MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Prova 1 - 05/04/2018
Profa. Cláudia Cueva Candido

Nome : ____

N$^{\underline{o}}$USP : ____

Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

Justifique suas afirmações.

1. (2,0) O domínio de uma função de duas variáveis dada por $h = h(x, y)$ é o maior subconjunto do $\mathbb{R}^2$ em que a expressão algébrica $h(x, y)$ está definida. a) Determine e esboce o domínio da função f dada por $f(x, y) = \dfrac{2xy - x^2}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$.

   b) Esboce a região $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - x \geq 0\}$ e exiba uma expressão $g(x, y)$ de modo que o domínio da função g, definida por tal expressão, seja igual a A.

2. Considere a curva parametrizada $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$\gamma(t) = (x(t)\ ,\ y(t)) = (t(t-3)^2\ ,\ t(t-3)).$$

a) Estude o sinal das funções coordenadas $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e indique a que quadrante pertence $\gamma(t)$ conforme t varia em $\mathbb{R}$. Marque os pontos que pertencem aos eixos.

b) Estude o sinal das derivadas x' e y' e indique direção e sentido do vetor $\gamma'(t)$ conforme t varia em $\mathbb{R}$. Marque no $\mathbb{R}^2$ os pontos em que a tangente é vertical ou horizontal.

c) A partir das informações dos itens anteriores esboce a $Im\,\gamma$ com os vetores tangentes e indique o sentido de percurso determinado por γ.

3. Decida se a afirmação é verdadeira ou falsa. Justifique cuidadosamente a sua resposta.

   a) Se $\beta(t) = (\text{sen}\, t\ ,\ \text{sen}^3 t),\ t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \gamma(t) = (t, t^3),\ t \in \mathbb{R}$, então $Im\,\beta = Im\,\gamma$.

   b) A curva dada em coordenadas polares por $r = \cos\theta,\ \theta \in \mathbb{R}$, é uma circunferência no $\mathbb{R}^2$.

   c) O domínio da função f dada por $f(x, y) = \ln(x - 2y)$ é uma região não limitada do $\mathbb{R}^2$.

   d) A curva $\gamma(t) = \left(3 + \dfrac{\text{sen}\ t}{2}\ ,\ 2 + \dfrac{\cos\ t}{3}\right)$, $t \in \mathbb{R}$, parametriza uma circunferência.

4. Seja $r = 1 + \dfrac{1}{2}\,\text{sen}\,\theta$ curva dada em coordenadas polares.

   a) Esboce a curva;

   b) Esboce a região R interior à circunferência $r = 1$ e exterior à curva $r = 1+\dfrac{1}{2}\,\text{sen}\,\theta$;

   c) Determine o domínio de integração e calcule a área de R.

MAT2351 - Cálculo para Funções de Várias Variáveis I
Prova 1 - 05/04/2018
Profa. Cláudia Cueva Candido

Nome : ____

N$^{\underline{\text{o}}}$USP : ____

Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

Justifique suas afirmações.

1. (2,0) O domínio de uma função de duas variáveis dada por $h = h(x, y)$ é o maior subconjunto do $\mathbb{R}^2$ em que a expressão algébrica $h(x, y)$ está definida.

   a) Determine e esboce o domínio da função f dada por $f(x, y) = \dfrac{3x^2 - xy}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$.

   b) Esboce a região $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 + x \geq 0\}$ e exiba uma expressão $g(x, y)$ de modo que o domínio da função g, definida por tal expressão, seja igual a A.

2. Considere a curva parametrizada $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$\gamma(t) = (x(t)\ ,\ y(t)) = (t(t+3)\ ,\ t(t+3)^2).$$

a) Estude o sinal das funções coordenadas $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e indique a que quadrante pertence $\gamma(t)$ conforme t varia em $\mathbb{R}$. Marque os pontos que pertencem aos eixos.

b) Estude o sinal das derivadas x' e y' e indique direção e sentido do vetor $\gamma'(t)$ conforme t varia em $\mathbb{R}$. Marque no $\mathbb{R}^2$ os pontos em que a tangente é vertical ou horizontal.

c) A partir das informações dos itens anteriores esboce a $Im\,\gamma$ com os vetores tangentes e indique o sentido de percurso determinado por γ.

3. Decida se a afirmação é verdadeira ou falsa. Justifique cuidadosamente a sua resposta.

   a) Se $\beta(t) = (\cos^3 t \ , \ \cos t), \ t \in \mathbb{R}$ e $\gamma(t) = (t^3, t), \ t \in \mathbb{R}$, então $Im\, \beta = Im\, \gamma$.

   b) A curva $\gamma(t) = \left(3 + \dfrac{\text{sen } t}{2} \ , \ 2 + \dfrac{\cos t}{3}\right)$, $t \in \mathbb{R}$, parametriza uma circunferência.

   c) A curva dada em coordenadas polares por $r = \cos\theta, \ \theta \in \mathbb{R}$, é uma circunferência no $\mathbb{R}^2$.

   d) O domínio da função f dada por $f(x, y) = \ln(x - 2y)$ é uma região não limitada do $\mathbb{R}^2$.

4. Seja $r = 1 - \dfrac{1}{2}$ sen θ curva dada em coordenadas polares.

a) Esboce a curva;

b) Esboce a região R exterior à circunferência $r = 1$ e interior à curva $r = 1 - \dfrac{1}{2}$ sen θ;

c) Determine o domínio de integração e calcule a área de R.