

AULA 9

Pilhas



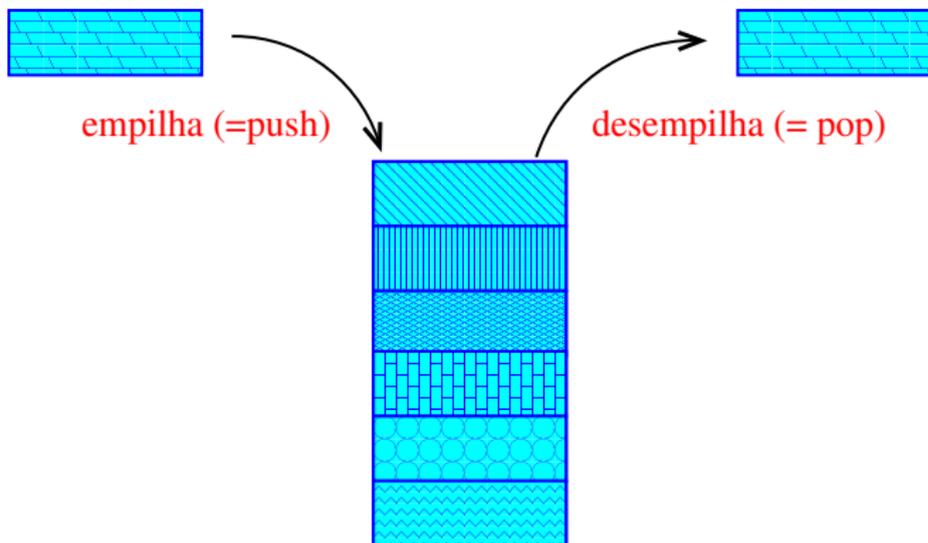
Fonte: <http://dontmesswithtaxes.typepad.com/>

PF 6.1 e 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

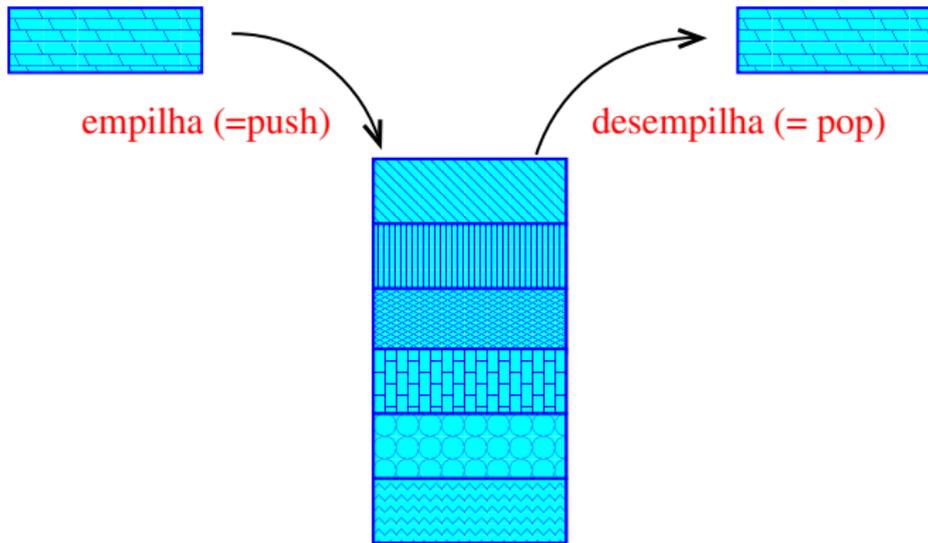
Pilhas

Uma **pilha** (= *stack*) é uma **lista** (= *sequência*) dinâmica em que todas as operações (**inserções**, **remoções** e **consultas**) são feitas em uma mesma extremidade chamada de **topo**.



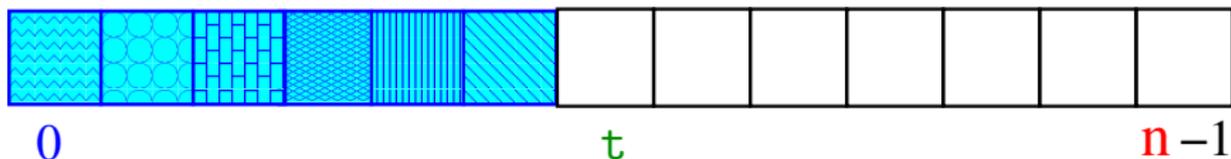
Pilhas

Assim, o **primeiro** objeto a ser **removido** de uma pilha é o **último** que foi **inserido**. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **LIFO** (= *Last In First Out*)



Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



O índice t indica o **topo** ($=top$) da pilha.

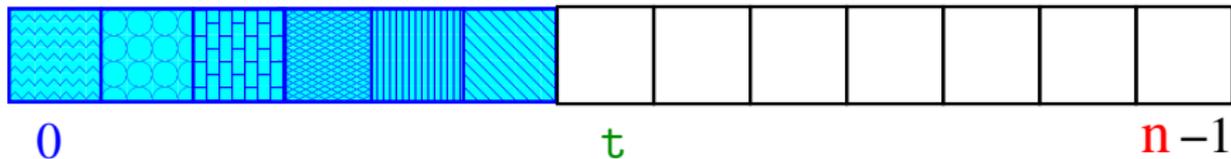
Esta é a **primeira posição vaga** da pilha.

A pilha está **vazia** se " $t == 0$ ".

A pilha está **cheia** se " $t == n$ ".

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Para **remover** (=desempilhar=*pop*) um elemento faça

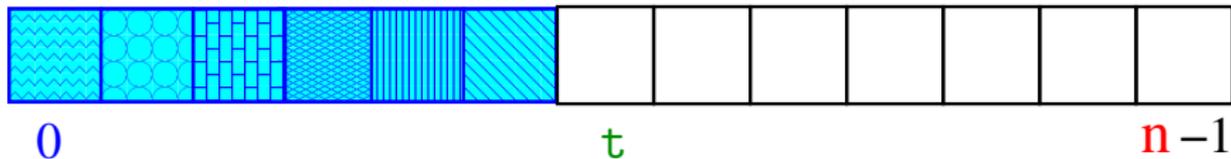
```
x = s[--t];
```

que é equivalente a

```
t -= 1;  
x = s[t];
```

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Para *inserir* (=empilhar=*push*) um elemento faça

```
s[t++] = x;
```

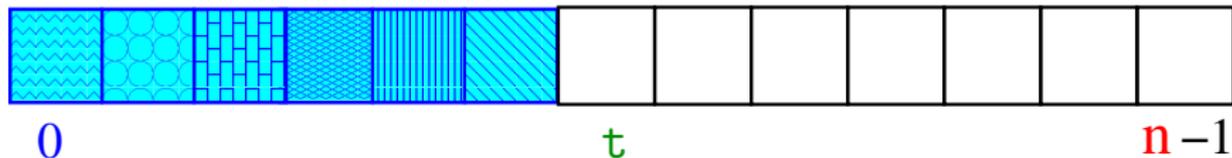
que é equivalente a

```
s[t] = x;
```

```
t += 1;
```

Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.

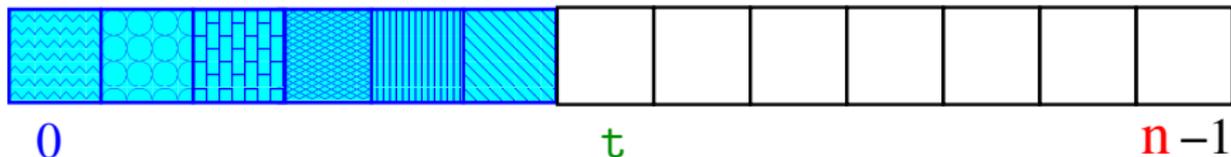


Para **consultar** um elemento, sem removê-lo, faça

```
x = s[t-1];
```

Implementação em um vetor

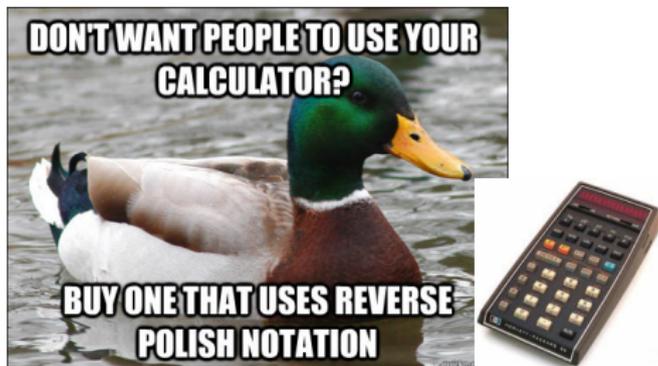
A pilha será armazenada em um vetor $s[0 \dots n-1]$.



Tentar **desempilhar** de uma pilha que está **vazia** é um erro chamado *stack underflow*.

Tentar **empilhar** em uma pilha **cheia** é um erro chamado *stack overflow*.

Notação polonesa (reversa)



Fonte: <http://www.quickmeme.com/> e
<http://danicollinmotion.com/>

PF 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/RPN_calculator

http://en.wikipedia.org/wiki/Shunting-yard_algorithm

Notação polonesa

Usualmente os operadores são escritos **entre** os operandos como em

$$(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$$

Essa é a chamada **notação infixa**.

Notação polonesa

Usualmente os operadores são escritos **entre** os operandos como em

$$(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$$

Essa é a chamada **notação infixa**.

Na **notação polonesa** ou **posfixa** os operadores são escritos **depois** dos operandos

$$A B + D * E F A D * + / + C +$$

Notação polonesa

Problema: Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.

Notação polonesa

Problema: Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.
Suponha que na expressão só ocorrem os **operadores binários** '+', '-', '*', '/' além de '(', ')'.

Notação polonesa

Problema: Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.
Suponha que na expressão só ocorrem os **operadores binários** '+', '-', '*', '/' além de '(', ')', '3'.

infixa	posfixa
$A+B*C$	$ABC*+$
$A*(B+C)/D-E$	$ABC+*D/E-$
$A+B*(C-D*(E-F)-G*H)-I*3$	$ABCDEF-*--GH*-**+I3*-$
$A+B*C/D*E-F$	$ABC*D/E*+F-$
$A+(B-(C+(D-(E+F))))$	$ABCDEF+-+--+$
$A*(B+(C*(D+(E*(F+G))))$	$ABCDEFG+***+*$

Simulação

inf = expressão **infixa**

s = pilha

posf = expressão **posfixa**

Simulação

$inf = (A*(B*C+D))$

$inf[0..i-1]$	$s[0..t-1]$	$posf[0..j-1]$
((
(A	(A
(A*	(*	A
(A*((*	A
(A*(B	(*	AB
(A*(B*	(*	AB
(A*(B*C	(*	ABC
(A*(B*C+	(*	ABC*
(A*(B*C+D	(*	ABC*D
(A*(B*C+D)	(*	ABC*D+
(A*(B*C+D))		ABC*D+*

Infixa para posfixa

Recebe uma expressão infixada `inf` e devolve a correspondente expressão `posfixa`.

```
char *infixaParaPosfixa(char *inf) {  
    char *posf; /* expressao polonesa */  
    int n = strlen(inf);  
    int i; /* percorre infixada */  
    int j; /* percorre posfixada */  
    char *s; /* pilha */  
    int t; /* topo da pilha */  
    char x; /* item do topo da pilha */  
  
    /*aloca area para expressao polonesa*/  
    posf = mallocSafe((n+1)*sizeof(char));  
    /* 0 '+1' eh para o '\0' */
```

```
cases '(' 'e ')'
```

```
s = mallocSafe(n * sizeof(char));  
t = 0;  
  
/* examina cada item da infixada */  
for (i = j = 0; i < n; i++) {  
    switch (inf[i]) {  
        case '(':  
            s[t++] = inf[i];  
            break;
```

```
cases '(' 'e ')'
```

```
s = mallocSafe(n * sizeof(char));  
t = 0;  
  
/* examina cada item da infixa */  
for (i = j = 0; i < n; i++) {  
    switch (inf[i]) {  
        case '(':  
            s[t++] = inf[i];  
            break;  
  
        case ')':  
            while ((x = s[--t]) != '(')  
                posf[j++] = x;  
            break;
```

```
cases '+', '-', '*', e '/'
```

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '(')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

cases '+', '-', '*', e '/'

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '(')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

```
case '*':
```

```
case '/':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '('
```

```
        && x != '+' && x != '-')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

default e finalizações

```
default:
    if (inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */
```

default e finalizações

```
default:
    if (inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */

/* desempilha todos os operandos que restaram */
while (t != 0)
    posf[j++] = s[--t];
posf[j] = '\0'; /* fim expr polonesa */

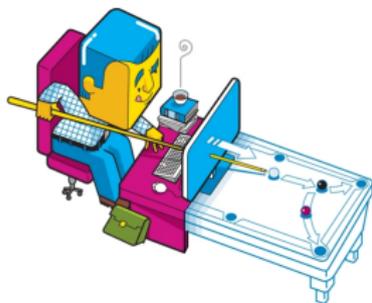
free(s);
return posf;
} /* fim funcao */
```

Consumo de tempo e espaço

O consumo de tempo da função `infixaParaPosfixa(inf)` é proporcional a n , onde n é o número de caracteres na string `inf`.

O espaço extra utilizado pela função `infixaParaPosfixa(inf)` é proporcional a n , onde n é o número de caracteres na string `inf`.

Interfaces



Fonte: <http://allfacebook.com/>

*Before I built a wall I'd ask to know
What I was walling in or walling out,
And to whom I was like to give offence.
Something there is that doesn't love a wall,
That wants it down.*

Robert Frost, *Mending Wall*

The Practice of Programming

B.W.Kernigham e R. Pike

S 3.1, 4.2, 4.3, 4.4

Interfaces

Uma **interface** (= *interface*) é uma fronteira entre entre a **implementação** de um biblioteca e o **programa que usa** a biblioteca.

Um **cliente** (= *client*) é um programa que chama alguma função da biblioteca.

Implementação

```
double sqrt(double x){  
    [...]  
    return raiz;  
}  
[...]
```

libm

Interface

```
double sqrt(double);  
double sin(double);  
double cos(double);  
double pow(double, double);  
[...]
```

math.h

Cliente

```
#include <math.h>  
  
[...]  
c = sqrt(a*a+b*b);  
[...]
```

prog.c

Interfaces

Para cada função na biblioteca o **cliente** precisa saber

- ▶ o seu **nome**, os seus **argumentos** e os tipos desses argumentos;
- ▶ o tipo do **resultado** que é retornado.

Só a quem **implementa** interessa os detalhes de implementação.

Implementação

Responsável por
como as funções
funcionam

lib

Interface

Os dois lados concordam
sobre os protótipos
das funções

xxx.h

Cliente

Responsável por
como usar as funções

yyy.c

Interfaces

Entre as decisões de projeto estão

Interface: quais serviços serão oferecidos?

A **interface** é um “contrato” entre o usuário e o projetista.

Ocultação: qual informação é **visível** e qual é **privada**?

Uma interface deve prover acesso aos componente enquanto **esconde** detalhes de implementação que **podem ser alterados sem afetar o usuário**.

Recursos: quem é **responsável** pelo gerenciamento de **memória** e outros recursos?

Erros: quem **detecta e reporta erros** e como?

Interfaces para pilhas



Fonte: <http://rustedreality.com/stack-overflow/>

S 3.1, 4.2, 4.3, 4.4

Interface item.h

```
/* item.h */  
#ifndef HEADER_Item  
#define HEADER_Item  
typedef char Item;  
#endif
```

Interface stack.h

```
/*  
 * stack.h  
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma pilha  
 */  
  
#include "item.h"  
  
void stackInit(int);  
int stackEmpty();  
void stackPush(Item);  
Item stackPop();  
Item stackTop();  
void stackFree();  
void stackDump();
```

Infixa para posfixa novamente

Recebe uma expressão infixada `inf` e devolve a correspondente expressão `posfixa`.

```
char *infixaParaPosfixa(char *inf) {  
    char *posf; /* expressao polonesa */  
    int n = strlen(inf);  
    int i; /* percorre infixada */  
    int j; /* percorre posfixada */  
    char x; /* item do topo da pilha */  
  
    /*aloca area para expressao polonesa*/  
    posf = mallocSafe((n+1)*sizeof(char));  
    /* 0 '+1' eh para o '\0' */
```

```
cases '(' e ')'
```

```
stackInit(n) /* inicializa a pilha */
```

```
cases '(' e ')'
```

```
stackInit(n) /* inicializa a pilha */  
  
/* examina cada item da infixa */  
for (i = j = 0; i < n; i++) {  
    switch (inf[i]) {  
        case '(':  
            stackPush(inf[i]);  
            break;  
  
        case ')':  
            while((x = stackPop()) != '(')  
                posf[j++] = x;  
            break;
```

```
cases '+', '-', '*', e '/'
```

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
while (!stackEmpty()
```

```
&& (x = stackTop()) != '(')
```

```
    posf[j++] = stackPop();
```

```
stackPush(inf[i]);
```

```
break;
```

```
case '*':
```

```
case '/':
```

```
while (!stackEmpty()
```

```
&& (x = stackTop()) != '('
```

```
&& x != '+' && x != '-')
```

```
    posf[j++] = stackPop();
```

```
stackPush(inf[i]);
```

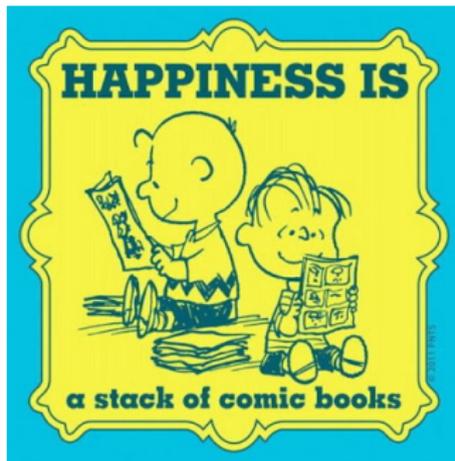
```
break;
```

default e finalizações

```
default:
    if(inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */

/* desempilha todos os operandos que restaram */
while (!stackEmpty())
    posf[j++] = stackPop()
posf[j] = '\0'; /* fim expr polonesa */
stackFree();
return posf;
} /* fim funcao */
```

Pilha implementada em um vetor



Fonte: <http://powsley.blogspot.com.br/>

PF 6.1, S 4.4

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

Implementação stack.c

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include "stack.h"

/*
 * PILHA: implementacao em vetor
 */
static Item *s; /* pilha */
static int t;
/* t eh o indice do topo da pilha,
 * s[t] eh a 1a. posicao vaga da pilha
 */
```

Implementação stack.c

```
void stackInit(int n) {  
    s = mallocSafe(n*sizeof(Item));  
    t = 0;  
}
```

```
int stackEmpty() {  
    return t == 0;  
}
```

Implementação stack.c

```
void stackPush(Item item) {  
    s[t++] = item;  
}  
  
Item stackPop() {  
    return s[--t];  
}
```

Implementação stack.c

```
Item stackTop() {  
    return s[t-1];  
}
```

```
void stackFree() {  
    free(s);  
}
```

Implementação stack.c

```
void stackDump() {
    int k;

    fprintf(stdout, "pilha :  ");
    if (t == 0) fprintf(stdout, "vazia.");
    for (k = t-1; k >= 0; k--)
        fprintf(stdout, "%c ", s[k]);
    fprintf(stdout, "\n");
}
```