Substitutiva - Cálculo Numérico com Aplicações em Física - 2007
10/12/2007

1. (4.0) *Nesta questão serão avaliados: manipulações com algarismos significativos (1.0), escalonamento (1.0) e ajuste de funções por mínimos quadrados (2.0).* Sejam os dados

x_i	-1.2	-1.0	0.0	0.7	1.5
y_i	-1.3	0.0	0.5	1.3	1.4

Usando o critério dos mínimos quadrados, ajuste a esses dados a melhor função na família $a + be^{-x} + ce^{x}$, usando 6 algarismos significativos.

2. (2.0) Calcule a raiz de $xe^{-x} + 1 = 0$ com precisão de 10^{-6} para mais ou para menos. Confirme a precisão usando o sinal da função.

3. (2.5) Integre $I = \int_{0.5}^{1.0} \cos(x^2)dx$ com precisão de 10^{-4}, levando em conta o erro de arredondamento devido ao número pré-determinado de casas decimais.

4. Nesta questão, vamos aproximar a integral $\int_{0.5}^{1.0} \cos(t^2)dt$ da questão anterior usando um método de aproximação de soluções de equações diferenciais. Note que se $x(t)$ é alguma primitiva de $\cos(t^2)$ então

$$\int_{0.5}^{1.0} \cos(t^2)dt = x(1) - x(0.5) \ .$$

Então, definindo $t_0 = 0.5$ e $x(t_0) = x_0$ qualquer (por exemplo, $x_0 = 0$), basta obtermos uma aproximação de $x(t)$ levando em conta que satisfaz a equação diferencial

$$x'(t) = \cos(t^2) \ ,$$

que não é autônoma e, mais ainda, não depende de $x(t)$, apenas de t.
(a) (0.5) Escreva a equação de Euler de segunda ordem para essa equação.
(b) (0.5) Com passo $h = 0.25$, partindo de $x(0.5) = 0$, encontre $x(0.75)$ e $x(1)$ usando sua fórmula de iteração.
(c) (0.5) Olhe para o resto da expansão, estime o erro das iterações através desse resto e compare com o resultado da questão anterior, para ver se o erro cometido é compatível com essa estimativa.