MAE 326 - Guia do Trabalho 2

Prof. Antonio Galves

14 de novembro de 2013

O trabalho consiste em simular o modelo em que pode ocorrer apenas um disparo por instante, com 2 neurônios, onde o grafo de interações dado por $W_{1\to 1} = 0, W_{1\to 2} = 1, W_{2\to 1} = 1, W_{2\to 2} = 0$. Mais precisamente, o modelo em questão é a sequência de variáveis aleatórias $(X_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ assumindo valores em A, onde $A = \{0, 1, 2\}$ com probabilidades de transição definidas por

$$\mathbb{P}\{X_n = i | X_{-\infty}^{n-1}\} = \phi\left(\sum_{j=1}^{2} W_{j\to i} \sum_{t=L_{n-1}^{i}}^{n-1} \mathbb{1}_{\{X_s = j\}}\right), i = 1, 2$$

e $\mathbb{P}\{X_n = 0 | X_{-\infty}^{n-1}\} = 1 - \mathbb{P}\{X_n = 1 | X_{-\infty}^{n-1}\} - \mathbb{P}\{X_n = 2 | X_{-\infty}^{n-1}\}$, onde os pesos sinápticos são dados por $W_{1\to 1} = 0, W_{1\to 2} = 1, W_{2\to 1} = 1, W_{2\to 2} = 0$, $L_m^i = \sup\{t \leq m : X_t = i\}$ e a função de disparo $\phi(u)$ é dada por $\phi(u) = 1 - 0.2^{u+1}$ para todo $u \geq 0$.

Tarefas:

1. Escrever e documentar o código do algoritmo utilizado para simular o modelo acima.
2. Simular independentemente 100 amostras de tamanho $n = 10^5$, calculando o número de vezes que cada contexto da amostra apareceu.
3. Estimar para $m = 1, \ldots, 100$

$$\hat{p}_{100}(w) = (1/100) \sum_{m=1}^{100} \mathbb{1}_{\{X_k^{(m)} = w\}}$$

para os 4 menores contextos mais frequente. Na fórmula acima, m indica o índice da simulação.

4. Interprete os resultados obtidos no item 3.

5. Utilize o algoritmo contexto para estimar a árvore de contextos em cada uma das 100 amostras geradas utilizando $\delta = 0.1$

   Algoritmo Contexto:

   Dada uma amostra $X_0^n = (X_0, \ldots, X_n)$ de símbolos do alfabeto $A = \{0, 1, 2\}$, definimos para uma sequência $w = w_{-k}^{-1} \in A^k$ com $k < \ln n$ a seguinte quantidade

$$\Delta_n(w_{-k}^{-1}) = \max_{a,b \in A} \left| \hat{p}_n(a|w_{-k}^{-1}) - \hat{p}_n(a|w_{-k}^{-1}b) \right| .$$

   Fixado $\delta \in (0, 1)$, se $\Delta_n(w_{-k}^{-1}) < \delta$, podamos os símbolos mais remotos (representados pela letra b) das sequências $\{bw_{-k}^{-1} : b \in A\}$. Caso contrário, mantemos as sequências $\{bw_{-k}^{-1} : b \in A\}$.