

# Geometria Computacional

Departamento de Ciência da Computação – IME/USP

Segundo Semestre de 2009

## Lista 9

- [4.1.6.4 do O’Rourke — cuboctaedro] Verifique a fórmula de Euler para o cuboctaedro: o poliedro obtido do cubo unitário “cortando-se” cada um dos seus cantos de modo que cada canto cortado torne-se uma face que é um triângulo equilátero de lado  $\sqrt{2}/2$ , e cada face quadrada original torne-se um quadrado de lado  $\sqrt{2}/2$ . Faça um desenho do cuboctaedro.
- [4.1.6.6 do O’Rourke — fórmula de Euler para genus não-nulo] Existe uma versão da fórmula de Euler para poliedros de genus arbitrário. Tente adivinhar qual é esta fórmula baseando-se em evidências experimentais para poliedros de genus 1: poliedros topologicamente equivalentes a um torus (pneu).
- [4.1.6.9 do O’Rourke — teorema de Gauss-Bonnet] Calcule a soma total dos ângulos faciais de todos os vértices de alguns poliedros de genus 0 e fomule uma conjectura a esse respeito.
- Desenhe um poliedro com não mais que 10 vértices que seja topologicamente equivalente a um torus. Deixe claro quem são as faces do seu poliedro, de modo que fique claro que ele é topologicamente equivalente a um torus. Aplique a fórmula que você deduziu no exercício 2, confirmando sua correção para este poliedro.
- Mostre a estrutura winged-edge para o tetraedro determinado pelos pontos  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ , como fizemos com o cubo na aula. Mostre a estrutura de arestas duplamente ligadas (que usamos para representar mapas planos) para o 1-esqueleto deste tetraedro. Compare as duas estruturas de dados.
- Considere um poliedro  $P$  representado pela estrutura de dados winged-edge.
  - Escreva um algoritmo que, dada uma face  $f$ , obtém todos os vértices e todas as arestas de  $f$  em tempo linear no número de vértices de  $f$ .
  - Escreva um algoritmo que, dado um vértice  $v$ , obtém todos os vértices adjacentes a  $v$  em tempo linear no número de arestas incidentes a  $v$ .
- Escreva a rotina `FACEADJACENTE( $u, v$ )`, conforme a descrição apresentada nas notas de aula.
- Descreva um algoritmo linear que recebe a estrutura winged edge contendo eventualmente faces coplanares, e que devolve esta estrutura com as faces rearranjadas, de modo a representar o mesmo poliedro, porém sem conter faces coplanares.
- [11.7 do de Berg et al.] Defina um politopo como sendo uma região de  $\mathbb{R}^3$  topologicamente equivalente a uma esfera (mas não necessariamente convexa) e cuja fronteira consiste de polígonos planares. Seja  $n$  o número de vértices deste politopo. Descreva como testar em tempo  $O(n)$  se um ponto pertence ou não ao interior de um tal politopo. Preferivelmente, escreva o algoritmo em pseudo-código, como fazemos na aula.
- [4.3.5.6 do O’Rourke] Este exercício refere-se ao algoritmo `INCREMENTAL3D`. Prove que a região visível (a região de  $Q$  visível de  $p$ ) é conexa. Prove que as arestas na fronteira da região visível formam um circuito simples. Sugira alguma melhoria no algoritmo baseado nesta propriedade.