

## Lista de Exercícios No. 3

Cálculo Vetorial e Aplicações (MAP 215)  
Cálculo Diferencial e Integral III (MAT 205)

1. Calcule as seguintes integrais duplas, por integração repetida,

(a)  $\int_R dx dy (x + y)$  sobre o retângulo  $R = [1, 2] \times [0, 1]$ ,

(b)  $\int_R dx dy xy^2$  sobre o retângulo  $R = [0, 2] \times [-1, 1]$ ,

usando ambas as ordens de integração possíveis (i.e., integrando primeiro sobre  $x$  e depois sobre  $y$  assim como primeiro sobre  $y$  e depois sobre  $x$ ), assim verificando explicitamente que o resultado é o mesmo.

2. Calcule as seguintes integrais triplas, por integração repetida,

(a)  $\int_R dx dy dz (x + y + z)$  sobre o retângulo  $R = [1, 2] \times [0, 1] \times [0, 2]$ ,

(b)  $\int_R dx dy dz xy^2z^3$  sobre o retângulo  $R = [0, 2] \times [-1, 1] \times [0, 3]$ ,

usando qualquer ordem de integração que lhe pareça conveniente.

3. Usando coordenadas polares no plano, calcule a integral

$$\int_S dx dy \sin(x^2 + y^2)$$

sobre o semi-disco de raio  $a$ ,  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0\}$ .

4. Usando coordenadas esféricas no espaço, calcule a integral

$$\int_S dx dy dz \sin(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$$

sobre a semi-bola de raio  $a$ ,  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, z \geq 0\}$ .

5. Calcule o volume do conjunto

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}.$$

Neste caso, qual das três integrais deve ser executada primeiro?