Geometria Computacional

Cristina G. Fernandes

Departamento de Ciência da Computação do IME-USP

`http://www.ime.usp.br/~cris/`

segundo semestre de 2014

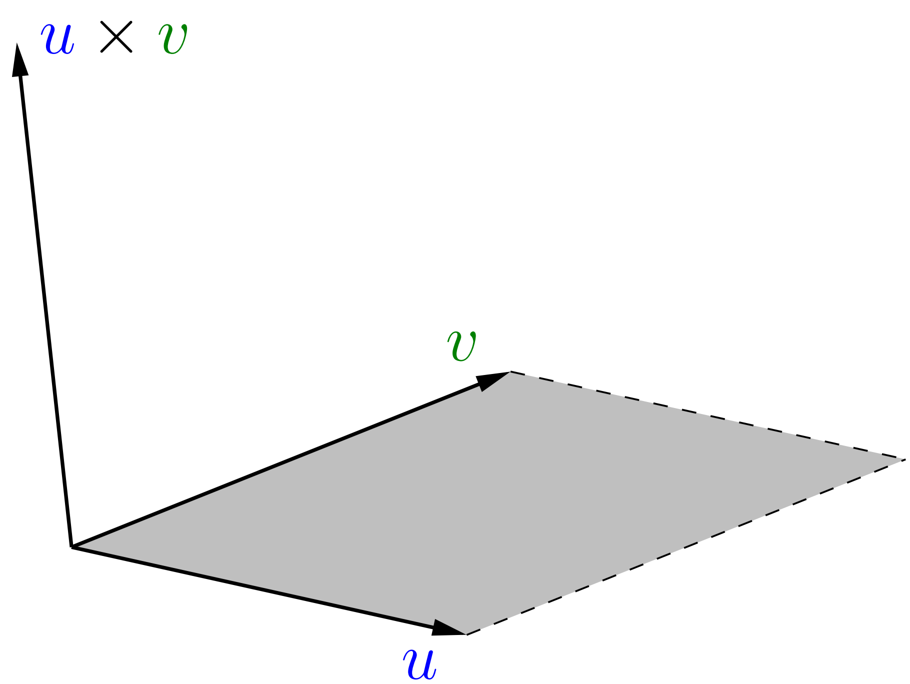
Recordação...

u e v: vetores no R^3 com ponta inicial na origem.

Recordação...

u e v: vetores no R^3 com ponta inicial na origem.

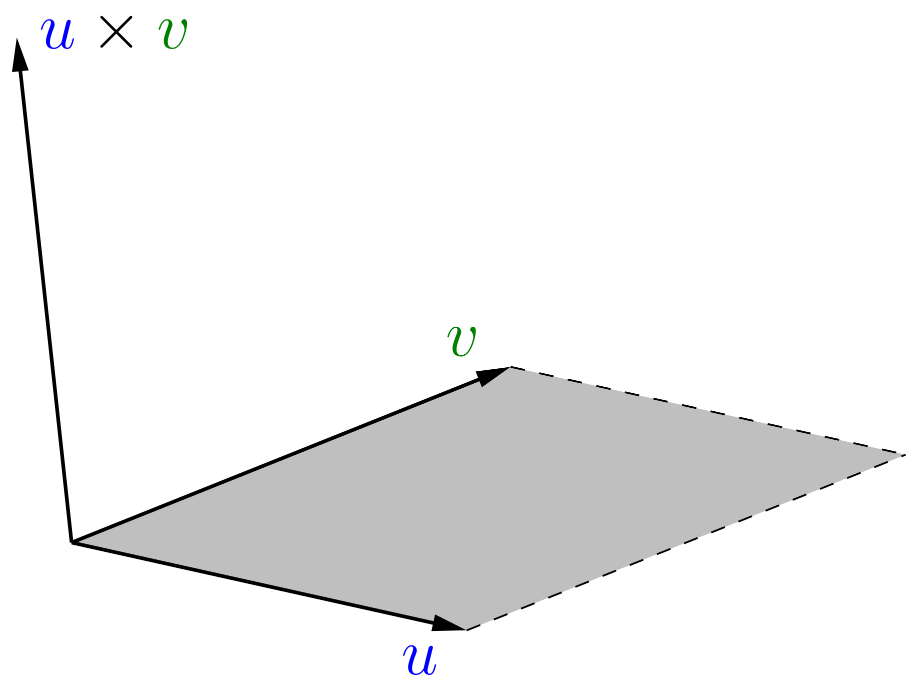
Produto vetorial $u \times v$: vetor perpendicular ao plano que contem u e v cujo comprimento é a área do parelalepípedo formado por u e v. Com que sentido?



Recordação...

u e v: vetores no R^3 com ponta inicial na origem.

Produto vetorial $u \times v$: vetor perpendicular ao plano que contem u e v cujo comprimento é a área do parelalepípedo formado por u e v. Com que sentido?



Regra da mão direita: indicador na direção de u, dedo médio na direção de v; o polegar indica o sentido de $u \times v$.

Produto vetorial

$u = (u_1, u_2, u_3)$
$v = (v_1, v_2, v_3)$

Produto vetorial

$u = (u_1, u_2, u_3)$
$v = (v_1, v_2, v_3)$

$$u \times v = (u_2 v_3 - u_3 v_2,\ u_3 v_1 - u_1 v_3,\ u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

Produto vetorial

$u = (u_1, u_2, u_3)$
$v = (v_1, v_2, v_3)$

$$u \times v = (u_2 v_3 - u_3 v_2,\ u_3 v_1 - u_1 v_3,\ u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

Alternativamente,

$$u \times v = \det \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Produto vetorial

$u = (u_1, u_2, u_3)$
$v = (v_1, v_2, v_3)$

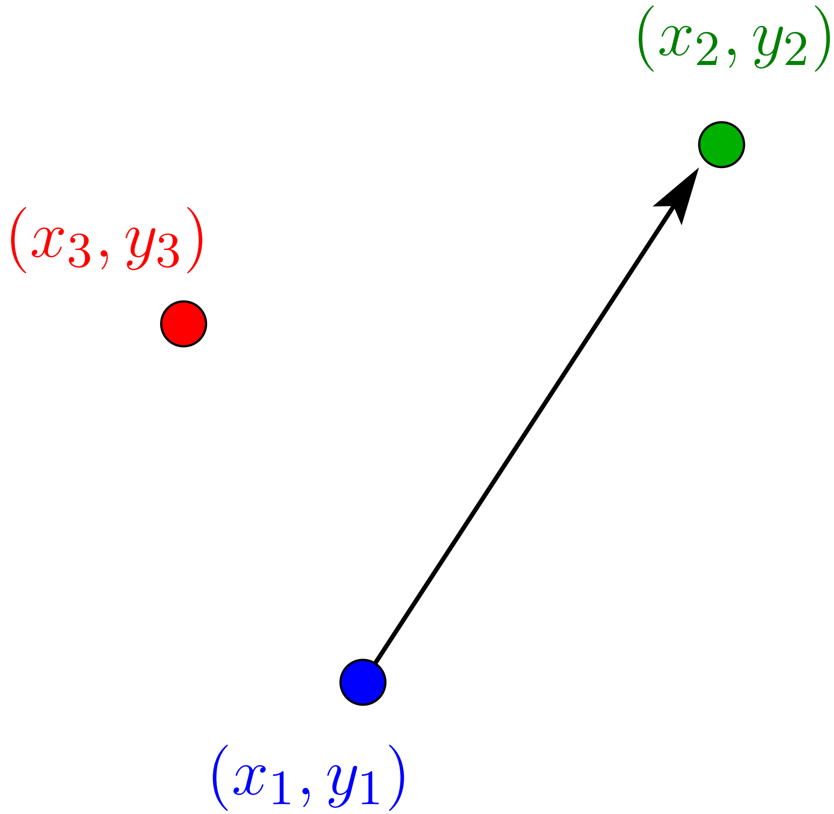
$$u \times v = (u_2 v_3 - u_3 v_2,\ u_3 v_1 - u_1 v_3,\ u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

Alternativamente,

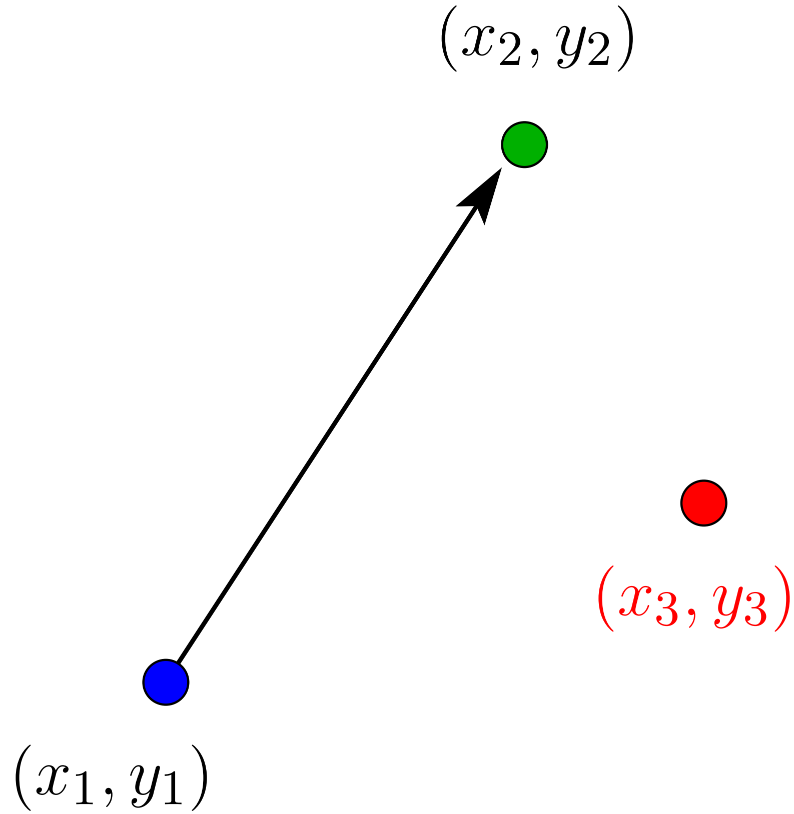
$$u \times v = \det \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}.$$

Como usar isso para decidir entre esquerda e direita?

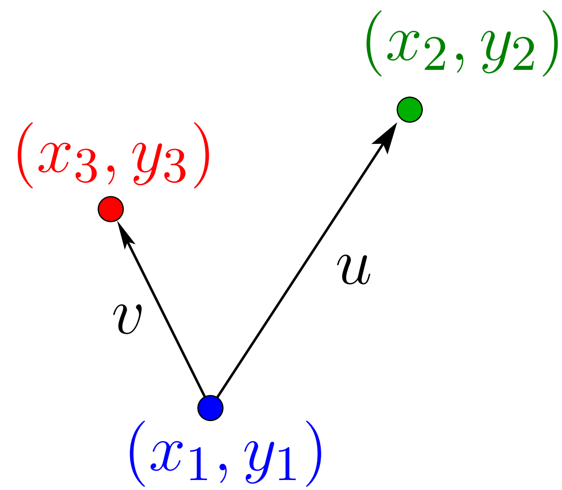
Esquerda e direita



Esquerda e direita

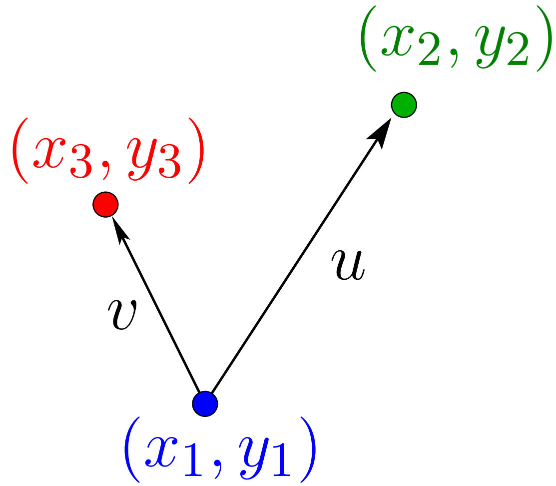


Esquerda e direita



Tomemos $u = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $v = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$.

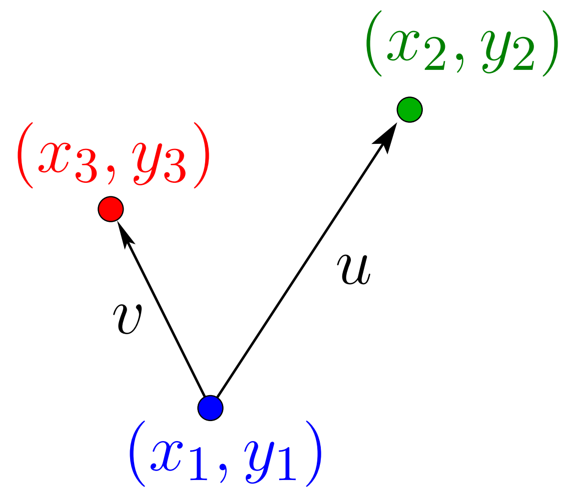
Esquerda e direita



Tomemos $u = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $v = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$.

$$u \times v = (0, 0, (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1))$$

Esquerda e direita



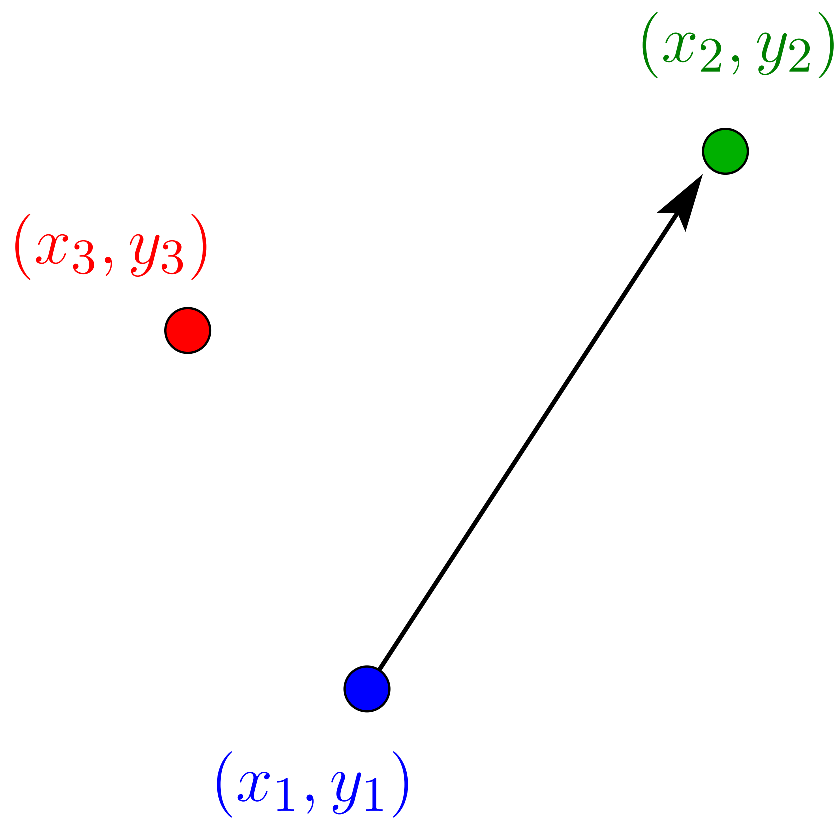
Tomemos $u = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $v = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$.

$$u \times v = (0, 0, (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1))$$

Se $(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) \geq 0$,
(x_3, y_3) está à esquerda, senão está à direita.

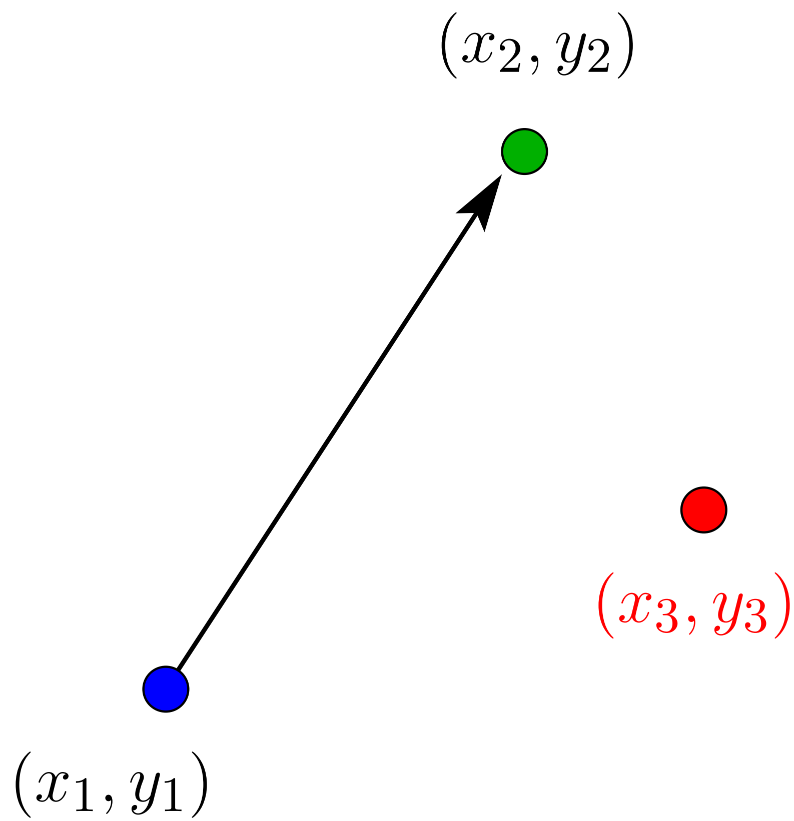
Predicados geométricos

ESQUERDA$((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)) =$ VERDADE



Predicados geométricos

ESQUERDA$(((x_1, y_1), ((x_2, y_2), (x_3, y_3)) =$ FALSO



Representação de ponto

Ponto: vetor de dimensão apropriada

Representação de ponto

Ponto: vetor de dimensão apropriada

Ficar nos inteiros enquanto for possível.

Representação de ponto

Ponto: vetor de dimensão apropriada

Ficar nos inteiros enquanto for possível.

```
#define X 0
#define Y 1
#define DIM 2 /* dimensão do espaço */

/* tipo ponto inteiro */
typedef int tPointi[DIM];

/* tipo ponto real */
typedef double tPointd[DIM];
```

Representação de polígono

Polígono: vetor ou lista ligada de pontos

Representação de polígono

Polígono: vetor ou lista ligada de pontos

Qual das duas opções escolher? Depende...

Representação de polígono

Polígono: vetor ou lista ligada de pontos

Qual das duas opções escolher? Depende...

Com vetor...

```
/* número máximo de pontos em um polígono */
#define PMAX 1000

/* tipo polígono de pontos inteiros */
typedef tPointi tPolygoni[PMAX];

/* tipo polígono de pontos reais */
typedef tPointd tPolygond[PMAX];
```

Cálculos de área

O valor absoluto do determinante

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Cálculos de área

O valor absoluto do determinante

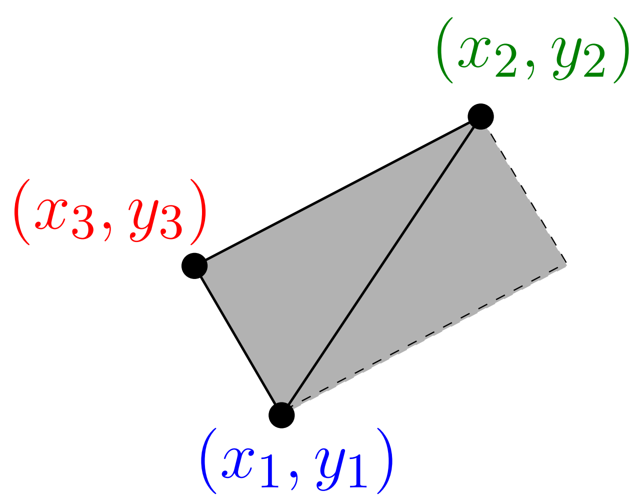
$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

Cálculos de área

O valor absoluto do determinante

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

é duas vezes a área do triângulo de extremos (x_1, y_1), (x_2, y_2) e (x_3, y_3).



Cálculos de área

Triângulo

```
int Area2 (tPointi a, b, c) {
    return a[X]*b[Y]-a[Y]*b[X]+a[Y]*c[X]
           -a[X]*c[Y]+b[X]*c[Y]-c[X]*b[Y];
}
```

Cálculos de área

Triângulo

```
int Area2 (tPointi a, b, c) {
    return a[X]*b[Y]-a[Y]*b[X]+a[Y]*c[X]
           -a[X]*c[Y]+b[X]*c[Y]-c[X]*b[Y];
}
```

Com menos multiplicações e em pseudocódigo:

Área2(a, b, c)
1 **devolva** $(a[X] - c[X]) * (b[Y] - c[Y]) -$
$(a[Y] - c[Y]) * (b[X] - c[X])$

Cálculos de área

Triângulo

Área2(a, b, c)

1 **devolva** $(a[X] - c[X]) * (b[Y] - c[Y]) -$
$(a[Y] - c[Y]) * (b[X] - c[X])$

Polígono

Cálculos de área

Triângulo

Área2(a, b, c)
1 **devolva** $(a[X] - c[X]) * (b[Y] - c[Y]) -$
$(a[Y] - c[Y]) * (b[X] - c[X])$

Polígono

ÁreaPolígono2(n, P)
1 $s \leftarrow 0$
2 **para** $i \leftarrow 1$ **até** $n - 2$ **faça**
3 $\quad s \leftarrow s+$Área2$(P[0], P[i], P[i+1])$
4 **devolva** s

Segmentos e pontos

Ponto c à esquerda da reta dada por $\vec{ab}$

Esquerda$^{+}(a, b, c)$
1 **devolva** Área2$(a, b, c) > 0$

Segmentos e pontos

Ponto c à esquerda da reta dada por $\vec{ab}$

Esquerda$^{+}(a, b, c)$
1 **devolva** Área2$(a, b, c) > 0$

Ponto c à esquerda ou sobre a reta dada por $\vec{ab}$

Esquerda(a, b, c)
1 **devolva** Área2$(a, b, c) \geq 0$

Segmentos e pontos

Ponto c à esquerda da reta dada por $\vec{ab}$

Esquerda$^+(a, b, c)$
1 **devolva** Área2$(a, b, c) > 0$

Ponto c à esquerda ou sobre a reta dada por $\vec{ab}$

Esquerda(a, b, c)
1 **devolva** Área2$(a, b, c) \geq 0$

Pontos a, b e c são colineares

Colinear(a, b, c)
1 **devolva** Área2$(a, b, c) = 0$

Interseção de segmentos

Interseção própria entre ab e cd:
a interseção é um único ponto no interior dos segmentos.

IntersectaProp(a, b, c, d)
1 **se** Colinear(a, b, c) **ou** Colinear(a, b, d)
ou Colinear(c, d, a) **ou** Colinear(c, d, b)
2 **então devolva** FALSO
3 **devolva** Xor(Esquerda$^+(a, b, c)$,Esquerda$^+(a, b, d)$)
e Xor(Esquerda$^+(c, d, a)$,Esquerda$^+(c, d, b)$)

A rotina Xor devolve o
ou exclusivo entre duas expressões booleanas.

Interseção de segmentos

Ponto c está no segmento ab

Entre(a, b, c)

se não Colinear(a, b, c)

    então devolva FALSO

se $a[X] \neq b[X]$ $\triangleright$ ab não é vertical

    então devolva $a[X] \leq c[X] \leq b[X]$ **ou** $b[X] \leq c[X] \leq a[X]$

    senão devolva $a[Y] \leq c[Y] \leq b[Y]$ **ou** $b[Y] \leq c[Y] \leq a[Y]$

Interseção de segmentos

Ponto c está no segmento ab

Entre(a, b, c)
se não Colinear(a, b, c)
    então devolva FALSO
se $a[X] \neq b[X]$ $\quad\triangleright$ ab não é vertical
    então devolva $a[X] \leq c[X] \leq b[X]$ **ou** $b[X] \leq c[X] \leq a[X]$
    senão devolva $a[Y] \leq c[Y] \leq b[Y]$ **ou** $b[Y] \leq c[Y] \leq a[Y]$

Interseção entre ab e cd

Intersecta(a, b, c, d)
se IntersectaProp(a, b, c, d)
    então devolva VERDADE
devolva Entre(a, b, c) **ou** Entre(a, b, d)
        ou Entre(c, d, a) **ou** Entre(c, d, b)

Dentro ou fora?

Candidata a diagonal $P[i]P[j]$ está no interior do polígono?

Está no cone das arestas vizinhas do polígono?

NoCone(n, P, i, j)

$u \leftarrow i - 1 \pmod{n}$

$w \leftarrow i + 1 \pmod{n}$

se Esquerda$(P[u], P[i], P[w])$ $\triangleright$ $P[i]$ é convexo

  então devolva Esquerda$^+(P[i], P[j], P[u])$ **e** Esquerda$^+(P[j], P[i], P[w])$

  senão devolva não **(**Esquerda$(P[i], P[j], P[w])$ **e** Esquerda$(P[j], P[i], P[u])$**)**

Teste de diagonal

Quase uma diagonal...

QuaseDiagonal(n, P, i, j)

para $k \leftarrow 0$ **até** $n-1$
    $\ell \leftarrow k + 1 (\bmod n)$
    se $k \neq i$ **e** $k \neq j$ **e** $\ell \neq i$ **e** $\ell \neq j$
        então se Intersecta$(P[i], P[j], P[k], P[\ell])$
            então devolva FALSO
devolva VERDADE

Teste de diagonal

Quase uma diagonal...

QuaseDiagonal(n, P, i, j)
para $k \leftarrow 0$ **até** $n-1$
    $\ell \leftarrow k+1 \pmod n$
    se $k \neq i$ **e** $k \neq j$ **e** $\ell \neq i$ **e** $\ell \neq j$
        então se Intersecta$(P[i], P[j], P[k], P[\ell])$
            então devolva FALSO
devolva VERDADE

Diagonal de fato...

Diagonal(n, P, i, j)
devolva NoCone(n, P, i, j) **e** QuaseDiagonal(n, P, i, j)

Teste de diagonal

Quase uma diagonal...

QuaseDiagonal(n, P, i, j)
para $k \leftarrow 0$ **até** $n - 1$
    $\ell \leftarrow k + 1 (\bmod n)$
    se $k \neq i$ **e** $k \neq j$ **e** $\ell \neq i$ **e** $\ell \neq j$
        então se Intersecta$(P[i], P[j], P[k], P[\ell])$
            então devolva FALSO
devolva VERDADE

Diagonal de fato...

Diagonal(n, P, i, j)
devolva NoCone(n, P, i, j) **e** QuaseDiagonal(n, P, i, j)

Tempo de execução: $\Theta(n)$

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0\,..\,n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0\,..\,n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0\,.\,.\,n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n-3$ faça
  para $j \leftarrow i+2$ até $n-1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0\,..\,n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n-3$ faça
para $j \leftarrow i+2$ até $n-1$ faça
se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0 \mathinner{.\,.} n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n-3$ faça
  para $j \leftarrow i+2$ até $n-1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
      determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
      da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$
      encontre recursivamente coleções D_1 e D_2
      de diagonais que triangulem P_1 e P_2

Um primeiro algoritmo de triangulação

Entrada: polígono $P[0\,..\,n-1]$ (vetor de n pontos)
Saída: coleção de diagonais da triangulação
(um par de índices de P descreve cada diagonal)

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n - 3$ faça
  para $j \leftarrow i + 2$ até $n - 1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
      determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
      da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$
      encontre recursivamente coleções D_1 e D_2
      de diagonais que triangulem P_1 e P_2
      devolva $D_1 \cup D_2 \cup \{P[i]P[j]\}$

Um primeiro algoritmo de triangulação

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n - 3$ faça
  para $j \leftarrow i + 2$ até $n - 1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
      determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
      da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$
      encontre recursivamente coleções D_1 e D_2
      de diagonais que triangulem P_1 e P_2
      devolva $D_1 \cup D_2 \cup \{P[i]P[j]\}$

Um primeiro algoritmo de triangulação

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n - 3$ faça
  para $j \leftarrow i + 2$ até $n - 1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
      determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
      da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$
      encontre recursivamente coleções D_1 e D_2
      de diagonais que triangulem P_1 e P_2
      devolva $D_1 \cup D_2 \cup \{P[i]P[j]\}$

Consumo de tempo no pior caso:

$T(n) \; = \; T(n_1) + T(n_2) + \mathrm{O}(n^3)$, onde $n_1 + n_2 = n + 2$.

Um primeiro algoritmo de triangulação

Descrição grosseira:

se $n = 3$, devolva o conjunto vazio
se $n > 3$, encontre uma diagonal por força bruta:

para $i \leftarrow 0$ até $n - 3$ faça
  para $j \leftarrow i + 2$ até $n - 1$ faça
    se Diagonal(n, P, i, j) i e j vértices não adjacentes
      determine os polígonos P_1 e P_2 obtidos
      da partição de P pela diagonal $P[i]P[j]$
      encontre recursivamente coleções D_1 e D_2
      de diagonais que triangulem P_1 e P_2
      devolva $D_1 \cup D_2 \cup \{P[i]P[j]\}$

Consumo de tempo no pior caso:

$$T(n) \;=\; T(n-1) + \mathrm{O}(n^3) \;=\; \mathrm{O}(n^4)$$

Um primeiro algoritmo de triangulação

Triang-n4(n, P)

se $n > 3$
  então $i \leftarrow 0 \qquad j \leftarrow 2$
    enquanto não Diagonal(n, P, i, j) **faça**
      $j \leftarrow j + 1$
      se $j = n$
        então $i \leftarrow i + 1$
          $j \leftarrow i + 2$
    imprima $\{i, j\}$
    $n_1 \leftarrow j - i + 1$
    $n_2 \leftarrow n - n_1 + 2$
    $P_1[0 \mathinner{.\,.} n_1 - 1] \leftarrow P[i \mathinner{.\,.} j]$
    $P_2[0 \mathinner{.\,.} n_2 - 1] \leftarrow P[0 \mathinner{.\,.} i] \cdot P[j \mathinner{.\,.} n - 1]$
    Triang-n4(n_1, P_1)
    Triang-n4(n_2, P_2)

Um primeiro algoritmo de triangulação

Triang-n4(n, P)

se $n > 3$
  então $i \leftarrow 0$ $\quad j \leftarrow 2$
    enquanto não Diagonal(n, P, i, j) **faça**
      $j \leftarrow j + 1$
      se $j = n$
        então $i \leftarrow i + 1$
          $j \leftarrow i + 2$
    imprima $\{i, j\}$
    $n_1 \leftarrow j - i + 1$
    $n_2 \leftarrow n - n_1 + 2$
    $P_1[0 \mathrel{..} n_1 - 1] \leftarrow P[i \mathrel{..} j]$
    $P_2[0 \mathrel{..} n_2 - 1] \leftarrow P[0 \mathrel{..} i] \cdot P[j \mathrel{..} n - 1]$
    Triang-n4(n_1, P_1)
    Triang-n4(n_2, P_2)

Pior caso: $\mathrm{O}(n^3)$ chamadas a Diagonal

Triangulação em $O(n^3)$: use orelhas!

PontaDeOrelha(n, P, i)

$j \leftarrow (i-1) \bmod n$
$k \leftarrow (i+1) \bmod n$
devolva Diagonal(n, P, j, k)

Triangulação em $\mathrm{O}(n^3)$: use orelhas!

PontaDeOrelha(n, P, i)

$j \leftarrow (i-1) \bmod n$
$k \leftarrow (i+1) \bmod n$
devolva Diagonal(n, P, j, k)

Triang-n3(n, P)

se $n > 3$
  então $i \leftarrow 0$
    enquanto não PontaDeOrelha(n, P, i) **faça**
      $i \leftarrow i + 1$
    imprima $\{(i-1) \bmod n, (i+1) \bmod n\}$
    $m, P' \leftarrow$ Remove(n, P, i)
    Triang-n3(m, P')

Triangulação em $O(n^3)$: use orelhas!

PontaDeOrelha(n, P, i)
$j \leftarrow (i-1) \bmod n$
$k \leftarrow (i+1) \bmod n$
devolva Diagonal(n, P, j, k)

Triang-n3(n, P) $\triangleright$ sem recursão de cauda
enquanto $n > 3$
    $i \leftarrow 0$
    enquanto não PontaDeOrelha(n, P, i) **faça**
        $i \leftarrow i + 1$
    imprima $\{(i-1) \bmod n, (i+1) \bmod n\}$
    $P[i \,.\,.\, n-2] \leftarrow P[i+1 \,.\,.\, n-1]$ $\triangleright$ remove o i
    $n \leftarrow n - 1$

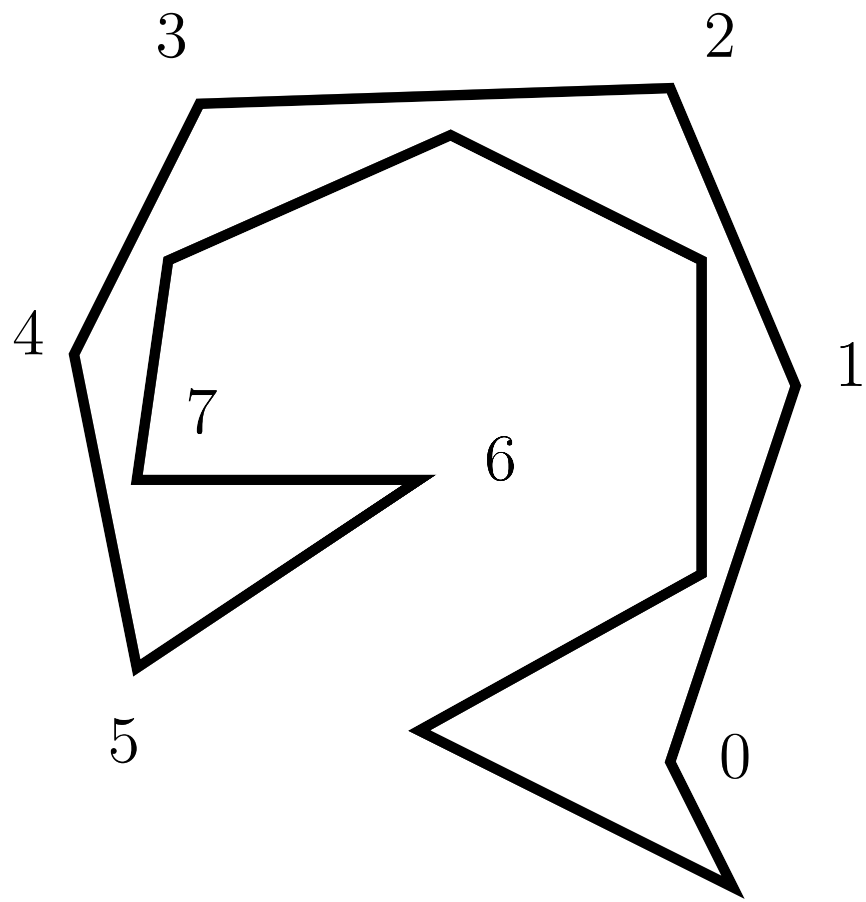
Triangulação em $\mathrm{O}(n^3)$: use orelhas!

PontaDeOrelha(n, P, i)
$j \leftarrow (i-1) \bmod n$
$k \leftarrow (i+1) \bmod n$
devolva Diagonal(n, P, j, k)

Triang-n3(n, P) $\quad\triangleright$ sem recursão de cauda
enquanto $n > 3$
 $i \leftarrow 0$
 enquanto não PontaDeOrelha(n, P, i) **faça**
  $i \leftarrow i + 1$
 imprima $\{(i-1) \bmod n, (i+1) \bmod n\}$
 $P[i \mathinner{..} n-2] \leftarrow P[i+1 \mathinner{..} n-1]$ $\quad\triangleright$ remove o i
 $n \leftarrow n - 1$

Pior caso: $\Theta(n^2)$ chamadas a Diagonal

Exemplo ruim



Triangulação em $\mathrm{O}(n^2)$

Triang-n2(n, P)

MarcaOrelha(P)
enquanto $n > 3$ **faça**
    $v_2 \leftarrow P$
    enquanto não $orelha[v_2]$ **faça**
        $v_2 \leftarrow prox[v_2]$
    $v_1 \leftarrow prev[v_2]$
    $v_3 \leftarrow prox[v_2]$
    imprima $\{vert[v_1], vert[v_3]\}$
    $prox[v_1] \leftarrow v_3$
    $prev[v_3] \leftarrow v_1$
    $P \leftarrow v_3$
    $n \leftarrow n - 1$
    $orelha[v_1] \leftarrow$ PontaDeOrelha(P, v_1)
    $orelha[v_3] \leftarrow$ PontaDeOrelha(P, v_3)

Triangulação em $O(n^2)$

Triang-n2(n, P)

MarcaOrelha(P)
enquanto $n > 3$ **faça**
  $v_2 \leftarrow P$
  enquanto não $orelha[v_2]$ **faça**
    $v_2 \leftarrow prox[v_2]$
  $v_1 \leftarrow prev[v_2]$
  $v_3 \leftarrow prox[v_2]$
  imprima $\{vert[v_1], vert[v_3]\}$
  $prox[v_1] \leftarrow v_3$
  $prev[v_3] \leftarrow v_1$
  $P \leftarrow v_3$
  $n \leftarrow n - 1$
  $orelha[v_1] \leftarrow$ PontaDeOrelha(P, v_1)
  $orelha[v_3] \leftarrow$ PontaDeOrelha(P, v_3)

Pior caso: $\Theta(n)$ chamadas a Diagonal.

Orelhas com listas ligadas

PontaDeOrelha(P, v)

$u \leftarrow prev[v]$
$w \leftarrow prox[v]$
devolva Diagonal(P, u, w)

Orelhas com listas ligadas

PontaDeOrelha(P, v)

$u \leftarrow prev[v]$
$w \leftarrow prox[v]$
devolva Diagonal(P, u, w)

MarcaOrelha(P)

$v \leftarrow P$
repita
    $u \leftarrow prev[v]$
    $w \leftarrow prox[v]$
    $orelha[v] \leftarrow$ Diagonal(P, u, w)
    $v \leftarrow w$
até que $v = P$

Orelhas com listas ligadas

PontaDeOrelha(P, v)
$u \leftarrow prev[v]$
$w \leftarrow prox[v]$
devolva Diagonal(P, u, w)

MarcaOrelha(P)
$v \leftarrow P$
repita
    $u \leftarrow prev[v]$
    $w \leftarrow prox[v]$
    $orelha[v] \leftarrow$ Diagonal(P, u, w)
    $v \leftarrow w$
até que $v = P$

Diagonal também teria que ser reescrita para listas ligadas.

Exercícios

1. É verdade que um vértice de um polígono ou é ponta de orelha ou existe uma diagonal do polígono com extremo nele?
2. Qual é a relação da pergunta anterior com o consumo de tempo do algoritmo Triang-n4?
3. Escreva um algoritmo PertenceConvexo(P, n, q) que decide se um ponto q pertence ou não ao polígono convexo P, dado no vetor $P[0 \,.\,.\, n-1]$. Dica: Use a rotina ÁREA2.
4. A ideia do algoritmo do exercício anterior funciona também caso o polígono P não seja convexo? Elabore sobre isso.