MAC0122 Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos

Edição 2020

Slides originais do Prof. Coelho

AULA 1

Administração

Página da disciplina:

http://www.ime.usp.br/~cris/mac0122/

- aulas gravadas
- exercícios-programa
- listas de exercícios
- fórum: perguntem, respondam, ...
  https://edisciplinas.usp.br/
- material: brinquem com os programas

Administração

Página da disciplina:

http://www.ime.usp.br/~cris/mac0122/

- aulas gravadas
- exercícios-programa
- listas de exercícios
- fórum: perguntem, respondam, ...
  https://edisciplinas.usp.br/
- material: brinquem com os programas

Exercício programa 1: disponível na página

Livros

Nossa referência básica é o livro

PF = Paulo Feofiloff,

Algoritmos em linguagem C,

Este livro é baseado no material do sítio

Projeto de Algoritmos em C.

Outros livros são

S = Robert Sedgewick,

Algorithms in C, vol. 1

SW = Robert Sedgewick and Kevin Wayne,

Algorithms

Onde você se meteu...

Blue Pill or Red Pill - The Matrix

Apresentação no YouTube sobre MAC0122:

https://www.youtube.com/watch?v=0GNTReARNL4.

MAC0122 é uma disciplina introdutória em:

- projeto, correção e eficiência de algoritmos e
- estruturas de dados

MAC0122

MAC0122 combina técnicas de

- programação
- correção de algoritmos (relações invariantes)
- análise da eficiência de algoritmos e
- estruturas de dados elementares

que nasceram de aplicações cotidianas
em ciência da computação.

Pré-requisitos

O pré-requisito oficial de MAC0122 é

- MAC2166 Introdução à Computação.

Pré-requisitos

O pré-requisito oficial de MAC0122 é

- MAC2166 Introdução à Computação.

Aliás... o Carlinhos mandou lembranças!!!

Principais tópicos

Alguns dos tópicos de MAC0122 são:

- recursão;
- listas encadeadas;
- listas lineares: filas e pilhas;
- árvores de busca binária e tabelas de símbolos;
- busca (binária) em vetor (ordenado);
- algoritmos de ordenação: mergesort, heapsort, . . . ;
- algoritmos de enumeração.

Tudo regado a muita
análise de eficiência de algoritmos e invariantes.

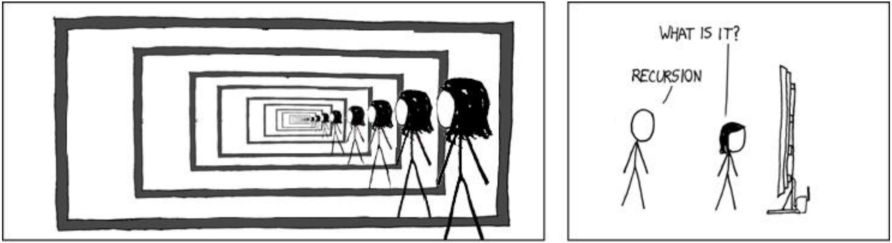
Localização

MAC0122 é um primeiro passo na direção de

- Algoritmos
- Estruturas de Dados

Várias outras disciplina se apoiam em MAC0122.

Recursão



Fonte: `http://xkcdsw.com/1105`

PF 2.1, 2.2, 2.3   S 5.1

http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/recu.html

Recursão

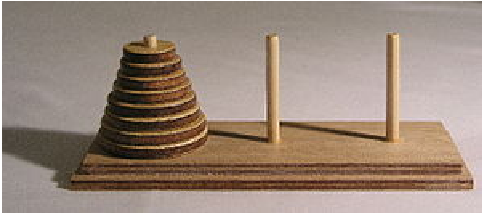
"To understand recursion, we must first understand recursion."

–folclore

"Para fazer uma função recursiva é preciso ter fé."

–Siang Wu Song

Torres de Hanoi

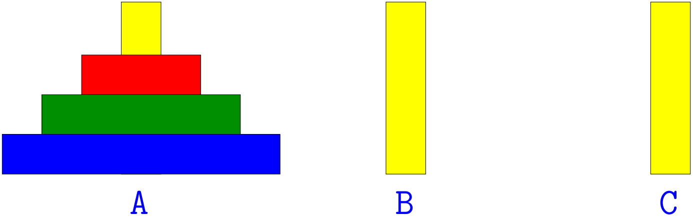


Fonte: http://commons.wikimedia.org/
Licensed under Creative Commons Attribution

Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons

http://en.wikipedia.org/wiki/Hanoi_tower

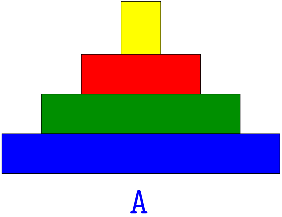
Torres de Hanoi



Desejamos transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar, respeitando as regras:

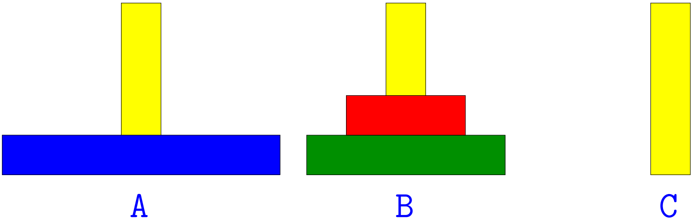
- podemos mover apenas um disco por vez;
- nunca um disco de diâmetro maior poderá ser colocado sobre um disco de diâmetro menor.

Ideia



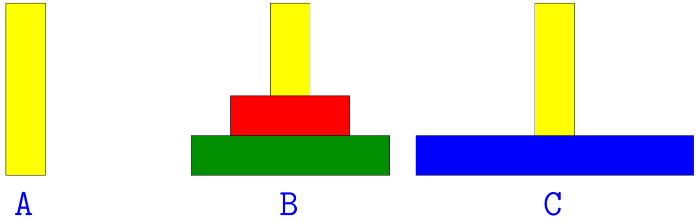
Posso não saber qual é o primeiro movimento,
mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Ideia



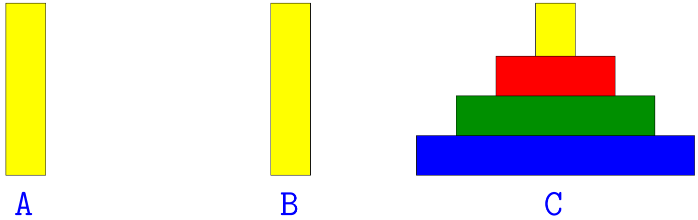
Posso não saber qual é o primeiro movimento,
mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Ideia



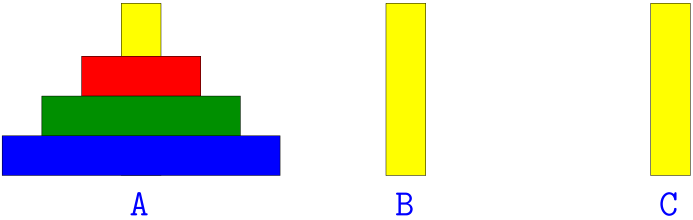
Posso não saber qual é o primeiro movimento,
mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Ideia



Posso não saber qual é o primeiro movimento,
mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

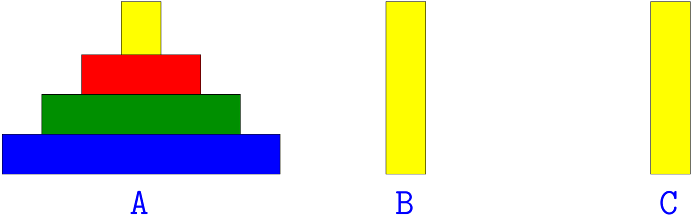
Torres de Hanoi



Denotaremos por HANOI(n,A,B,C) o problema de transferir n discos do pino A para o pino C usando o pino B como auxiliar.

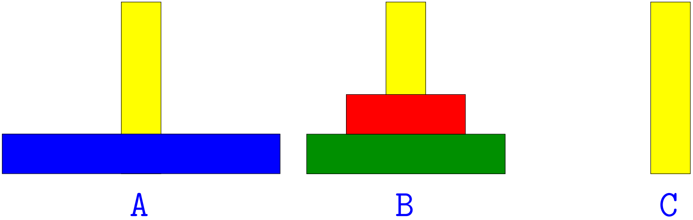
Como resolver HANOI(n,A,B,C)?

Solução



Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

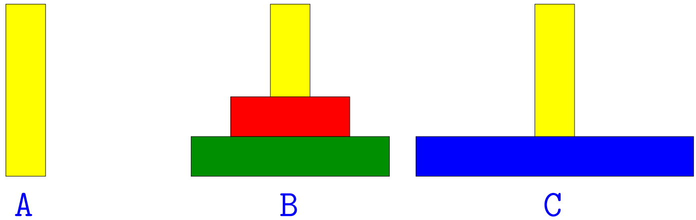
Solução



Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

1. resolver HANOI(n-1,A,C,B)

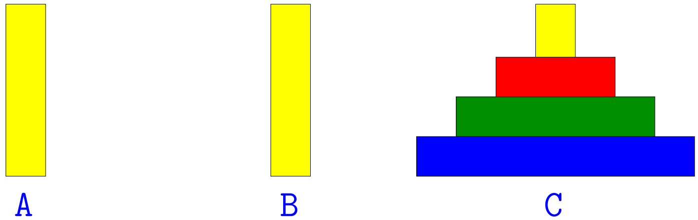
Solução



Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

1. resolver HANOI(n-1,A,C,B)
2. mover o disco n de A para C

Solução



Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

1. resolver HANOI(n-1,A,C,B)
2. mover o disco n de A para C
3. resolver HANOI(n-1,B,A,C)

Solução

Para resolver $\textsc{Hanoi}(\mathtt{n},\mathtt{A},\mathtt{B},\mathtt{C})$ basta:

1. resolver $\textsc{Hanoi}(\underline{\mathtt{n-1}},\mathtt{A},\mathtt{C},\mathtt{B})$
2. mover o disco `n` de `A` para `C`
3. resolver $\textsc{Hanoi}(\underline{\mathtt{n-1}},\mathtt{B},\mathtt{A},\mathtt{C})$

E dai?

Solução

Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

1. resolver HANOI(<u>n-1</u>,A,C,B)
2. mover o disco n de A para C
3. resolver HANOI(<u>n-1</u>,B,A,C)

E dai?

Reduzimos o problema <u>com n discos</u>
para 2 problemas <u>com n-1 discos</u>!

Solução

Para resolver HANOI(n,A,B,C) basta:

1. resolver HANOI(n-1,A,C,B)
2. mover o disco n de A para C
3. resolver HANOI(n-1,B,A,C)

E dai?

Reduzimos o problema com n discos
para 2 problemas com n-1 discos!

Paramos de reduzir quando soubermos resolver
o problema. Por exemplo, sabemos resolver

$$\text{HANOI}(\mathbf{0}, \ldots, \ldots, \ldots)$$

Função que resolve o problema

```
void
hanoi(int n, char origem, char auxiliar,
                char destino)
{
      if (n > 0)
      {
           hanoi(n-1, origem, destino, auxiliar);
           printf("mova disco %d de %c para %c.\n",
                     n, origem, destino);
           hanoi(n-1, auxiliar, origem, destino);
      }
}
```

Primeira chamada: `hanoi(n,'A','B','C');`

hanoi(3,'A','B','C')

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
2: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
7: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
```

hanoi(4,'A','B','C')

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
2: mova o disco 2 do pino A para o pino C.
3: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
4: mova o disco 3 do pino A para o pino B.
5: mova o disco 1 do pino C para o pino A.
6: mova o disco 2 do pino C para o pino B.
7: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
8: mova o disco 4 do pino A para o pino C.
9: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
10: mova o disco 2 do pino B para o pino A.
11: mova o disco 1 do pino C para o pino A.
12: mova o disco 3 do pino B para o pino C.
13: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
14: mova o disco 2 do pino A para o pino C.
15: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
```

hanoi(7,'A','B','C')

1: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
2: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
7: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
8: mova o disco 4 do pino A para o pino B.
9: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
10: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
11: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
12: mova o disco 3 do pino C para o pino B.
13: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
14: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
15: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
16: mova o disco 5 do pino A para o pino C.
17: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
18: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
19: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
20: mova o disco 3 do pino B para o pino A.
21: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
22: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
23: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
24: mova o disco 4 do pino B para o pino C.
25: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
26: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
27: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
28: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
29: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
30: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
31: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
32: mova o disco 6 do pino A para o pino B.
33: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
34: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
35: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
36: mova o disco 3 do pino C para o pino B.
37: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
38: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
39: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
40: mova o disco 4 do pino C para o pino A.
41: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
42: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
43: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
44: mova o disco 3 do pino B para o pino A.
45: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
46: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
47: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
48: mova o disco 5 do pino C para o pino B.
49: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
50: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
51: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
52: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
53: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
54: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
55: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
56: mova o disco 4 do pino A para o pino B.
57: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
58: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
59: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
60: mova o disco 3 do pino C para o pino B.
61: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
62: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
63: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
64: mova o disco 7 do pino A para o pino C.
65: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
66: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
67: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
68: mova o disco 3 do pino B para o pino A.
69: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
70: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
71: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
72: mova o disco 4 do pino B para o pino C.
73: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
74: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
75: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
76: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
77: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
78: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
79: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
80: mova o disco 5 do pino B para o pino A.
81: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
82: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
83: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
84: mova o disco 3 do pino C para o pino B.
85: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
86: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
87: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
88: mova o disco 4 do pino C para o pino A.
89: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
90: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
91: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
92: mova o disco 3 do pino B para o pino A.
93: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
94: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
95: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
96: mova o disco 6 do pino B para o pino C.
97: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
98: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
99: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
100: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
101: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
102: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
103: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
104: mova o disco 4 do pino A para o pino B.
105: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
106: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
107: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
108: mova o disco 3 do pino C para o pino B.
109: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
110: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
111: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
112: mova o disco 5 do pino A para o pino C.
113: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
114: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
115: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
116: mova o disco 3 do pino B para o pino A.
117: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
118: mova o disco 2 do pino C para o pino A.
119: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
120: mova o disco 4 do pino B para o pino C.
121: mova o disco 1 do pino A para o pino C.
122: mova o disco 2 do pino A para o pino B.
123: mova o disco 1 do pino C para o pino B.
124: mova o disco 3 do pino A para o pino C.
125: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
126: mova o disco 2 do pino B para o pino C.
127: mova o disco 1 do pino A para o pino C.

Recursão

A resolução recursiva de um problema
tem tipicamente a seguinte estrutura:

```
se a instância em questão é "pequena"
   resolva-a diretamente
   (use força bruta se necessário);
senão
   reduza-a a uma instância "menor"
   do mesmo problema,
   aplique o método à instância menor e
   volte à instância original.
```

Fatorial recursivo

$$\mathtt{n}! = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathtt{n} = 0, \\ \mathtt{n} \times (\mathtt{n} - 1)! & \text{se } \mathtt{n} > 0. \end{cases}$$

```
long
fatorial(long n)
{
   if (n == 0) return 1;
   return n * fatorial(n-1);
}
```

fatorial(10)

```
fatorial(10)
  fatorial(9)
    fatorial(8)
      fatorial(7)
        fatorial(6)
          fatorial(5)
            fatorial(4)
              fatorial(3)
                fatorial(2)
                  fatorial(1)
                    fatorial(0)
fatorial de 10 e' 3628800.
```

Diagramas de execução

fatorial(3)

n
3

fatorial(2)

n
2

fatorial(1)

n
1

fatorial(0)

n
0

return 1

return n * fatorial(0) = 1 * 1

return n * fatorial(1) = 2 * 1 = 2

return n * fatorial(2) = 3 * 2 = 6

```
hanoi(2,'A','B','C')
    hanoi(1,'A','C','B')
        hanoi(0,'A','B','C')

        1:  mova o disco 1 do pino A para o pino B.
        hanoi(0,'B','A','B')

    2:  mova o disco 2 do pino A para o pino C.
    hanoi(1,'B','A','C')
        hanoi(0,'B','C','A')

        3:  mova o disco 1 do pino B para o pino C.
        hanoi(0,'A','B','C')
```

Fatorial iterativo

```
long
fatorial(long n)
{
   int i, ifat;
   ifat = 1;
   for(i = 1; /*1*/ i <= n; i++)
      ifat *= i;
   return ifat;
}
```

Em /*1*/ vale que `ifat == (i-1)!`

Exercícios

Escreva uma função recursiva que recebe como parâmetros:

- um inteiro $n \geq 0$ e
- um vetor v com n números inteiros

e devolve o valor do maior inteiro no vetor $v[0\,..\,n-1]$.

Exercícios

Escreva uma função recursiva que recebe como parâmetros:

- um inteiro $n \geq 0$ e
- um vetor v com n números inteiros

e devolve o valor do maior inteiro no vetor $v[0\,..\,n-1]$.

Escreva uma função recursiva que recebe como parâmetros:

- um inteiro $n \geq 0$,
- um vetor v com n números inteiros e
- um inteiro x

e devolve quantas vezes que x aparece em $v[0\,..\,n-1]$.