologia original de hipergrafo, de tal modo que ficará fácil descrever e realizar esquemas de comunicação. O conceito de simplificação nos permitirá utilizar algoritmos conhecidos para redes usuais, sem barramentos.

Abstract

In most distributed memory MIMD multiprocessors, processors are connected by a point-to-point interconnection network, usually modeled by a graph where processors are nodes and communication links are edges. Since interprocessor communication frequently constitutes serious bottlenecks, several architectures were proposed that enhance point-to-point topologies with the help of multiple bus systems. In this work we demonstrate the interest of parallel architectures where the communication means are constituted *solely* by busses. We study some point-to-point topologies, and their modeling by graphs. We also study algorithms for global communication and some previous works that use busses. We propose generalizations of the ring, grid, etc, which are the bus-based versions of the well used point-to-point linear and grid interconnection networks. We show how to use hypergraph concepts in order to model inter-processor communication in such networks and we give efficient algorithms for broadcast and gossiping. We developed a new tool called *simplification*. The idea is to construct a graph, to be called *simplified graph*, from the original topology, so that it will become easy to describe and perform communication schemes. The simplification concept also allows us to use some already known communication algorithms for usual networks.

[1] Durante a elaboração deste trabalho o autor recebeu apoio financeiro da CAPES e FAPESP (proc.92/3991-0).

1 Introdução

Em muitos sistemas de multiprocessadores MIMD de memória distribuída, processadores são ligados por uma rede de interconexão ponto-a-ponto. Em tais arquiteturas, a comunicação inter-processador constitui-se freqüentemente em um sério gargalo, a fim de contornar este problema, diversas arquiteturas fazem uso de um sistema de barramentos múltiplos para aumentar e eficiência na comunicação. Tais arquiteturas podem ser modeladas por um hipergrafo, em que uma hiperaresta é um conjunto de vértices. Cada barramento da rede pode ser portanto representado por uma hiperaresta.

Proporemos novas topologias utilizando somente barramentos, de forma a contribuir com a computação maciçamente paralela. Defendemos a viabilidade destas novas topologias, com a definição de modelos realistas, e com a descrição de algoritmos básicos para a comunicação global.

Neste trabalho apresentaremos os modelos de grafos para redes de interconexão ponto-a-ponto. Veremos as topologias caminho, anel, grade, toro e hipercubo, e os diversos modelos de comunicação para grafos.

Estudaremos os algoritmos, e veremos os limites inferiores, para difusão e troca completa para cada uma das topologias. Apreciaremos algumas tentativas de melhorar redes de interconexão ponto-a-ponto utilizando barramentos.

Introduziremos alguns princípios básicos da teoria de hipergrafos, de forma a propor um modelo teórico para barramentos. Veremos algumas aplicações imediatas de hipergrafos em redes de interconexão. Generalizaremos o caminho, anel, grade e toro, com novas topologias de interconexão à base de barramentos (hiperarestas). Serão definidas as topologias hipercaminho, hiperanel, hipergrade e hipertoro, todas originais.

Definiremos uma ferramenta denominada simplificação, também original, que será utilizada na descrição de algoritmos nas topologias propostas. São apresentados diversos tipos de simplificação, assim como outra ferramenta chamada redução. Utilizando estas ferramentas descreveremos em detalhes algoritmos eficientes para a difusão e troca completa nas generalizações apresentadas. Veremos também alguns limites inferiores.

1.1 Organização do trabalho

Inicialmente são introduzidos os conceitos e classificação de Flynn para arquiteturas paralelas. São abordados os modelos SIMD e MIMD, com memória compartilhada e distribuída, e os modelos para PRAM.

No capítulo 2 examina-se a modelagem, utilizando grafos, para redes de interconexão ponto-a-ponto. São estudadas algumas topologias bem conhecidas, e é feita uma análise detalhada dos tempos dos algoritmos para difusão e troca completa.

No capítulo 3 estudamos alguns trabalhos que de alguma forma utilizaram barramentos para o aumento de desempenho de arquiteturas MIMD. Dois deles consideram grades d-dimensionais com acréscimo de barramentos. Bokhari [4] e Aggarwal [1] consideram o uso de um barramento global, ao qual todos os processadores são ligados. O primeiro utiliza um só barramento global e o segundo autor estende o trabalho para k barramentos globais. Bhuyan e Agrawal [3] apresentam uma generalização da rede de interconexão do hipercubo. Meyer auf der Heide e Pham [9] investigam grades com o uso de uma árvore de barramentos para a computação de operações associativas.

O capítulo 4 começa com definições e notações de hipergrafos, aborda algumas de suas características e mostra como podem ser utilizadas algumas de suas propriedades básicas. São apresentadas estruturas de interconexão originais, à base de barramentos. No final é proposto um novo modelo de comunicação para estruturas de interconexão com barramentos.

Algoritmos de comunicação global para as estruturas propostas, bem como ferramentas que facilitam a sua descrição, serão vistos no capítulo 5. São provados também alguns limites inferiores para os tempos de comunicação global. Na conclusão, capítulo 6, tem-se um apanhado geral, são apresentadas as contribuições e novas perspectivas geradas por este trabalho.

1.2 Resultados publicados

Parte do trabalho sobre as generalizações e comunicação foi publicado, em co-autoria com A. Ferreira e S. W. Song, como relatório técnico [5], em conferência nacional [6] e aceito para publicação em conferências internacionais [7, 8]. Um artigo já foi submetido para um periódico internacional.

2 Topologias ponto-a-ponto

Vários conceitos e nomenclaturas básicos da teoria de grafos serão utilizados a seguir livremente, sem repetir suas definições.

2.1 Definições

Caminho Esta é a mais simples forma de interconexão. Um caminho (*path*) $P_n(V, E)$ é definido como na teoria de grafos. Note que o diâmetro de um caminho $P_n(V, E)$, de tamanho n, é $n-1$ e o número de arestas incidentes com um vértice é no máximo 2.

Anel Um anel (*ring*) $R_n(V, E)$ é definido como um circuito de n vértices. Observe que o diâmetro de um anel com n vértices é $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ e todo vértice tem grau 2.

***d*-grade** Uma d-grade (*grid*) é o resultado do produto cartesiano de d caminhos. Formalmente uma d-grade $G^d(V, E) = P_{n_1} \times \ldots \times P_{n_d}$ onde $P_{n_i}, 1 \leq i \leq d$, são caminhos. O diâmetro de uma d-grade é igual a soma dos diâmetros dos caminhos componentes, isto é, $D = \sum_{i=1}^{d}(n_i - 1)$ onde cada $n_i, 1 \leq i \leq d$, é o número de vértices do caminho P_{n_i}. O grau máximo de um vértice na d-grade é $\mathrm{gr}(V) = 2d$.

***d*-toro** Definimos o d-toro (*torus*) como um produto de d anéis. Um d-toro $T^d(V, E) = R_{n_1} \times \ldots \times R_{n_d}$ onde $R_{n_i}, 1 \leq i \leq d$, são anéis. O grau de cada vértice é $\mathrm{gr}(V) = 2d$ e o diâmetro é $D = \sum_{i=1}^{d} \lfloor \frac{n_i}{2} \rfloor$, onde n_i é o número de vértices do anel R_{n_i}. O toro também é chamado de grade toroidal.

Hipercubo Um hipercubo $H_d(V, E)$ é um grafo com $N = 2^d$ vértices onde

$$V = \{(b_1, \ldots, b_d) \mid b_i \in \{0, 1\}, 1 \leq i \leq d\};$$
$$e \in E \leftrightarrow e = \{v_1, v_2\} \text{ onde } \begin{cases} v_1, v_2 \in V \\ v_1 \oplus v_2 = e_j. \end{cases}$$

O hipercubo tem diâmetro d e todos os seus vértices têm grau $\mathrm{gr}(V) = d$.

2.2 Modelos de comunicação

Usaremos as seguintes definições.

Transmissão: envio de uma mensagem ou parte da mesma de um vértice a um ou mais vértices. Dados um grafo $G(V, E)$ e vértices $u, v \in V$ denotamos uma transmissão do vértice u para o vértice v por $v \leftarrow u$.

Ciclo ou **passo:** conjunto qualquer de transmissões simultâneas.

2.2.1 Transmissão entre vértices

Existem vários modelos em relação ao tempo de transmissão de uma mensagem entre dois vértices adjacentes, na dissertação temos uma descrição dos modelos *constante*, *linear*,*de pacotes* e *k-linear*.

Existem modelos e técnicas específicas para o envio de mensagens entre vértices não adjacentes. A técnica mais simples é a armazene-e-envie (*store-and-forward*). As outras técnicas mais comuns são *pipeline* e *caminhos disjuntos*. Quanto aos modelos existentes, o principal é um relacionado a comutação de circuitos (*wormhole*).

Neste trabalho abordaremos o modelo de comunicação constante.

2.3 Comunicação entre vértices

Existem vários modelos para a comunicação entre vértices adjacentes. Uma aresta pode ser bidirecional, isto é, as informações podem trafegar nos dois sentidos ao mesmo tempo (ex: conversa telefônica). Pode ser unidirecional, no caso em que a aresta só pode transmitir informações em um sentido simultaneamente (ex: *walkie talkie*). O modelo bidirecional é denotado por F (*full duplex*) e o unidirecional por H (*half duplex*).

Há outro modelo importante em relação ao número de arestas que um vértice pode utilizar para a transmissão/recepção de mensagens simultaneamente. Se um vértice pode transmitir/receber por apenas uma aresta por vez chamamos de 1-porta (*processor-bound*) e denotamos por F_1 ou H_1, dependendo se as arestas são uni ou bidirecionais.

Se um vértice pode transmitir por no máximo um dado número k de suas arestas, ao mesmo tempo, chamamos de k-porta (*DMA-bound*) e denotamos por H_k ou F_k. Por último quando um vértice pode transmitir por todas as suas arestas simultaneamente temos o modelo $*$-porta (*link-bound*) cuja notação é F_* ou H_*.

2.4 Padrões de comunicação global

Difusão: Um vértice tem uma informação que deve ser transmitida a todos os outros vértices do grafo.

Troca completa: Cada vértice tem um pedaço distinto de uma informação completa, no final todos os vértices devem conter a informação completa.

Para a verificação dos tempos de comunicação em cada modelo visto utilizaremos as seguintes notações. O número de ciclos do melhor algoritmo para a difusão (*broadcast*) em um grafo $G(V,E)$ será $b_M(G)$, onde M é o modelo utilizado (H_1, F_1, H_* ou F_*). Da mesma forma o número de ciclos para o melhor algoritmo de troca completa (*gossiping*) no grafo $G(V,E)$ com modelo M será denotado $g_M(G)$.

2.5 Resultados conhecidos

Neste trabalho nos restringimos a análise dos modelos uni e bidirecionais onde os vértices podem utilizar uma, ou todas as suas arestas simultaneamente, isto é, analisamos os modelos H_1, H_*, F_1 e F_*. A partir de observações na dissertação vemos que, no modelo constante, basta analisarmos o modelo H_1 para a difusão, e os modelos H_1, H_* e F_1 para a troca completa.

Apresentaremos o número de ciclos de algoritmos conhecidos para a difusão e troca completa para as seguintes topologias. Caminho $P_n(V,E)$, anel $R_n(V,E)$, grade $G^d(V,E) = P_{n_1} \times \ldots \times P_{n_d}$, toro $T^d(V,E) = R_{n_1} \times \ldots \times R_{n_d}$ e hipercubo $H_d(V,E)$. Temos as próximas tabelas, onde m é o número de dimensões n_i (do toro) de tamanho ímpar.

Difusão(H_1)

P_n	R_n	G^d	T^d	H_d
D	D, n par $D+1$, n ímpar	D	$D+m$	D

Troca completa

Observe que para a troca completa na grade e no hipercubo existem condições que devem ser satisfeitas para os algoritmos utilizados.

	Caminho	Anel	Grade	Toro	Hipercubo
	P_n	R_n	G^d	T^d	H_d
H_1	$D+1$, n par $D+2$, n ímpar	$D+\lceil\sqrt{2n}\rceil+1$, n par $D+\lceil\sqrt{2n}\rceil+2$, n ímpar	D	$D+18d+39$	$1.88D$
H_*	$D+1$	$D+1$, n par $D+2$, n ímpar	D	$D+m+d$	D
F_1	D, n par $D+1$, n ímpar	D, n par $D+2$, n ímpar	D	$D+2m$	D

3 Generalização de algumas estruturas de interconexão

3.1 Hipergrafos

Seguindo as definições e notações de Berge, definimos um hipergrafo por $\mathcal{G}(V,E)$, onde V é um conjunto finito $\{v_1,\ldots,v_n\}$ e $E=\{e_1,\ldots,e_m\}$ é um conjunto de subconjuntos de V, tais que

$$\begin{cases} e_i \neq \emptyset \\ \bigcup_{i=1}^{m} e_i = V. \end{cases}$$

Os elementos de V são chamados vértices e os conjuntos $e_1,\ldots,e_m$ arestas. No decorrer do trabalho chamaremos, por vezes, as arestas de um hipergrafo de *hiperarestas*.

O *dual* de um hipergrafo $\mathcal{G}(V,E)$ é um hipergrafo $\mathcal{G}^*(V^*,E^*)$ com $V^*=E=\{e_1,\ldots,e_m\}$ e com arestas $E^*=\{v_1,\ldots,v_n\}$, $v_i=\{e_j \mid v_i \in e_j, e_j \in E\}$.

Em [2] Bermond, Bond e Peyrat utilizaram as propriedades do dual de alguns hipergrafos.

3.2 Generalizações

Apresentaremos agora novas estruturas de interconexão à base de barramentos, as quais serão representadas por hipergrafos.

3.2.1 Motivação

O que nos motivou foi a seguinte definição. Unindo a idéia do grafo hipercubo generalizado com uma simples generalização de grafos para hipergrafos chegamos a seguinte generalização do hipercubo.

Definimos um hipercubo n-ário de dimensão b por $\mathcal{H}(V, E)$ (figura 1) onde:

$$\begin{cases} v \in V \leftrightarrow v \in \{0, \ldots, b-1\}^n \\ e \in E \leftrightarrow e = \{v_1, \ldots, v_b\} \mid \exists p \mid v_i^p \neq v_j^p \text{ e} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad v_i^k = v_j^k, 1 \leq i, j \leq b, k \neq p. \end{cases}$$

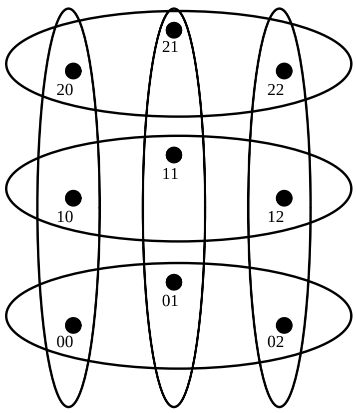

Figura 1: Hipercubo ternário de dimensão 2.

3.2.2 Hipercaminho

Definimos o *hipercaminho* $\mathcal{P}_{n,m}(V, E)$ de tamanho n e ordem m (figura 2) por:

$$\begin{array}{l} V = \{0, \ldots, nm-1\}; \\ e \in E \leftrightarrow e = \{v_1, \ldots, v_m, v'_1, \ldots, v'_m\} \\ \qquad\qquad \text{onde} \begin{cases} v_i = v_j \bmod n \\ v'_i = v'_j \bmod n \\ v_i = (v'_i - 1). \end{cases} \end{array}$$

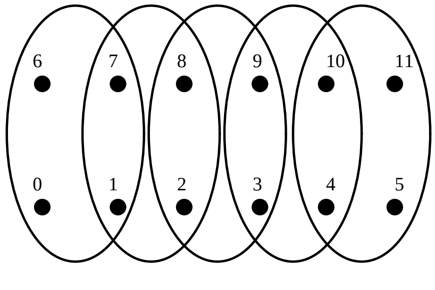

Figura 2: Hipercaminho de tamanho 6 e ordem 2 ($\mathcal{P}_{6,2}$).

3.2.3 Hiperanel

Definimos o *hiperanel* $\mathcal{R}_{n,m}(V, E)$ de tamanho n e ordem m (figura 3) por:

$$
\begin{array}{l}
V = \{0, \ldots, nm-1\}; \\
e \in E \leftrightarrow e = \{v_1, \ldots, v_m, v'_1, \ldots, v'_m\} \\
\qquad\qquad \text{onde} \begin{cases} v_i = v_j \bmod n \\ v'_i = v'_j \bmod n \\ v_i = (v'_i - 1) \bmod n. \end{cases}
\end{array}
$$

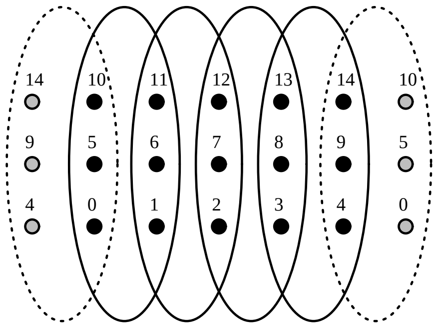

Figura 3: Hiperanel de tamanho 5 e ordem 3 ($\mathcal{R}_{5,3}$).

3.2.4 d-hipergrade

Na dissertação propomos duas alternativas para a generalização da grade e do toro. A primeira segue a idéia das generalizações do caminho e anel, isto é, define uma noção de "altura" (ordem) no hipergrafo generalizado. A outra forma, seguindo a definição da grade, é definir a hipergrade como o produto de hipercaminhos. Para isso definimos antes o produto de dois hipergrafos. Definimos uma d-hipergrade por $\mathcal{G}^d = \mathcal{P}^1_{n_1,m_1} \times \ldots \times \mathcal{P}^d_{n_d,m_d}$ (figura 4) onde $\mathcal{P}^i_{n_i,m_i}$ são hipercaminhos. Esta será a definição utilizada no decorrer do texto.

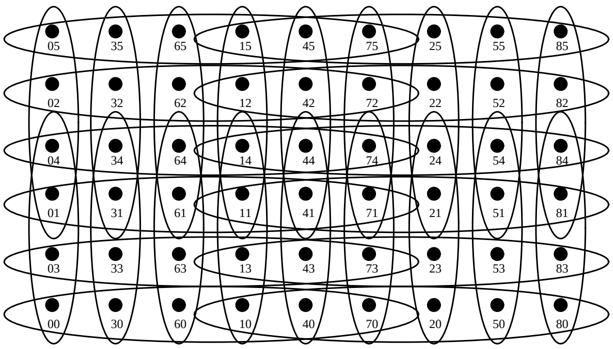

Figura 4: 2-Hipergrade $\mathcal{G}^2 = \mathcal{P}^1_{3,3} \times \mathcal{P}^2_{3,2}$.

3.2.5 d-hipertoro

Definimos um d-hipertoro por $\mathcal{T}^d = \mathcal{R}^1_{n_1,m_1} \times \ldots \times \mathcal{R}^d_{n_d,m_d}$, onde $\mathcal{R}^i_{n_i,m_i}$ são hiperanéis.

3.3 Modelos de comunicação

Apresentaremos novos modelos de comunicação para hipergrafos. Com isto modelizaremos as características de barramentos por meio de hiperarestas.

Dado um hipergrafo, $\mathcal{G}(V, E)$, temos:

modelo vértice Se um vértice pode utilizar simultaneamente (enviar/receber) apenas uma de suas hiperarestas temos o modelo 1-porta, caso possa utilizar k hiperarestas, ao mesmo tempo, temos o modelo k-porta.

modelo hiperaresta Neste modelo trataremos da quantidade de mensagens distintas que podem ser transportadas por um hiperaresta ao mesmo tempo. Se apenas uma informação pode trafegar, em um dado instante, denotaremos por 1-porta. Se k informações podem trafegar ao mesmo tempo temos o modelo k-porta.

Analogamente ao modelo $*$-porta para grafos, temos os modelos *modelo $*$-porta vértice* e o *modelo $*$-porta hiperaresta.*

Utilizaremos a notação $M_{e,v}$ onde e é o modelo da hiperaresta (e-porta) e v é o modelo do vértice (v-porta). Por exemplo, $M_{1,*}$ indica que vértices podem utilizar simultaneamente todas as suas hiperarestas, as quais só transportam uma mensagem por vez.

3.4 Comparação com estruturas de interconexão em grafos

Apresentamos uma comparação entre os vários parâmetros das estruturas de interconexão aqui definidas com as estruturas de interconexão usuais. Os aspectos abordados são: número de vértices e diâmetro. Na tabela 1 temos $\mathcal{G}^d(V,E) = \mathcal{P}^1_{n_1,m_1} \times \ldots \times \mathcal{P}^d_{n_d,m_d}$ e $\mathcal{T}^d(V,E) = \mathcal{R}^1_{n_1,m_1} \times \ldots \times \mathcal{R}^d_{n_d,m_d}$.

Estrutura	$\lvert V\rvert$	diâmetro
$P_n(V,E)$	n	$n-1$
$R_n(V,E)$	n	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
$G_{n_1,\ldots,n_d}(V,E)$	$n_1 \ldots n_d$	$\sum_{i=1}^d (n_i - 1)$
$T_{n_1,\ldots,n_d}(V,E)$	$n_1 \ldots n_d$	$\sum_{i=1}^d (\lfloor \frac{n_i}{2} \rfloor)$
$\mathcal{P}_{n,m}(V,E)$	nm	$n-1$
$\mathcal{R}_{n,m}(V,E)$	nm	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
$\mathcal{G}^d(V,E)$	$\prod_{i=1}^d (m_i n_i)$	$\sum_{i=1}^d (n_i - 1)$
$\mathcal{T}^d(V,E)$	$\prod_{i=1}^d (m_i n_i)$	$\sum_{i=1}^d (\lfloor \frac{n_i}{2} \rfloor)$

Tabela 1: Comparação entre topologias em grafos e hipergrafos.

Desta forma vemos que, por exemplo, uma estrutura de interconexão com n vértices na forma de anel tem diâmetro $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. Enquanto que uma estrutura com n vértices na forma de hiperanel com hiperarestas de tamanho m (supondo $(n \bmod 2m) = 0$) tem diâmetro m vezes menor ($\frac{n}{2m}$). Na tabela 2 temos o diâmetro de várias topologias. O número de vértices é fixo igual a 48, e o número de vértices por hiperaresta é 6.

Topologia	diâm.	Topologia	diâm.
Caminho	47	Anel	24
Grade$_{(2\times 24)}$	24	Grade$_{(4\times 12)}$	14
Grade$_{(6\times 8)}$	12	Toro$_{(2\times 24)}$	13
Toro$_{(4\times 12)}$	8	Toro$_{(6\times 8)}$	7
Hipercaminho	7	Hiperanel	4
Hipergrade$_{(2\times 4)}$	4	Hipertoro$_{(2\times 4)}$	3

Tabela 2: Comparação de diâmetro entre topologias em grafos e hipergrafos.

4 Tempos dos algoritmos

Serão apresentados os tempos de comunicação para a difusão e troca completa nas estruturas de interconexão definidas. Para facilitar o trabalho introduziremos algumas ferramentas simples (*simplificação e redução*) para a manipulação destas estruturas de interconexão. A partir do hipergrafo chegaremos ao *grafo simplificado*, e também ao *grafo simplificado reduzido*, ou grafo reduzido. Em particular o conceito introduzido, de grafo simplificado, torna a descrição de algoritmos de comunicação mais simples e concisa, além de poder utilizar os algoritmos de comunicação já conhecidos para estruturas modeladas por grafos.

É importante ressaltar que a operação de simplificação depende não só do hipergrafo, mas também do modelo de comunicação adotado. Veremos agora quatro formas de simplificação para os hipergrafos definidos no capítulo anterior. Note que a simplificação dos hipergrafos dados resulta em grafos, dos quais os hipergrafos foram generalizados.

- Simplificação para o modelo $M_{i,j}, (i \leq j)$. Usaremos esta simplificação nas topologias propostas de tal forma que seja fácil simular a comunicação no hipergrafo no modelo $M_{i,j}, (i \leq j)$ através do grafo simplificado no modelo H_j, se $i = 1$, ou no modelo F_j, se $i = 2$. A idéia principal é escolher um vértice representante nas intersecções de hiperarestas.

- Simplificação para o modelo $M_{2,1}$. Neste caso queremos simular a comunicação no hipergrafo através do grafo simplificado no modelo bidirecional, onde cada aresta pode carregar informações nas duas direções simultaneamente. Escolheremos dois vértices representantes por intersecção de hiperaresta.

- Simplificação * para o modelo $M_{1,1}$. Nessa e na próxima operação de simplificação, vamos aproveitar melhor as características dos hipergrafos. Para isso, como no modelo $M_{2,1}$, escolheremos mais de um representante por intersecção. Neste caso queremos trabalhar com o grafo reduzido no modelo H_*.

- Simplificação * para o modelo $M_{2,1}$. Note que para esta seção iremos supor que um vértice, no modelo $M_{x,1}$ (assim como no modelo H_1) pode enviar, no máximo, uma mensagem, e receber várias mensagens, no mesmo ciclo. Isto é, supomos que o modelo adotado limita apenas o número de transmissões por vértice. Esta simplificação será utilizada de tal forma que possamos trabalhar com o grafo reduzido no modelo F_*.

Apresentaremos agora um resumo de todos os resultados obtidos.

Difusão	$M_{1,1}$	$M_{1,*}$
$\mathcal{P}_{n,m}(V,E)$	$n-1$	$n-1$
$\mathcal{R}_{n,m}(V,E)$	$\lceil \frac{n}{2} \rceil$	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
$\mathcal{G}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^d (n_i - 1)$	$\sum_{i=1}^d (n_i - 1)$
$\mathcal{T}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^d (\lceil \frac{n_i}{2} \rceil) + m^d$	$\sum_{i=1}^d (\lfloor \frac{n_i}{2} \rfloor)$

Tabela 3: Resultados para a difusão, onde m^d é a quantidade de dimensões ímpares de $\mathcal{T}^d(V,E)$.

Nas tabelas para a troca completa (tabela 4 a 5) G e G^* são os grafos simplificado e reduzido, do hipergrafo em questão, no modelo referido.

Troca Completa	$M_{1,1}$	$M_{1,*}$	$M_{2,1}$
$\mathcal{P}_{n,m}(V,E)$	$2m + g_{H_1}(G)$	$2m + g_{H_2}(G)$	$m + 1 + g_{F_1}(G^*)$
$\mathcal{R}_{n,m}(V,E)$	$m + g_{H_2}(G)$	$m - 1 + g_{H_2}(G)$	$m + g_{F_1}(G^*)$
$\mathcal{G}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^d (2m_i) + g_{H_1}(G)$	$\sum_{i=1}^d (2m_i) + g_{H_*}(G)$	$\sum_{i=1}^d (m_i) + g_{F_1}(G^*) + d$
$\mathcal{T}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^d (m_i) + g_{H_1}(G)$	$\sum_{i=1}^d (m_i) + g_{H_*}(G)$	$\sum_{i=1}^d (\lceil \frac{m_i}{2} \rceil) + g_{F_1}(G^*) + d$

Tabela 4: Resultados para a troca completa.

Tr. Completa	$M_{2,k}$
$\mathcal{P}_{n,m}(V,E)$	$m+1+g_{F_*}(G)$
$\mathcal{R}_{n,m}(V,E)$	$m-1+g_{F_*}(G)$
$\mathcal{G}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^{d}(m_i)+g_{F_*}(G)+d$
$\mathcal{T}^d(V,E)$	$\sum_{i=1}^{d}(\lceil\frac{m_i-1}{2}\rceil)+g_{F_*}(G)+d$

Tabela 5: Resultados para a troca completa ($M_{2,*}$).

5 Conclusão

Observamos a viabilidade das novas topologias propostas através da apresentação de algoritmos de difusão e troca completa para cada uma delas. A modelagem de barramentos por hiperarestas poderá ser muito útil para a formalização de várias topologias já existentes, bem como na criação de novas topologias baseadas em barramentos.

Os modelos de barramentos utilizados (para a transmissão de 1 ou 2 mensagens ao mesmo tempo), assim como os modelos utilizados para vértices (utilização de 1 ou todos os seus canais de comunicação) são bem conhecidos e utilizados por fabricantes de máquinas paralelas. Assim, outra vantagem destas novas topologias é a simplicidade e a facilidade de implementação.

Com a utilização de ferramentas de simplificação e redução, diversos algoritmos já existentes para topologias convencionais podem ser adaptados, com muito pouco esforço, para as topologias propostas.

Outro tópico muito interessante apresentado por este trabalho foi a possibilidade de criar redes de interconexão com as seguintes características: muitos processadores, diâmetro pequeno e simplicidade.

Uma perspectiva aberta por este trabalho é a elaboração de outros tipos de comunicação global como ordenação e cálculo do máximo. Um problema diretamente relacionado com as novas topologias propostas é o de encontrar limites inferiores para algoritmos de comunicação global específicos para cada uma delas. Outra possibilidade interessante é a generalização de outras topologias ponto-a-ponto, bem como a adaptação de propriedades e outros modelos de grafos para hipergrafos.

Referências

[1] A. Aggarwal, Optimal bounds for finding maximum on array of processors with k global busses, *IEEE Transactions on Computers*, C-35:62-64, no. 1, Jan. 1986.

[2] J-C. Bermond, J. Bond, and C. Peyrat, Interconnection network with each node on two busses, *Proccedings of the International Workshop on Parallel Algorithms & Architectures*. France, April 1986.

[3] L.N. Bhuyan and D.P. Agrawal, Generalized hypercube and hyperbus structures for a computer network, *IEEE Transactions on Computers*, vol. C-33, no.4, pp. 323-332, 1984.

[4] S.H. Bokhari, Finding maximum on an array processor with a global bus, *IEEE Transactions on Computers*, C-33:133-139, Feb 1984.

[5] A. Ferreira, A. Goldman vel Lejbman, S.W. Song, Bus based parallel computers and new communication patterns, Technical Report 93-18, LIP, ENS-Lyon, France, 1993.

[6] A. Ferreira, A. Goldman vel Lejbman, S.W. Song, Comunicação em hipergrades e hipertoros usando barramentos, *V Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores - Processamento de Alto Desempenho*, pag. 13-32, 1993.

[7] A. Ferreira, A. Goldman vel Lejbman, S.W. Song, A viable way for massive parallelism, *PARLE'94 Parallel Architectures and Languages Europe*. Lecture Notes of Computer Science, Springer-Verlag, Athens, July 1994. (a aparecer)

[8] A. Ferreira, A. Goldman vel Lejbman, S.W. Song, Gossiping in bus interconnection networks, *CONPAR 94 / VAPP VI*. Lecture Notes of Computer Science, Springer-Verlag, September 1994. (a aparecer)

[9] F. Meyer auf der Heide and H.T. Pham, On the performance of networks with multiple busses, *STACS 92 Lecture Notes in Computer Science*, Volume 577:97-108, Springer-Verlag, 1992.