

Lista de Exercícios No. 3

Cálculo Vetorial e Aplicações (MAP 215)
Cálculo Diferencial e Integral III (MAT 205)

1. Calcule as seguintes integrais duplas, por integração repetida,

(a) $\int_R dx dy (x + y)$ sobre o retângulo $R = [1, 2] \times [0, 1]$,

(b) $\int_R dx dy xy^2$ sobre o retângulo $R = [0, 2] \times [-1, 1]$,

usando ambas as ordens de integração possíveis (i.e., integrando primeiro sobre x e depois sobre y assim como primeiro sobre y e depois sobre x), assim verificando explicitamente que o resultado é o mesmo.

2. Calcule as seguintes integrais triplas, por integração repetida,

(a) $\int_R dx dy dz (x + y + z)$ sobre o retângulo $R = [1, 2] \times [0, 1] \times [0, 2]$,

(b) $\int_R dx dy dz xy^2z^3$ sobre o retângulo $R = [0, 2] \times [-1, 1] \times [0, 3]$,

usando qualquer ordem de integração que lhe pareça conveniente.

3. Usando coordenadas polares no plano, calcule a integral

$$\int_S dx dy \sin(x^2 + y^2)$$

sobre o semi-disco de raio a , $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0\}$.

4. Usando coordenadas esféricas no espaço, calcule a integral

$$\int_S dx dy dz \sin(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$$

sobre a semi-bola de raio a , $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, z \geq 0\}$.

5. Calcule o volume do conjunto

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

Neste caso, qual das três integrais deve ser executada primeiro?