

MAC 338 – Análise de Algoritmos
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2003
Primeira Prova – 24 de março

Nome do aluno: _____ **Curso:** _____

Assinatura: _____

No. USP: _____ **Professor:** _____

Instruções

1. Não destaque as folhas deste caderno.
2. A prova pode ser feita a lápis.
3. A legibilidade também faz parte da nota!
4. A prova consta de 3 questões. Verifique antes de começar a prova se o seu caderno de questões está completo.
5. Não é permitido o uso de folhas avulsas para rascunho.
6. Não é necessário apagar rascunhos no caderno de questão mas especifique qual é a resposta e qual é o rascunho.
7. A prova é sem consulta.

Não escrever nesta parte da folha

Questão	Nota	Observação
1 (a)		
1 (b)		
2		
3		
Total		

Boa Sorte !

1. (a) [1.5 pontos] Quanto vale S no fim do seguinte fragmento de código? Escreva o valor exato e a ordem de crescimento do valor de S em função de n . Justifique a sua resposta exibindo os seus cálculos.

```
1   $S \leftarrow 0$ 
2  para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
3      para  $j \leftarrow i$  até  $n$  faça
4           $S \leftarrow S + 1$ 
```

- (b) [2.5 pontos] Quanto vale S no fim do seguinte fragmento de código? Escreva o valor exato e a ordem de crescimento do valor de S em função de n . Justifique a sua resposta exibindo os seus cálculos.

```
1   $S \leftarrow 0$ 
2  para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
3       $j \leftarrow i$ 
4      enquanto  $j > 1$  faça
5           $S \leftarrow S + 1$ 
6           $j \leftarrow \lfloor j/2 \rfloor$ 
```

Dica: Calcule primeiro o número de iterações que o enquanto da linha 4 executa em função do i . Depois rearranje a soma de uma maneira similar a que foi feita no constróiheap.

2. [2.5 pontos]

Considere a seguinte função recursiva:

```
1  f(n) {  
2      if n > 1 {  
3          f( $\lfloor n/2 \rfloor$ );  
4          posprocessa(n);  
5      }  
6  }
```

Suponha que a função $\text{posprocessa}(n)$ consuma tempo $\Theta(n)$. Escreva uma recorrência para o tempo $T(n)$ consumido pela chamada $f(n)$. Resolva a recorrência, deduzindo a ordem de crescimento da função $T(n)$. Justifique a sua resposta.

3. [3.5 pontos]

Suponha que os elementos do vetor $A[1..n]$ são distintos dois a dois. Uma **inversão** é um par (i, j) de índices tal que $i < j$ mas $A[i] > A[j]$. Escreva um algoritmo que calcule o número de inversões em $A[1..n]$ em tempo $O(n \log n)$. (*Sugestão:* Inspire-se no algoritmo Mergesort.)