MAC 338 – Análise de Algoritmos

PRIMEIRO SEMESTRE DE 2003

Primeira Prova – 24 de março

Nome do aluno: ______________________________ **Curso**:__________

Assinatura: ____

No. USP: ________________ **Professor**:______________________

Instruções

1. Não destaque as folhas deste caderno.
2. A prova pode ser feita a lápis.
3. A legibilidade também faz parte da nota!
4. A prova consta de 3 questões. Verifique antes de começar a prova se o seu caderno de questões está completo.
5. Não é permitido o uso de folhas avulsas para rascunho.
6. Não é necessário apagar rascunhos no caderno de questão mas especifique qual é a resposta e qual é o rascunho.
7. A prova é sem consulta.

Não escrever nesta parte da folha

Questão	Nota	Observação
1 (a)		
1 (b)		
2		
3		
Total		

Boa Sorte !

1. (a) [1.5 pontos] Quanto vale S no fim do seguinte fragmento de código? Escreva o valor exato e a ordem de crescimento do valor de S em função de n. Justifique a sua resposta exibindo os seus cálculos.

   $S \leftarrow 0$
   para $i \leftarrow 1$ até n faça
       para $j \leftarrow i$ até n faça
           $S \leftarrow S + 1$

   (b) [2.5 pontos] Quanto vale S no fim do seguinte fragmento de código? Escreva o valor exato e a ordem de crescimento do valor de S em função de n. Justifique a sua resposta exibindo os seus cálculos.

   1 $S \leftarrow 0$
   2 para $i \leftarrow 1$ até n faça
   3     $j \leftarrow i$
   4   enquanto $j > 1$ faça
   5         $S \leftarrow S + 1$
   6         $j \leftarrow \lfloor j/2 \rfloor$

   Dica: Calcule primeiro o número de iterações que o enquanto da linha 4 executa em função do i. Depois rearranje a soma de uma maneira similar a que foi feita no constróiheap.

2. [2.5 pontos]
   Considere a seguinte função recursiva:

```
f(n) {
    if n > 1 {
        f(⌊n/2⌋);
        posprocessa(n);
    }
}
```

   Suponha que a função posprocessa(n) consuma tempo $\Theta(n)$. Escreva uma recorrência para o tempo $T(n)$ consumido pela chamada $f(n)$. Resolva a recorrência, deduzindo a ordem de crescimento da função $T(n)$. Justifique a sua resposta.

3. [3.5 pontos]
Suponha que os elementos do vetor $A[1\,..\,n]$ são distintos dois a dois. Uma **inversão** é um par (i, j) de índices tal que $i < j$ mas $A[i] > A[j]$. Escreva um algoritmo que calcule o número de inversões em $A[1\,..\,n]$ em tempo $O(n \log n)$. (*Sugestão:* Inspire-se no algoritmo Mergesort.)