

1 A noção de campo e suas origens

1.1 Mecânica discreta e física do contínuo

A noção de campo originou-se e evoluiu durante o século XIX, paralelamente ao aparecimento da eletrodinâmica. Alguns eventos importantes para o desenvolvimento da teoria dos campos, a partir de 1780, estão registrados na seguinte tabela.

Tab. 1.1: Eventos importantes para o desenvolvimento da teoria dos campos

1780	Descoberta de Galvani
1785	Lei de Coulomb
1799	Pilha de Volta
~ 1800	Experiências eletroquímicas de J.W. Ritter
1820	Lei de Oersted
1822	Interpretação de Ampère do magnetismo como eletricidade em movimento
1826	Lei de Ohm
1831	Lei da indução de Faraday
1856	Experiência de W. Weber e R. Kohlrausch
1862	Equações de Maxwell: integração da ótica ao eletromagnetismo
1870	Confirmação da relação $n = \sqrt{\epsilon}$ por L. Boltzmann
1888	Exibição de ondas eletromagnéticas por H. Hertz
1890	Formulação moderna das equações de Maxwell por H. Hertz
1905	Relatividade restrita
1915	Relatividade geral

O estado do conhecimento na física em torno do ano 1800 pode, grosso modo, ser caracterizado pela seguinte dicotomia:

Tab. 1.2: Conceitos básicos da física em torno do ano 1800

MECÂNICA DOS PONTOS MATERIAIS (Atomismo)	FÍSICA DO CONTÍNUO (Dinamismo)
<p>Lei da gravitação universal de Newton</p> <p>Lei de Coulomb</p>	<p>Hidroestática e Hidrodinâmica</p> <p>Mecânica dos meios rígidos e elásticos e dos gases (acústica)</p> <p>Termodinâmica</p> <p>Ótica</p> <p>Eletricidade Magnetismo Galvanismo</p> <p>Vida</p>
Ação a longa distância instantânea	Ação a curta distância retardada

Nesta época, a mecânica Newtoniana constituía o maior triunfo não somente da física mas de toda a ciência, descrevendo corretamente tanto as trajetórias dos corpos celestes como o movimento de uma pedra lançada na terra. O cálculo diferencial e integral, em conjunto com a mecânica, se tornara uma ferramenta afiada e de múltiplo uso. Os sucessores de Newton completaram, de forma convincente, a extensão da mecânica dos pontos materiais à mecânica dos corpos rígidos e elásticos, dos gases e dos líquidos (hidroestática e hidrodinâmica), iniciada pelo próprio Newton. Finalmente, em 1788, foi publicada a “*Mécanique Analytique*” de Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) – uma apresentação fechada da mecânica que inclui a mecânica dos meios contínuos, baseada em alguns poucos princípios, e que continua válida até hoje.

Além de seu próprio domínio de aplicação, a mecânica serviu como modelo de disciplina científica, sendo que outros ramos da ciência tentaram imitar sua abordagem e seus métodos. Em particular, a lei da gravitação universal de Newton, $\mathbf{F} = -\gamma m_1 m_2 \mathbf{x}/|\mathbf{x}|^3$, havia se tornado o exemplo padrão de uma lei de força simples com um amplo espectro de aplicações. O que nos tempos de Newton causara estranheza e até um certo mal-estar por parte do próprio Newton, a saber, o fato de que, segundo esta lei, a força gravitacional atua instantaneamente e a longa distância, acabou sendo visto como completamente natural e – depois de mais

de um século de sedimentação – até como uma característica de uma formulação verdadeiramente científica. Em contrapartida, especulações sobre a natureza da gravitação foram geralmente consideradas ociosas; o que se esperava era poder descrever outras esferas do mundo físico por leis semelhantes.

A descoberta da lei de Coulomb descrevendo a força entre duas cargas foi amplamente comemorada como um passo importante nesta direção. Ademais, a mecânica dos pontos materiais de Newton combinava perfeitamente com a idéia de que toda a matéria seria composta de partículas microscópicas e indivisíveis, os átomos.

Fora do domínio firmemente estabelecido da mecânica, havia uma série de outras áreas da física, na sua maioria conhecidas de longa data, que ainda estavam longe de alcançar o mesmo nível de desenvolvimento. Entre elas estavam a termodinâmica, a ótica, a eletricidade, o magnetismo e o que na época se chamava galvanismo. No entanto, não faltaram esforços para incorporar estas disciplinas à mecânica ou pelo menos formulá-las segundo o mesmo modelo.

Na *termodinâmica*, estes esforços foram finalmente coroados de sucesso, através da formulação da teoria cinética dos gases e da mecânica estatística.

Na *ótica*, a teoria corpuscular dos fenômenos óticos vingou até que as experiências de interferência de Augustin Jean Fresnel (1788–1827) evidenciaram, além de qualquer dúvida, a natureza ondulatória da luz. No entanto, a teoria corpuscular da luz foi reanimada em 1905 por Albert Einstein (1879–1955), no contexto de sua interpretação do efeito foto-elétrico, e o chamado dualismo onda-partícula assim criado forneceu o ímpeto para o desenvolvimento da teoria quântica que, de forma sutil e sofisticada, esclarece e supera o confronto entre estas duas interpretações aparentemente tão incompatíveis.

Na *eletricidade*, o progresso teórico estava vinculado ao progresso tecnológico que permitiu, passo a passo, produzir e exibir cargas e correntes cada vez maiores e com uma precisão cada vez melhor. Neste contexto, merecem destaque o desenvolvimento do eletroscópio, do capacitor (garrafa de Kleist ou de Leiden), da máquina eletrizadora (bastante popular e presente em inúmeros gabinetes de física) e, acima de tudo, em 1799, da pilha de Alessandro Volta (1745–1827), que constituiu a primeira fonte estável de voltagens e correntes estacionárias e sem a qual a subsequente evolução da eletrodinâmica teria sido impossível.

No *magnetismo*, devido à maior acessibilidade experimental e utilidade prática dos fenômenos magnéticos (bússola), os fatos básicos eram conhecidos há mais tempo do que no caso da eletricidade. Ademais, já no século XVIII, a área despertava um interesse filosófico especial – no mínimo depois de Franz Mesmer (1734–1815) ter causado sensação com suas curas magnéticas e apresentações de hipnose, providenciando argumentos para um parentesco especial entre fenômenos magnéticos e fenômenos vitais e espirituais.

É perante este cenário que deve ser entendida a grande excitação causada pela descoberta de Luigi Galvani (1737–1798), feita em 1780: Uma coxa de rã isolada, quando colocada em contato com dois metais diferentes ligados através de um eletrólito, apresentou uma convulsão. Durante algum tempo, acreditava-se que estava aberto um caminho para o entendimento da vida e da relação entre a matéria animada e a matéria inanimada. Apenas em 1792, Volta argumentou que a coxa de rã serve somente para exibir uma voltagem gerada por uma simples bateria,

formada por dois metais diferentes e um eletrólito, e em 1799, ele conseguiu multiplicar o efeito na pilha por ele inventada, formada por discos alternativos de metais diferentes separados por camadas intermediárias de papelão molhado.

1.2 “Dinamismo” e a idéia de campo

Além das tentativas de reduzir novos fenômenos à mecânica Newtoniana, existiu um movimento contrário.

Durante séculos houveram esforços no sentido de entender, por exemplo, a mecânica celestial utilizando idéias provindo da hidrodinâmica. De fato, a lei de Coulomb e a lei da gravitação universal de Newton correspondem ao campo de velocidades de um fluido incompressível escoando de uma fonte pontual. A mesma dependência da distância r à fonte, do tipo $1/r^2$, é encontrada para a luminosidade aparente de uma fonte pontual de luz. Houve ainda outros motivos para tentar explicar fenômenos calóricos, óticos, elétricos, magnéticos e galvânicos através da hipótese de que existam certos “fluidos”, quantidades características que emanam de corpos quentes, luminosos, carregados, magnetizados ou galvânicos e, atravessando o espaço, influenciam outros corpos. Uma ação a curta distância deste tipo, por intermediário de fluidos em escoamento, pareceu intuitivamente evidente.

Tais argumentos também fazem parte de um complexo de pensamentos e idéias denominado “dinamismo”, desde aquela época. Em particular, a assim chamada filosofia romântica da natureza, do idealismo alemão, estava amplamente baseada em conceitos dinâmísticos. O seu expoente filosófico foi Friedrich Schelling (1775–1854). Em contraposição deliberada à visão do mundo oferecida pelo atomismo e pela mecânica – que foi rejeitada exatamente por ser mecânica, i.e., grosseiramente materialística e anti-espiritual – o mundo foi imaginado como arena de uma multidão de “forças”, agindo uma com ou contra a outra. Existiu uma força calórica, uma força ótica, uma força química, uma força elétrica, uma força magnética e uma força galvânica, além de outras forças no âmbito das esferas da vida e do espírito. Todas estas forças eram apenas diferentes manifestações de uma única força universal, sendo que a transição de uma manifestação para outra, ou seja, a transformação entre diferentes forças, era a expressão e ao mesmo tempo o motor de todos os fenômenos físicos.

A noção de força já estava amplamente divulgada na física e na filosofia, mas ainda não havia sido completamente esclarecida, exceto na mecânica Newtoniana. O conceito dinâmístico de força assemelhava-se mais com o que hoje chamamos de energia. Impôs-se a especulação de que a força universal não possa aumentar nem diminuir mas apenas mudar a forma de sua manifestação. De fato, o princípio da conservação da energia originou-se de idéias dinâmísticas. Uma experiência chave para Robert Mayer (1814-1878), que em 1841 formulou seu princípio da “conservação da força”, foi uma observação feita como médico de bordo nos trópicos: o sangue venoso durante a sangria era mais claro do que nas latitudes moderadas. Como nos trópicos a manutenção do calor físico e das funções vitais requer menos energia, também se retira menos força química do sangue. No entanto, para encontrar uma escala para medir a força universal, era necessário determinar os fatores

de conversão entre as diversas forças. Através de um argumento puramente teórico, a saber, pela comparação dos calores específicos de um gás com volume fixo e com temperatura fixa, Mayer conseguiu chegar a um valor aproximadamente correto para o equivalente mecânico do calor.

Um outro fruto das idéias dinâmicas é, como veremos a seguir, o conceito de campo.

A contribuição própria de Schelling à física não é muito significativa. Contudo, nos seus arredores em Jena atuou Johann Wilhelm Ritter (1776–1810), que desempenharia um papel chave na realização das idéias dinâmicas. Ritter foi uma personagem empolgante e um experimentador imaginativo. Ele descobriu, por exemplo, que a geração de uma corrente num elemento galvânico formado de metais e um eletrólito é sempre acompanhada por uma reação química. Houve portanto uma transformação de força química para força galvânica. Continuando este racocínio, Ritter se tornou um dos fundadores da eletroquímica. [Depois, em Munique, ele também fez esforços para entender a “força rhabdomântica” (força da varinha mágica).]

Hans Christian Oersted (1777–1851) deve ser considerado um aluno direto de Ritter. Ele passou o ano de 1802 em contato direto com Ritter em Jena e eles permaneceram em correspondência ativa e regular até a morte de Ritter. Em 1820, Oersted fez sua descoberta famosa que imediatamente causou enorme sensação em toda a Europa: Uma agulha magnetizada (bússola) na proximidade de uma corrente elétrica percorrendo um fio condutor reto sofre um desvio transversal ao fio.

O que também é instrutivo é a argumentação de Oersted. Ele interpretou o calor num condutor gerado por uma corrente elétrica que o percorre como decorrendo de um “conflito elétrico”, devido à colisão entre cargas positivas e negativas, e durante o qual força elétrica seria transformada para força calórica. Convencido da liberdade de transformação entre forças diferentes, ele investigou se também sobrasse um pouco de força magnética. O tamanho do efeito o surpreendeu.

Após a descoberta revolucionária de Oersted, passou pouco tempo até que, em 1822, André Marie Ampère (1775–1836) chegou a interpretar, de forma completamente geral, o magnetismo como efeito de cargas em movimento e, em particular, a suspeitar a existência de correntes circulares permanentes dentro do ferro para explicar o ferromagnetismo.

Sem dúvida o maior pesquisador da direção dinâmica foi Michael Faraday (1791–1867). A descoberta de sua lei de indução em 1831 foi motivada pela busca do efeito inverso à observação de Oersted, que transformaria força magnética em força elétrica. Ademais, foi Faraday que, através do seu conceito de campo, iniciou a formulação conceitual e quantitativamente correta das idéias dinâmicas. Concretamente, ele imaginou o espaço impregnado por campos constituídos de linhas de força elétrica e magnética que, dentro da visão hidrodinâmica acima descrita, corresponderiam às linhas de fluxo dos fluidos correspondentes. Faraday não foi capaz de dar uma descrição matemática das linhas de força, mas ele desenvolveu idéias claras sobre seu decurso e suas interações, o que lhe permitiu chegar a um entendimento intuitivo e semi-quantitativo dos fenômenos eletromagnéticos. Posteriormente, e adiante do seu tempo por muitas décadas, ele dedicou seu trabalho à tentativa de estabelecer uma noção unificada de campo que incluiria a

gravitação. Por exemplo, ele procurou com afincos efeitos de indução gravitacional e permaneceu convicto que esta busca não teve êxito apenas por motivos quantitativos.

O mérito fundamental de Faraday consiste na introdução do conceito de campo, uma noção completamente nova e alheia à mecânica Newtoniana. O espaço, ao invés de ser simplesmente transposto por uma ação a distância, adquiriu um papel ativo como sendo o substrato para linhas de força e campos. Desta forma, Faraday possibilitou a formulação exata de um conceito até então considerado místicamente confuso e anti-científico, apontando o caminho para uma nova maneira de pensar cuja fertilidade seria colocada em evidência logo em seguida.

1.3 A descoberta das equações de Maxwell

Após trabalhos preparatórios realizados em 1845 por William Thomson (1824–1907), que posteriormente se tornaria o Lord Kelvin, o passo final foi dado por James Clerk Maxwell (1831–1879): foi ele quem – como ele mesmo enfatizou – colocou as idéias de Faraday na sua formulação matemática definitiva. No entanto, Maxwell ultrapassou Faraday num ponto decisivo: a introdução do seu termo adicional, também chamado a corrente de deslocamento. É justamente por causa deste termo adicional que as equações do campo eletromagnético por ele formuladas, publicadas em 1862 e hoje conhecidas como as equações de Maxwell, além de reunir as forças elétricas e magnéticas dentro de uma teoria unificada do eletromagnetismo, permitem soluções ondulatórias, com uma velocidade de propagação que, como Maxwell percebeu, coincide com a velocidade da luz. Portanto, era de se suspeitar que a ótica também poderia ser vista como uma sub-área do eletromagnetismo. Aliás, um sinal claro (e acolhido por Maxwell) de que existe um parentesco entre eletromagnetismo e ótica já havia sido fornecido em 1856 pela experiência de Wilhelm Weber (1804–1891) e Rudolf Kohlrausch (1809–1858): a comparação entre forças eletrostáticas e magnetostáticas resultou num fator de proporcionalidade que é numericamente igual ao quadrado da velocidade da luz.

Desde a sua introdução, as equações de Maxwell se estabeleceram como providenciando a teoria completa de todos os fenômenos eletromagnéticos e óticos clássicos (i.e., não quânticos). Constituem uma teoria de campos – um tipo de teoria física que na época era absolutamente novo e inédito – e do ponto de vista de sua importância para a física só se comparam com a mecânica Newtoniana, inclusive a lei da gravitação universal.

Durante as décadas a seguir, as equações de Maxwell foram testadas e comprovadas inúmeras vezes. Neste contexto, merecem destaque a confirmação experimental da relação prevista $n = \sqrt{\epsilon}$ entre o índice de refração e a constante dielétrica por Ludwig Boltzmann (1844–1906) em 1870 e – talvez como pedra final – a geração e demonstração de ondas eletromagnéticas no laboratório por Heinrich Hertz (1837–1894) em 1888.

Qual era a dimensão do progresso representado pelas equações de Maxwell e como elas se chocavam com os limites dos métodos matemáticos disponíveis na época também se evidencia através das dificuldades de sua recepção pelos físicos.

Apesar de serem quase imediatamente convencidos da grande importância da nova teoria, quase todos eles tiveram durante muito tempo problemas enormes com sua compreensão. Anedoticamente, isso pode ser ilustrado pelo caso de Johann Wilhelm Hittorf (1824–1914), professor titular de física na Universidade de Münster e altamente respeitado pelas suas contribuições à física das descargas elétricas em gases (até hoje, o espaço escuro diante do cátodo leva seu nome): em 1889, após longos esforços frustrados de entender a teoria de Maxwell, ele devolveu sua livre-docência declarando que não se sentia mais à altura das exigências de sua profissão. Neste sentido, devem ser valorizados os méritos de Ludwig Boltzmann e de Heinrich Hertz referentes a uma formulação mais simples das equações de Maxwell: em 1890, Hertz lhes deu a forma elegante utilizada até hoje.

1.4 Considerações sobre a noção de campo

Todos os fenômenos eletromagnéticos podem ser descritos através de dois campos, o *campo elétrico* \mathbf{E} e o *campo magnético* \mathbf{B} . A força eletromagnética exercida sobre um ponto material com carga q que no instante t se encontra na posição \mathbf{x} e se movimenta com a velocidade \mathbf{v} é a *força de Lorentz*¹

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = q(\mathbf{E}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(t, \mathbf{x})) . \quad (1.1)$$

A possibilidade de resumir a ação da força eletromagnética desta forma, usando apenas dois campos, constitui uma simplificação enorme, já que, “a priori”, a força sobre uma carga poderia depender de inúmeros fatores, como por exemplo do histórico completo do arranjo experimental e não somente do seu estado presente.

Mesmo tendo em vista o conhecimento sobre a estrutura das forças eletromagnéticas expresso pela equação (1.1), permanece a questão da realidade dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , pois formalmente, sempre é possível introduzir uma função \mathbf{F} definida tal que seu valor $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ indica a força exercida sobre um ponto material que no instante t se encontra na posição \mathbf{x} e se movimenta com a velocidade \mathbf{v} . Por exemplo, para um ponto material com massa m e carga q em repouso (sob a influência de um outro ponto material com massa M e carga Q em repouso na origem), esta função teria a forma

$$\mathbf{F}^g(\mathbf{x}) = -\gamma Mm \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} \quad \text{e} \quad \mathbf{F}^e(\mathbf{x}) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} , \quad (1.2)$$

para a força gravitacional e a força eletrostática, conforme a lei da gravitação universal de Newton e a lei de Coulomb, respectivamente. Todavia, poderíamos objetar que, por exemplo, $\mathbf{F}^e(\mathbf{x})$ descreve apenas a força que *seria* exercida sobre um ponto material com carga q em repouso na posição \mathbf{x} se ele estivesse lá. Logo, o campo de força $\mathbf{F}^e = q\mathbf{E}$ mesmo, assim como o campo elétrico \mathbf{E} , seria uma quantidade útil mas não indispensável e sem realidade própria, ou seja, independente da presença ou ausência da carga teste. Realidade própria continuaria ser atribuída apenas às forças entre pontos materiais, atuando à distância e sem intermediário.

¹Neste capítulo introdutório, trabalhamos em unidades SI; veja o Capítulo 3.2.

Existem dois argumentos que podem ser invocados contra a correteza desta interpretação, ou pelo menos contra sua utilidade.

- a) Segundo as equações de Maxwell, a força \mathbf{F} exercida por um ponto material com carga q_1 na posição \mathbf{x}_1 com velocidade \mathbf{v}_1 e sob aceleração \mathbf{a}_1 sobre um ponto material com carga q_2 na posição \mathbf{x}_2 com velocidade \mathbf{v}_2 e sob aceleração \mathbf{a}_2 vale

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} (\mathbf{E}'_{\text{ret}} + \mathbf{v}_2 \times \mathbf{B}'_{\text{ret}}) , \quad (1.3)$$

onde

$$\mathbf{E}' = (1 - \mathbf{v}_1^2/c^2) \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{v}_1/c}{r^2(1 - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_1/c)^3} + \frac{1}{c} \frac{\mathbf{r}_0 \times ((\mathbf{r}_0 - \mathbf{v}_1/c) \times \mathbf{a}_1/c)}{r(1 - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_1/c)^3} \quad (1.4)$$

e

$$\mathbf{B}' = \mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}' \quad (1.5)$$

com

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 , \quad r = |\mathbf{r}| , \quad \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}/r . \quad (1.6)$$

O índice “ret” significa que todas as quantidades cinemáticas do ponto material (posição, velocidade, aceleração) devem ser calculadas não no instante t mas no chamado instante retardado

$$t_{\text{ret}} = t - r/c , \quad (1.7)$$

ou seja, adiantado pelo tempo requerido para a propagação de um sinal de luz entre os dois pontos materiais.

Com certeza, esta lei mecânica é tão complicada que não lhe pode ser atribuído um caráter fundamental. Ademais, a necessidade do retardamento mostra que a ação de forças eletromagnéticas não é instantânea, mas propaga com velocidade finita, que coincide com a velocidade da luz.

- b) As equações de Maxwell possuem soluções ondulatórias que propagam no vácuo, i.e., em regiões onde não há cargas ou correntes. Portanto, o campo eletromagnético não descreve apenas a ação de forças entre cargas, mas pode de certo modo adquirir uma vida independente, por exemplo na forma de ondas.

Uma vez convencidos que o campo eletromagnético pode ser considerado tão real quanto, por exemplo, uma partícula, enfrentamos imediatamente a questão de qual seria o meio material subjacente, uma vez que os campos clássicos bem conhecidos são todos vinculados a algum meio material. Por exemplo, o campo de velocidades de um fluido em escoamento é vinculado ao fluido e campos de ondas acústicas são vinculados ao material (sólido, líquido ou gás) no qual as ondas propagam. O meio material hipotético para o campo eletromagnético, chamado o *éter*, deveria possibilitar a propagação de ondas eletromagnéticas e portanto ser uma espécie de meio elástico, porém de um tipo muito especial: muito mais fino do que qualquer gás porque sua presença não impede de forma alguma o movimento dos corpos e porque eventuais correntes no éter não apresentam nenhum efeito mecânico.

Na dedução de suas equações, Maxwell utilizou um modelo mecânico que hoje, devido a sua grande complexidade, nos parece até absurdo, mas que mostra como naquela época, pareceu imprescindível dispor de um meio material como portador de qualquer campo. De certo modo, o fato de Maxwell ter se sentido na obrigação de empregar um modelo mecânico do éter significava um recuo conceitual relativo ao nível de abstração já alcançado por Faraday. Posteriormente, e parcialmente até hoje, a história da relatividade restrita demonstra a resistência do preconceito que norteia a idéia do éter.

O modelo mecânico do éter de Maxwell pode ser descrito da seguinte forma (veja Fig. 1.1). O espaço é repleto de vórtices elementares, que na Fig. 1.1 são representados por hexágonos. A velocidade angular da rotação dos vórtices determina o valor absoluto e a direção do campo magnético em cada ponto. Entre os vórtices encontram-se partículas carregadas, arranjadas como as esferas dentro de um rolamento, cujo movimento corresponde a uma corrente elétrica.

Fig. 1.1: O modelo mecânico do éter de Maxwell

É possível analisar, através deste modelo, como uma corrente de partículas carregadas em forma de fio causa uma rotação dos vórtices elementares que corresponde exatamente à lei de Oersted. Na direção oposta, uma diferença de velocidade de rotação entre vórtices elementares adjacentes causa uma corrente, conforme a lei de indução.

Veremos mais adiante como, no final do século XIX, a idéia do éter entrou em crise, devido à impossibilidade de detectar qualquer movimento relativo ao éter (experiência de Michelson-Morley), até ser abolida na teoria da relatividade restrita (1905) de Einstein. Finalmente, na teoria da relatividade geral (1915), o campo gravitacional adquiriu uma posição semelhante à do campo eletromagnético. De fato, a teoria de Einstein foi mais longe, pois nela o campo gravitacional não

é dado sobre um espaço (ou mais exatamente, espaço-tempo) fixo, mas retroage dinamicamente sobre sua geometria e até topologia.

1.5 A noção de campo na física contemporânea

É uma característica da física moderna que o conceito de campo ocupa uma posição central, ao contrário da noção do ponto material que, através da teoria quântica dos campos, sofreu uma regressão ao estado de uma aproximação: o dualismo onda-partícula identifica ambas – a onda e a partícula – como aspectos diferentes de um conceito mais geral e mais abrangente, o de campo.

Além das forças eletromagnéticas e das forças gravitacionais, conhecemos hoje outras duas interações fundamentais, a saber a *interação forte* e a *interação fraca* que, entre outras coisas, são responsáveis pela coesão dos núcleos e pelo fenômeno da radioatividade, respectivamente, sendo que a última permite certos decaimentos de partículas que sem ela seriam proibidos.² Em conjunto, a interação forte e a interação fraca também regulam a liberação de energia por fusão nuclear nas estrelas, particularmente no sol.

Na seguinte tabela, estão listadas as quatro interações fundamentais, em conjunto com dados aproximativos sobre suas intensidades relativas nas zonas de distância em torno de 10^{-15} m e de energia em torno de 1 GeV que são típicas para a física nuclear e a física de altas energias, assim como sobre seu alcance.

Tab. 1.3: As quatro interações fundamentais

INTERAÇÃO	INTENSIDADE RELATIVA	ALCANCE
Forte	1	10^{-15} m
Eletromagnética	10^{-2}	∞
Fraca	10^{-5}	10^{-18} m
Gravitação	10^{-40}	∞

Cada uma destas interações é descrita por uma teoria de campos. Contudo, a força eletromagnética e a força gravitacional são as únicas que, sendo de longo alcance, se fazem notar a distâncias macroscópicas e, neste domínio, podem ser descritas por uma teoria *clássica* de campos. A força forte e a força fraca são restritas a distâncias tão pequenas (tipicamente o diâmetro de um núcleo de um átomo) que previsões fisicamente relevantes só podem ser obtidas através de uma teoria *quântica* de campos.

Também deve ser observado que a força eletromagnética é imensamente mais forte do que a força gravitacional. Por exemplo, o quociente entre repulsão eletrostática e atração gravitacional vale aproximadamente 10^{36} para dois prótons e

²Evitamos a expressão “partícula elementar” pois a maioria das partículas assim chamadas acabaram ser identificadas como sendo compostas.

$4 \cdot 10^{42}$ para dois elétrons. Um outro exemplo numérico que serve para elucidar este ponto é o seguinte. Imaginamos dois corpos de 1 mol de substância cada um, por exemplo duas bolas de ferro com uma massa de 56 g cada uma, e conferimos a cada um dos dois corpos uma carga positiva, privando-o de um em cada mil dos seus elétrons. Neste caso, e se a distância entre os dois corpos for de um metro, a repulsão eletrostática entre eles seria de aproximadamente 10^{14} Newton, o que corresponde ao peso de um cubo de ferro com arestas de 1 km.

O fato de que as forças elétricas, apesar de sua intensidade e seu longo alcance, pouco se fazem notar e portanto, do ponto de vista histórico, foram descobertas tarde, deve-se à existência de cargas de ambos os sinais e ao fato de que cargas do mesmo sinal se repelem enquanto que cargas de sinais opostos se atraem. Portanto, a nível macroscópico, toda a matéria é constituída por uma mistura fina e essencialmente homogênea de cargas positivas e negativas, cujas forças eletrostáticas se neutralizam quase completamente. Em contrapartida, massas são sempre positivas e forças gravitacionais são sempre atrativas, não podendo ser compensadas. Assim se explica por que no nosso ambiente as forças gravitacionais, apesar de serem tão enormemente mais fracas, podem sob condições normais predominar sobre as forças elétricas.

As teorias de campos para as interações eletromagnéticas, fracas e fortes apresentam uma forte semelhança estrutural: todos são exemplos de uma *teoria de calibre*. Ademais, a relatividade geral também apresenta traços de uma teoria de calibre. Tais analogias norteiam a busca por uma unidade fundamental de todas as interações fundamentais.

Nesta direção, houve um progresso considerável durante as últimas décadas, assinalado pelo aparecimento de uma teoria de calibre que unifica as interações eletromagnéticas com as interações fracas e para a qual Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steven Weinberg receberam o Prêmio Nobel de Física do ano 1979. Esta teoria das interações eletrofracas encaixa-se perfeitamente na tradição de Maxwell que, na sua época, unificara forças elétricas com forças magnéticas e, ainda, com a ótica, dentro de uma teoria universal do eletromagnetismo. Contudo, o parentesco entre interações eletromagnéticas e interações fracas se evidencia apenas no regime de altas energias. (Constata-se que no regime de baixas energias, a simetria entre os dois tipos de interação é quebrada.) Por outro lado, a unificação de todas as interações, inclusive a gravitação, que já fora imaginada e procurada por Faraday, permanece até hoje um problema em aberto e uma das metas principais da física.

Do ponto de vista da teoria quântica dos campos, o conceito de partícula é subordinado ao do campo. Geralmente, cada partícula é associada a algum campo quântico, da mesma forma como o fóton é associado ao campo eletromagnético, e vice versa. Como na teoria quântica existem não apenas partículas no sentido tradicional, estáveis como o próton e o elétron, mas também partículas mais fugazes como o fóton, que pode ser visto como o mediador da interação eletromagnética entre cargas, a teoria quântica dos campos acaba abolindo a diferença fundamental entre partículas e forças, na medida que ambas são descritas por campos.

Finalmente, deve ser enfatizado que a importância da teoria dos campos não se reduz aos campos fundamentais acima mencionados, ou seja, à física de altas energias. Muito pelo contrário, no ambiente do mundo macroscópico ao nosso redor,

a teoria clássica dos campos constitui a ferramenta para a descrição de sistemas contínuos. O escoamento de líquidos e gases, o transporte do calor, a ótica, os diversos fenômenos associados com processos de mistura e reações químicas entre diferentes substâncias, o comportamento de plasmas, e assim por diante, ou seja, todo o espectro de fenômenos macroscópicos, de experiências no laboratório até a meteorologia e a astrofísica, tornam-se acessíveis apenas através dos conceitos e métodos da teoria dos campos.

1.6 Formulação matemática da noção de campo: considerações preliminares

Como já foi mencionado várias vezes, a noção de campo reflete a idéia de que cada ponto do espaço se torna portador de qualidades e quantidades adicionais, tais como: densidade de massa, temperatura, pressão, velocidade de escoamento, campo gravitacional, campo elétrico, campo magnético etc..

Matematicamente, um *campo*, ou mais exatamente uma *configuração de campo*, é simplesmente uma aplicação do *espaço* – ou mais geralmente no caso de campos que dependem do tempo e particularmente no âmbito da teoria da relatividade, do *espaço-tempo* – para um conjunto F que descreve os valores possíveis do campo. A estrutura deste codomínio F não é fixada “a priori”, mas depende da natureza do campo. Por exemplo, no caso de um campo de densidade, de temperatura ou de pressão, F é o conjunto \mathbb{R}^+ dos números reais não-negativos, enquanto que no caso de um campo de velocidades descrevendo o escoamento de um fluido, F é um espaço vetorial tri-dimensional. A teoria dos campos, geralmente falando, trata do problema de determinar as configurações fisicamente possíveis e de calcular sua evolução temporal. Depreende-se que campos – ao contrário de sistemas de pontos materiais – são sistemas dinâmicos com um número infinito de graus de liberdade, uma vez que o estado de um sistema formado por campos será determinado apenas quando fixarmos os valores de todos os campos presentes em cada ponto do espaço.

Queremos formular estas idéias de uma maneira um pouco mais concreta, restringindo-nos inicialmente ao âmbito da física clássica, i.e., sem levar em conta a teoria da relatividade (restrita ou geral). Neste caso, o espaço físico pode ser descrito matematicamente como um espaço afim tri-dimensional E^3 , modelado sobre um espaço vetorial Euclideano tri-dimensional que denotaremos por V^3 . Um campo A é então uma aplicação

$$A : E^3 \longrightarrow F , \quad (1.8)$$

onde

$$\mathbf{x} \in E^3 \longmapsto A(\mathbf{x}) \in F . \quad (1.9)$$

Obviamente, campos podem depender explicitamente do tempo. Uma possibilidade de incorporar tal dependência é permitir que a aplicação A dependa do tempo t . Uma outra possibilidade, obviamente equivalente à primeira, consiste em considerar campos não como aplicações do espaço mas de um contínuo formado pelo espaço em conjunto com o eixo temporal para o codomínio F . Um campo A com dependência

do tempo é então uma aplicação

$$A : \mathbb{R} \times E^3 \longrightarrow F , \quad (1.10)$$

onde

$$(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R} \times E^3 \longmapsto A(t, \mathbf{x}) \in F . \quad (1.11)$$

Esta interpretação é particularmente conveniente na teoria da relatividade (restrita ou geral), onde espaço e tempo são unificados dentro de um único contínuo.

Campos de densidade, de temperatura ou de pressão são exemplos de *campos escalares* cujo codomínio é, por definição, o corpo dos números reais \mathbb{R} ou um subconjunto adequado de \mathbb{R} , enquanto que campos de velocidades descrevendo o escoamento de um fluido e campos gravitacionais, elétricos ou magnéticos são exemplos de *campos vetoriais* cujo codomínio é, por definição, um espaço vetorial real V .³ Mais exatamente, V é aqui o espaço vetorial Eulideano V^3 associado com o espaço afim E^3 , sendo que a direção do campo em cada ponto do seu domínio é uma direção no espaço físico. Isso pode ser verificado pelo comportamento destes campos sob rotações: Se girarmos um sistema contendo campos, por exemplo um capacitor carregado (inclusive o campo elétrico que ele gera) ou uma bobina percorrida por uma corrente (inclusive o campo magnético que ela gera), efetuando uma rotação R no espaço, a aplicação \mathbf{A} será transformada em uma nova aplicação \mathbf{A}^R caracterizada pela propriedade de associar ao ponto rotacionado no espaço E^3 o vetor rotacionado no espaço V^3 . Matematicamente, isto significa que

$$\mathbf{A}^R(R\mathbf{x}) = R\mathbf{A}(\mathbf{x}) ,$$

ou substituindo \mathbf{x} no lugar de $R\mathbf{x}$

$$\mathbf{A}^R(\mathbf{x}) = R\mathbf{A}(R^{-1}\mathbf{x}) . \quad (1.12)$$

Em outras palavras, a aplicação \mathbf{A}^R é obtida da aplicação \mathbf{A} conforme

$$\mathbf{A}^R = R \circ \mathbf{A} \circ R^{-1} , \quad (1.13)$$

ou seja, \mathbf{A}^R é a composição de \mathbf{A} com R^{-1} pela direita e com R pela esquerda. É esta a lei de transformação padrão para aplicações quando as transformações agem tanto no domínio como no codomínio, uma lei que também pode ser expressa – como é bastante comum na matemática moderna – através de um diagrama comutativo:

$$\begin{array}{ccc} E^3 & \xrightarrow{\mathbf{A}} & V^3 \\ R \downarrow & & \downarrow R \\ E^3 & \xrightarrow{\mathbf{A}^R} & V^3 \end{array}$$

O comportamento de campos vetoriais sob translações é diferente: Quando deslocarmos o capacitor ou a bobina por um vetor \mathbf{a} , o campo transformado associará ao ponto deslocado no espaço E^3 o vetor original no espaço V^3 , i.e.,

$$\mathbf{A}^{T(\mathbf{a})}(\mathbf{x} + \mathbf{a}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) , \quad (1.14)$$

³Em muitas áreas da física, principalmente na teoria quântica, também aparecem campos onde o corpo dos números reais é substituído pelo corpo dos números complexos.

ou substituindo \mathbf{x} no lugar de $\mathbf{x} + \mathbf{a}$

$$\mathbf{A}^{T(\mathbf{a})}(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x} - \mathbf{a}) . \quad (1.15)$$

Em outras palavras, a aplicação $\mathbf{A}^{T(\mathbf{a})}$ é obtida da aplicação \mathbf{A} conforme

$$\mathbf{A}^{T(\mathbf{a})} = \mathbf{A} \circ T(\mathbf{a})^{-1} . \quad (1.16)$$

As translações agem não-trivialmente no domínio E^3 mas agem trivialmente no codomínio $F = V^3$. É que o codomínio F para campos vetoriais não é o espaço afim E^3 e sim o espaço vetorial associado V^3 , sendo que no cálculo de velocidades ou forças, a origem do sistema de coordenadas é irrelevante.

Também teremos oportunidade de utilizar *campos tensoriais* cujo codomínio F é, por definição, alguma potência tensorial de V^3 , talvez adequadamente simetrizada ou antisimetrizada.

Na teoria da relatividade, como já foi indicado, o espaço e o tempo deixam de ser independentes e sem nenhuma interrelação. Pelo contrário, são fundidos para formar um contínuo quadri-dimensional chamado o espaço-tempo. Na relatividade restrita, o espaço-tempo físico pode ser descrito matematicamente como um espaço afim quadri-dimensional E^4 , modelado sobre um espaço vetorial pseudo-Euclidiano quadri-dimensional que denotaremos por V^4 ; ambos são hoje conhecidos como o *espaço de Minkowski*. Nesta situação, as considerações anteriores sobre a natureza de campos em geral e sobre campos escalares, vetoriais e tensoriais em particular permanecem essencialmente inalteradas, desde que substituirmos E^3 e $\mathbb{R} \times E^3$ por E^4 e V^3 por V^4 . Na relatividade geral, porém, a estrutura do espaço-tempo é muito mais flexível, e nós encontraremos um tipo ainda mais geral de campo onde, essencialmente, o codomínio para o campo em cada ponto do espaço-tempo é um espaço vetorial diferente; no entanto, estes espaços vetoriais dependem diferenciavelmente dos pontos do espaço-tempo aos quais estão associados. (A formulação técnica desta idéia leva à definição do conceito de um fibrado vetorial.) Como exemplo provisório mas intuitivo, podemos pensar num campo vetorial tangencial \mathbf{v} na esfera bi-dimensional S^2 que pode representar, por exemplo, um campo de velocidades para o vento sobre a superfície da terra (quando negligenciarmos correntes verticais): a cada ponto \mathbf{x} da esfera está associado um vetor $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ pertencendo ao espaço tangente à esfera no ponto \mathbf{x} . Obviamente, este espaço tangente depende não-trivialmente e, falando intuitivamente, diferenciavelmente do seu ponto base.

Finalmente, podemos considerar campos cujo codomínio F é um espaço vetorial (ou uma coleção de espaços vetoriais no sentido do parágrafo anterior) cujas direções não têm nada a ver com direções no espaço físico, ou seja, sobre o qual as rotações no espaço físico agem trivialmente. Apesar de não haver exemplos não-artificiais de tais campos na física clássica, eles desempenham um papel importante na teoria quântica, com aplicações na teoria da supercondutividade e na física de altas energias. Neste caso, as direções no codomínio correspondem a certos fatores de fase ou direções num espaço interno ou “iso-espaço”, no qual podem agir transformações internas ou simetrias internas que não têm nada a ver com transformações no espaço-tempo: são estas as simetrias nas quais se baseiam as teorias de calibre.