Aula 3

Transformada rápida de Fourier

Sec 30.1 e 30.2 do CLRS.

Transformada discreta de Fourier

Seja $\omega_n = e^{2\pi i/n}$.

Raízes n-ésimas da unidade: para $k = 0, 1, \ldots, n-1$,

$$\omega_n^k = e^{2\pi ki/n}.$$

Dado um vetor $a = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$, representando os coeficientes de um polinômio que denotamos por $a(x)$, a transformada discreta de Fourier (DFT) de ordem n de a é o vetor $y = (y_0, y_1, \ldots, y_{n-1})$ onde $y_k = a(\omega_n^k)$ para $k = 0, 1, \ldots, n-1$.

Objetivo: programa que, dado um vetor $a = (a_0, \ldots, n-1)$, determina a sua DFT de ordem n em tempo $\Theta(n \lg n)$.

Transformada rápida de Fourier

DFT (a, n) $\triangleright$ n é uma potência de 2

se $n = 1$
    então devolva a
$a^0 \leftarrow (a_0, a_2, \ldots, a_{n-2})$
$a^1 \leftarrow (a_1, a_3, \ldots, a_{n-1})$
$y^0 \leftarrow$ DFT $(a^0, n/2)$
$y^1 \leftarrow$ DFT $(a^1, n/2)$
$\omega_n \leftarrow e^{2\pi i/n}$
$\omega \leftarrow 1$
para $k \leftarrow 0$ **até** $n/2 - 1$ **faça**
    $y_k \leftarrow y_k^0 + \omega y_k^1$
    $y_{k+n/2} \leftarrow y_k^0 - \omega y_k^1$
    $\omega \leftarrow \omega\, \omega_n$
devolva y