

MAC 338 – Análise de Algoritmos
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2003
Segunda Prova – 12 de maio

Nome do aluno: _____ Curso: _____

Assinatura: _____

No. USP: _____ Professor: _____

Instruções

1. Não destaque as folhas deste caderno.
2. A prova pode ser feita a lápis.
3. A legibilidade também faz parte da nota!
4. A prova consta de 4 questões. Verifique antes de começar a prova se o seu caderno de questões está completo.
5. Não é permitido o uso de folhas avulsas para rascunho.
6. Não é necessário apagar rascunhos no caderno de questão mas especifique qual é a resposta e qual é o rascunho.
7. A prova é sem consulta.

Não escrever nesta parte da folha

Questão	Nota	Observação
1 (a)		
1 (b)		
2		
3		
4		
Total		

Boa Sorte !

1. [2.5 pontos]

- (a) Mostre que qualquer algoritmo baseado em comparações necessita de pelo menos $n - 1$ comparações para decidir se n números dados são todos iguais.
- (b) Suponha que os elementos de $A[1..n]$ pertencem todos ao conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$. Descreva um algoritmo que rearranje o vetor em ordem crescente e gaste tempo $O(n)$. Explique sucintamente o funcionamento e a complexidade do seu algoritmo.

2. [2.5 pontos]

Descreva uma função que receba um vetor $v[1..n]$ com números distintos e um inteiro k , $1 \leq k \leq n$, e imprima os k menores números do vetor $v[1..n]$ em uma ordem arbitrária. Sua função deve consumir tempo $O(n)$ (independente do valor de k). Não escreva apenas o código da função. Explique a ideia e, se quiser, escreva a função em (pseudo-)código. Analise a sua complexidade, explicando porque ela consome tempo $O(n)$.

3. [2.5 pontos]

Uma certa linguagem de processamento de texto permite que o programador quebre uma cadeia em duas. Como isso envolve a cópia da cadeia original, a quebra de uma cadeia de n caracteres em duas tem custo n . A ordem em que as quebras são feitas pode afetar o consumo total da operação. Por exemplo, suponha que queremos quebrar uma cadeia de 20 caracteres depois dos caracteres 3, 8 e 10 (estamos numerando os caracteres da esquerda para a direita e começando a numeração com 1). Se as quebras são feitas da esquerda para a direita, a primeira quebra custa 20, a segunda custa 17 e a última custa 12; o total é 49. Se as quebras são feitas da direita para a esquerda, a primeira custa 20, a segunda custa 10 e a terceira custa 8; o total é 38.

```
  t h i | s i s a s t r i n g o f c h a r s      custo: 20
      s i s a s | t r i n g o f c h a r s      custo: 17
          t r | i n g o f c h a r s          custo: 12
```

Descreva um algoritmo de programação dinâmica que receba uma cadeia de caracteres e as posições das quebras desejadas e determine a ordem das quebras que minimize o custo. (Não se restrinja às ordens esquerda-para-direita e direita-para-esquerda dadas no exemplo!) O consumo de tempo do seu algoritmo deve ser $O(n^3)$. Justifique a sua resposta, ou seja, argumente porque o seu algoritmo dá a resposta correta e porque ele consome tempo $O(n^3)$.

4. [2.5 pontos]

Considere uma pilha implementada em um vetor com as operações usuais de **empilha** e **desempilha**. Para evitar *overflow*, ou seja, para lidar com a situação em que a pilha fica cheia, pode-se implementar uma operação que denominaremos de **realoca**, acionada pela operação **empilha** sempre que a pilha fica cheia. A operação **realoca** aloca um novo vetor de tamanho duas vezes maior que o vetor corrente, copia o conteúdo corrente da pilha para o novo vetor e desaloca o vetor corrente. Suponha que as operações de alocação e desalocação de memória (correspondente ao **malloc** e **free**, digamos) consumam tempo constante, ou seja, $O(1)$. Se a pilha está com s elementos, qual é o tempo de pior caso das operações **empilha** e **desempilha** neste caso? Faça uma análise amortizada e deduza o custo amortizado destas operações, ou seja, considere uma seqüência de n operações **empilha** e **desempilha**, realizadas sobre uma pilha inicialmente vazia, deduza o consumo de tempo das n operações no pior caso e depois deduza o custo amortizado de cada uma delas. (Ou apresente uma análise de créditos, deduzindo diretamente o custo amortizado de cada operação.) Suponha que o vetor alocado inicialmente para a pilha tem apenas uma posição. Sua análise deve ser o mais justa possível, em termos assintóticos.