

Otávio Moura do Nascimento
Leandro de Moraes

Heurística shifting bottleneck

O Problema

- Job Shop
- m tarefas, divididas em n operações, devem ser executadas em k máquinas diferentes
- Cada máquina pode executar somente uma operação de cada vez
- As operações devem seguir um grafo de precedências pré-definido
- Objetivo: minimizar C_{max} (tempo de término da última tarefa)

O problema do problema

- O problema descrito é NP-completo
- Não é conhecido um algoritmo que o resolva em tempo satisfatório

Solução

- Utilizar uma heurística
- Heurísticas existentes para a solução do problema: SPT, MWR, FCFS
- Desvantagens: decisões são feitas com base no que parece ser localmente melhor e uma vez feitas, não são repensadas

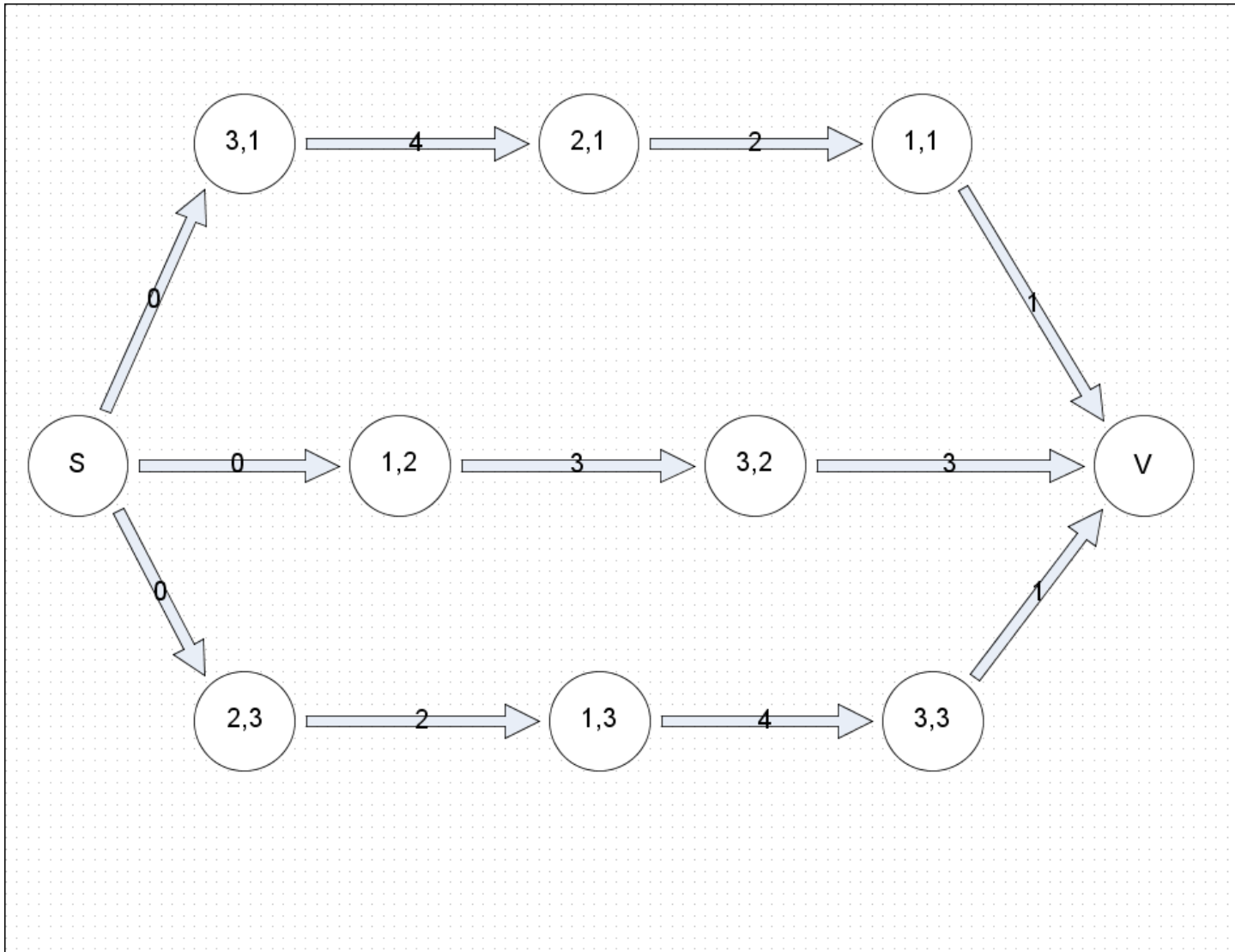
Heurística Shifting Bottleneck

- A heurística “Shifting Bottleneck” sequencia cada máquina separadamente, resolvendo um problema de escalonamento de uma máquina só a cada passo
- Cada vez que uma nova máquina é sequenciada, as máquinas já sequenciadas anteriormente são resequenciadas, levando em conta o novo estado do problema

Representação do problema

- O primeiro passo para a solução do problema é representar as operações utilizando um grafo G
- Inicialmente, desenhamos o grafo de precedências das operações, adicionando duas operações dummy S e V , representando início e fim, respectivamente
- Cada nó do grafo representa uma operação. O rótulo (i,j) de um nó representa a tarefa j a ser executada na máquina i
- As operações são ligadas por arestas que representam as relações de precedência entre as operações. Os rótulos das arestas representam os tempos de produção de cada operação.

Representação do problema



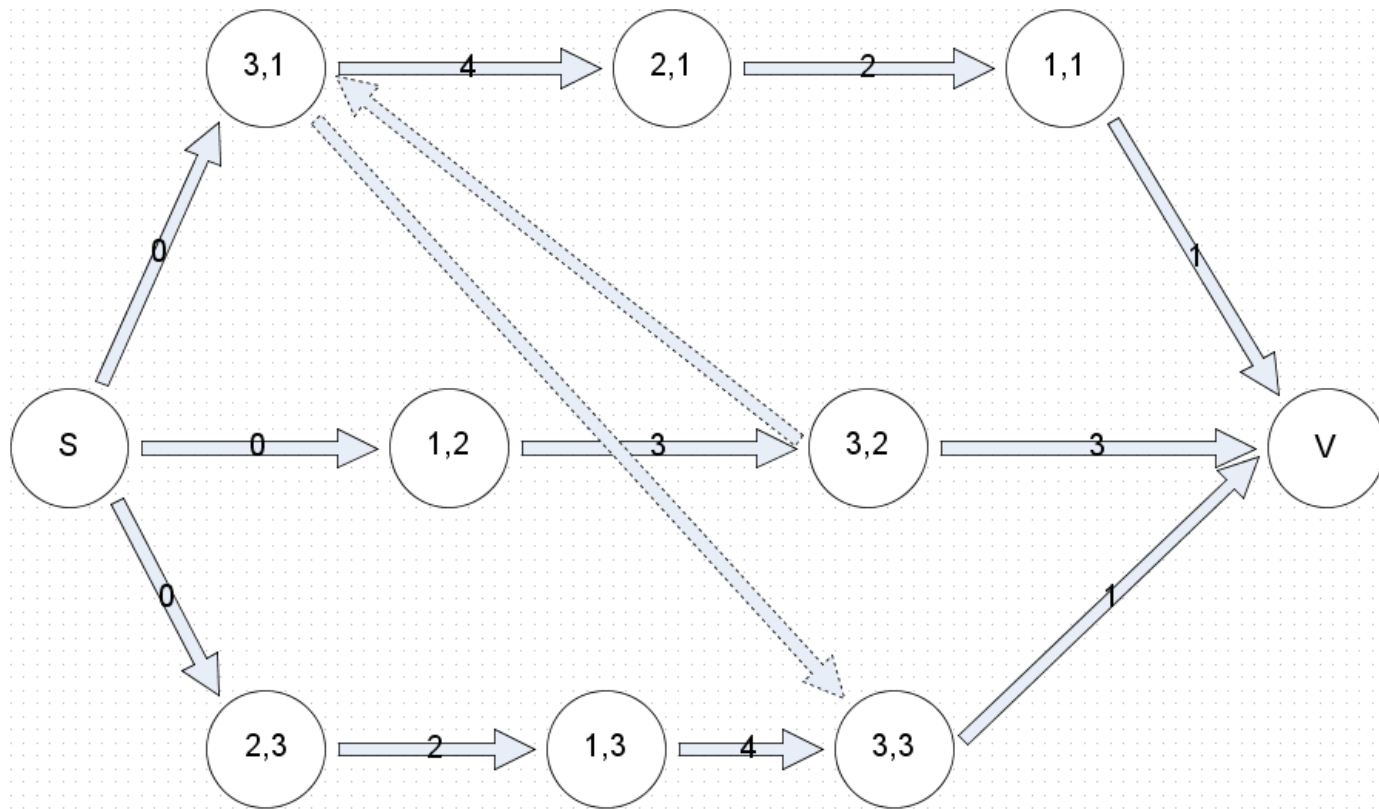
Processo

- Seja M o conjunto de máquinas do problema e M_0 o conjunto de máquinas já sequenciadas. Setamos $M_0 = \phi$ e executamos o processo:
- Passo 1: Identificar uma máquina gargalo (bottleneck) entre as máquinas $k \in M \setminus M_0$ e sequenciá-la. Setar $M_0 \leftarrow M_0 \cup \{m\}$
- Passo 2: Resequenciar as máquinas $k \in M_0$ já sequenciadas. Se $M_0 = M$, terminamos. Caso contrário, voltamos ao passo 1.

Processo

- Sempre que sequenciamos uma máquina, devemos representar seu sequenciamento adicionando arestas ao grafo que desenhamos inicialmente. Chamaremos de G' o grafo G com a adição das arestas dos sequenciamentos das máquinas
- O sequenciamento de novas máquinas levará em conta também as arestas inseridas pelo sequenciamento das outras máquinas

Atualização do grafo



Identificação da máquina gargalo

- Máquina gargalo = máquina que mais contribui para o aumento do makespan
- Para cada máquina k ainda não sequenciada, resolvemos o problema de minimizar o maior atraso nesta máquina (sem interrupções), utilizando somente as operações desta máquina
- A máquina com a maior solução para este problema é a máquina gargalo da iteração atual. Após identificarmos esta máquina, atualizamos o grafo G' com o sequenciamento que produziu a sua solução

Identificação da máquina gargalo

- Para cada operação j da máquina gargalo i , temos:
- r_{ij} = comprimento do maior caminho entre S e o nó (i,j) , sem contar p_{ij} , no grafo G'
- q_{ij} = comprimento do maior caminho entre o nó (i,j) e V , sem contar p_{ij} , no grafo G'
- p_{ij} = tempo de produção da tarefa j na máquina i
- Com estes dados, conseguimos resolver o problema da minimização do maior atraso

Identificação da máquina gargalo

- Utilizaremos a notação head-body-tail:
head = r_{ij}
body = p_{ij}
tail = q_{ij}
- Definimos S_{ij} = tempo de início da operação j na máquina i
- Definimos $C_{ij} = S_{ij} + p_{ij}$, tempo de término da operação j na máquina i
- Objetivo: minimizar $\max C_{ij} + q_{ij}$, para j de 1 a n
- Prova-se que isto é equivalente a minimizar L_{\max}
- Chamaremos de $f(n)$ a solução da otimização deste problema para a máquina n

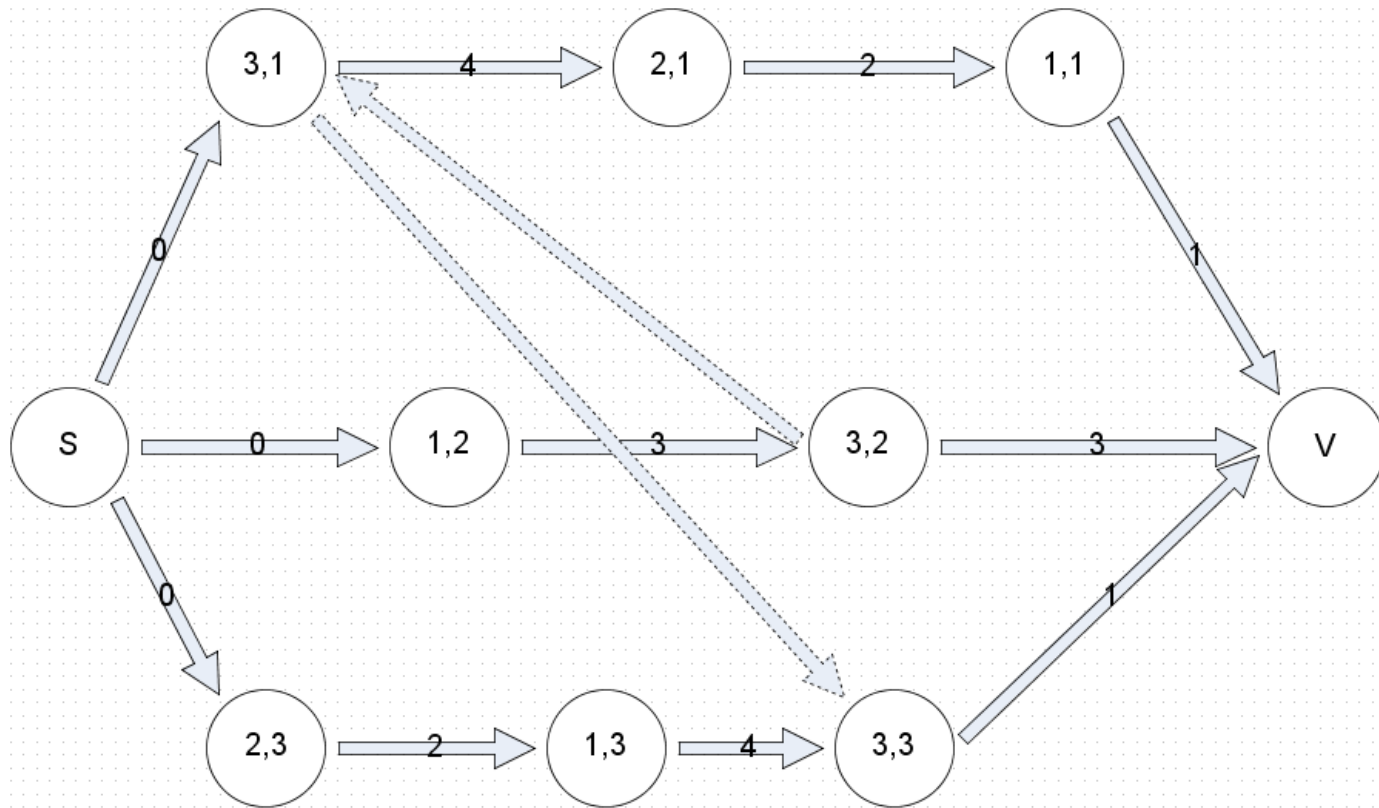
Resequenciamento de máquinas

- Para cada máquina k {pertence a} M_0 , realizamos o seguinte procedimento:
- Removemos de G' as arestas que representam o sequenciamento de k . Chamamos este novo grafo de G''
- Calculamos as *release* e *due* dates das operações de k utilizando os maiores caminhos do grafo G''
- Minimizamos o maior atraso para a máquina k e colocamos em G'' as arestas que representam a solução

Simulação

- Suponhamos que $M_0 = \{M_3\}$ e a máquina M_3 esteja sequenciada como $(3,2) \rightarrow (3,1) \rightarrow (3,3)$

Simulação



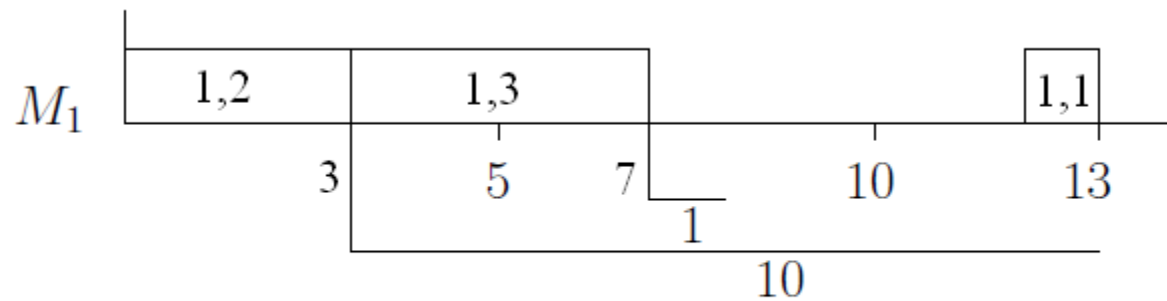
Simulação

- C_{\max} atual = 13
- Busca pela máquina gargalo
- Máquina M1:

(i, j)	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$
r_{ij}	12	0	2
q_{ij}	0	10	1
p_{ij}	1	3	4

Simulação

- Minimização do maior atraso para M_1 :



$$f(M_1) = 13$$

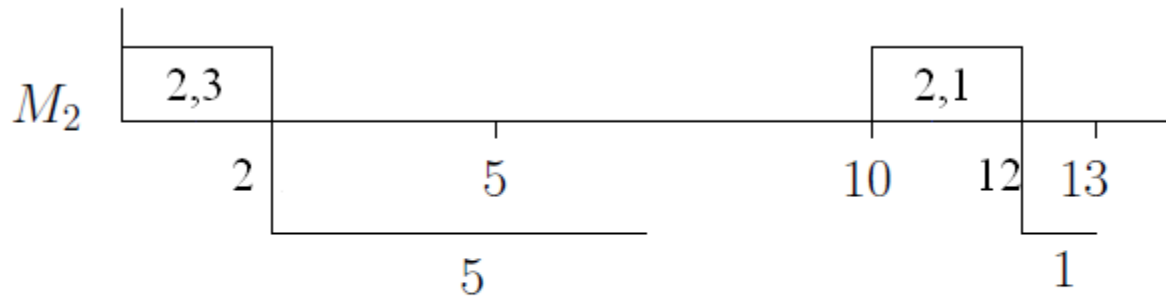
Simulação

- Busca pela máquina gargalo
- Máquina M2:

(i, j)	$(2, 1)$	$(2, 3)$
r_{ij}	10	0
q_{ij}	1	5
p_{ij}	2	2

Simulação

- Minimização do maior atraso para M_2 :

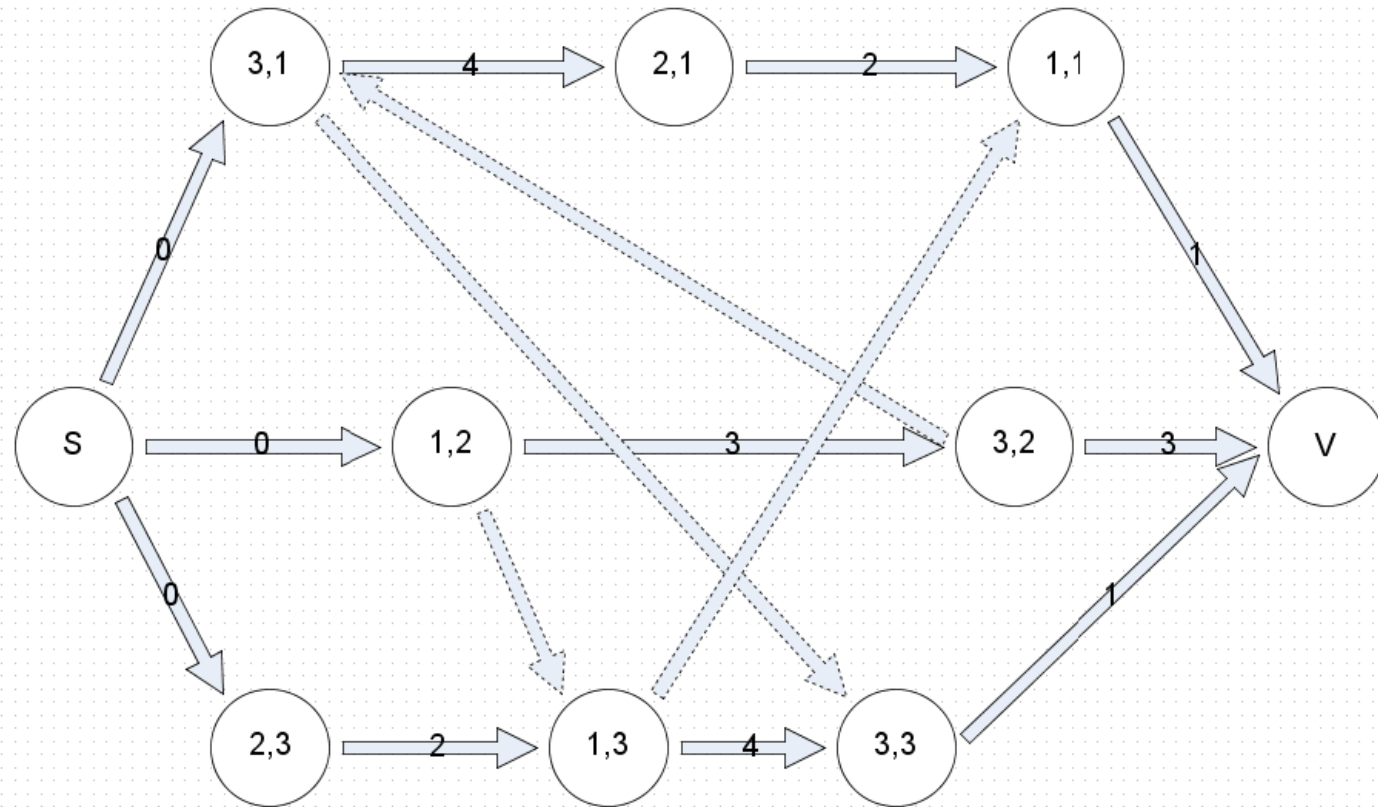


$$f(M_2) = 13$$

Simulação

- Escolhemos a máquina M_1 para ser sequenciada a seguir. Adicionamos seu escalonamento no grafo G'

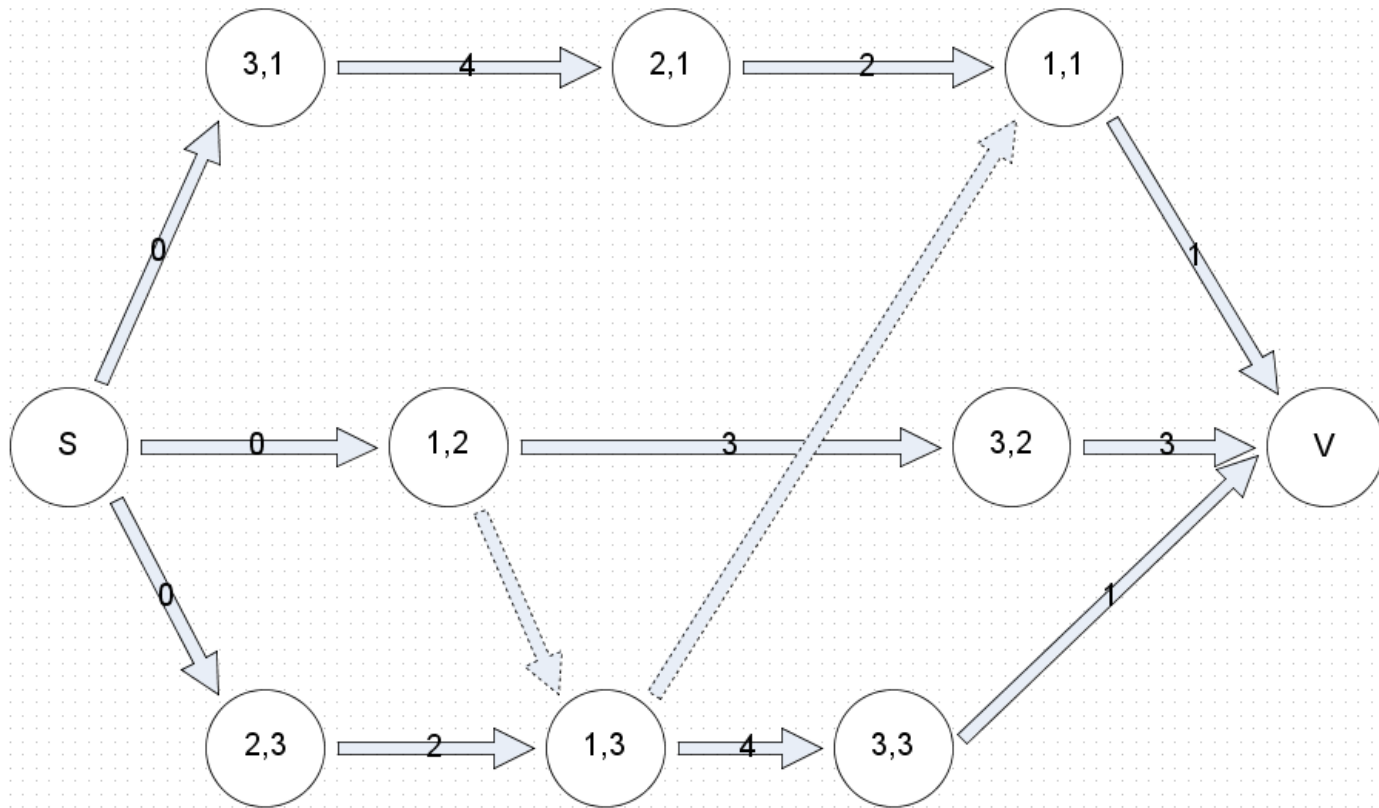
Simulação



Simulação

- C_{\max} atual = 13
- Devemos resequenciar a máquina M_3 . Para isso, removemos as arestas de M_3 do grafo e minimizamos de novo o maior atraso para M_3 , levando em conta as arestas de M_1 .

Simulação



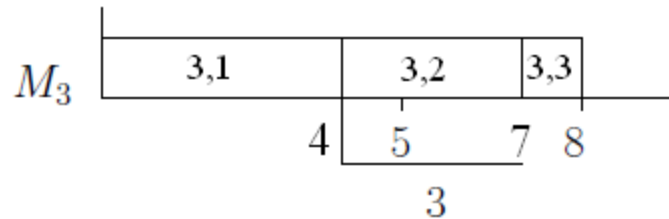
Simulação

- Resequenciando M_3 :

(i, j)	$(3,1)$	$(3,2)$	$(3,3)$
r_{ij}	0	3	7
q_{ij}	3	0	0
p_{ij}	4	3	1

Simulação

- Minimização do maior atraso para M_3 :

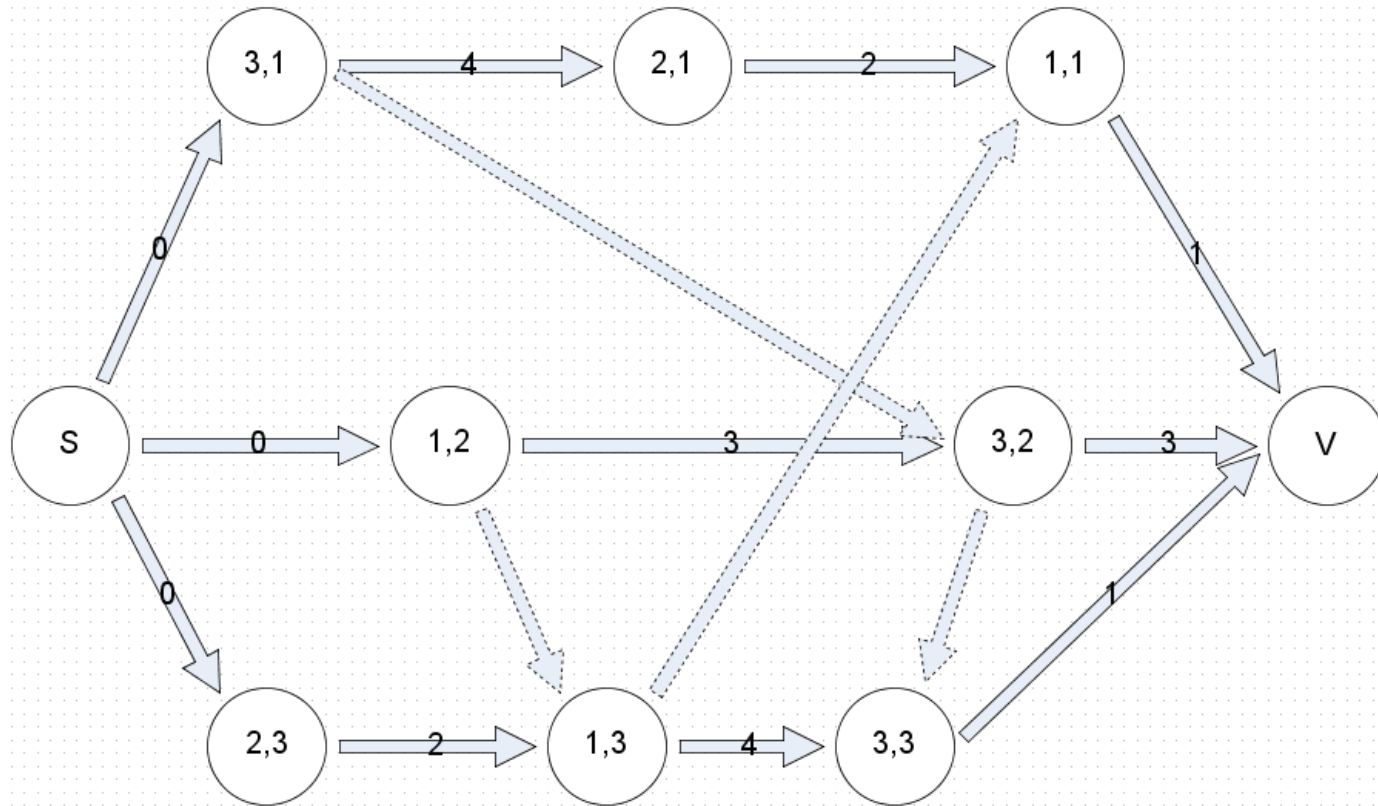


$$f(M_3) = 3$$

Simulação

- Adicionamos o novo sequenciamento de M_3 ao grafo

Simulação



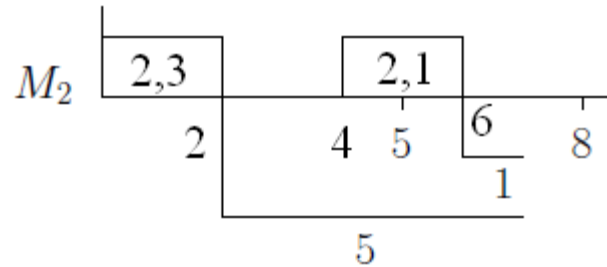
Simulação

- C_{\max} atual = 8
- A única máquina restante é M2. Portanto, ela é o gargalo desta iteração

(i, j)	$(2,1)$	$(2,3)$
r_{ij}	4	0
q_{ij}	1	5
p_{ij}	2	2

Simulação

- Minimização do maior atraso para M_2 :

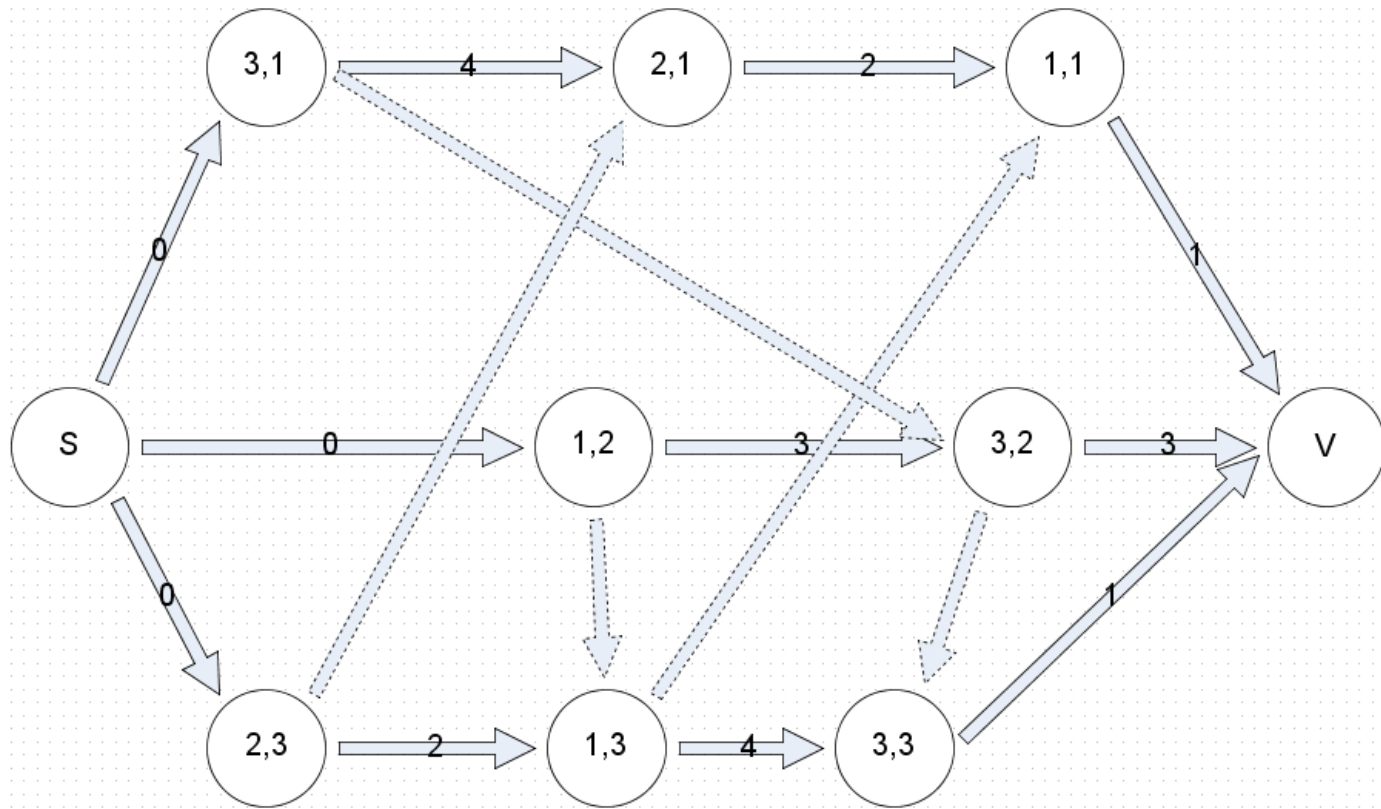


$$f(M_2) = 7$$

Simulação

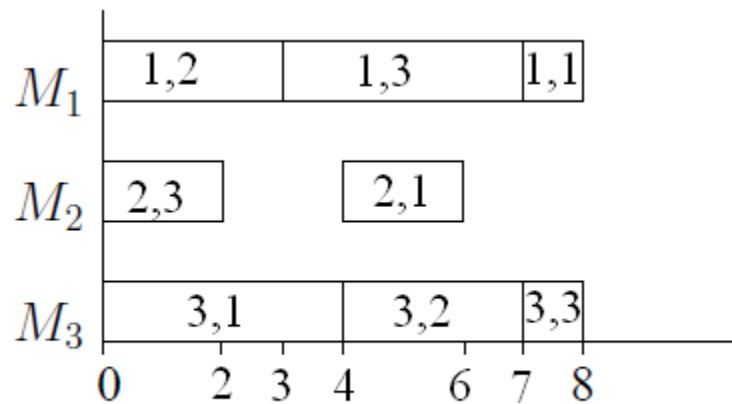
- Adicionamos o sequenciamento de M2 ao grafo

Simulação



Simulação

- Resequenciamentos de M_1 e M_3 não mudam nada, chegamos ao fim do processo



- $C_{max} = 8$

Resultados

Problema	Número de			SBI		
	Máquinas	Tarefas	Operações	Makespan	CPU Seg	Micro-runs
1	5	4	20	13*	0,5	21
2	6	6	36	55*	1,5	82
3	10	10	100	1015	10,1	249
4	5	20	100	1290	3,5	71
5	10	10	100	1306	5,7	181
6	10	10	100	962	12,67	235
7	15	20	300	730	118,87	1057
8	15	20	300	774	125,02	1105
9	15	20	300	751	94,32	845
10	10	15	150	1172	21,89	343
11	10	15	150	1040	19,24	293
12	10	20	200	1304	48,54	525
13	10	20	200	1325	45,54	434
14	10	30	300	1784*	38,26	212
15	10	30	300	1850*	29,06	164
16	10	40	400	2553*	11,05	61
17	10	40	400	2228*	75,03	226
18	10	50	500	2864*	53,42	98
19	10	50	500	2985*	27,47	75

Solução do subproblema

- O problema da minimização do maior atraso é NP-Completo
- Solução: técnica de branch and bound

Referências

- Adams, Joseph; Balas, Egon; Zawack, Daniel. The shifting Bottleneck procedure for job shop scheduling. Management Science; Mar 1988; 34, 3; ABI/INFORM Global, pg.391
- Scheduling (LNMB Master Course), lecture 3
<http://wwhome.math.utwente.nl/~hurinkjl/sched/sl3-handout.pdf>
- Scheduling (LNMB Master Course), lecture 8
<http://wwhome.math.utwente.nl/~hurinkjl/sched/sl8-handout.pdf>