Prova 3 - Cálculo Numérico com Aplicações em Física - 2007
03/12/2007

1. (3.0) Mostre que o método iterativo de Gauss-Seidel pode ser empregado no sistema linear

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & -1 \\ 2 & -3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

e estime um número de iterações suficientes para atingir precisão de 10^{-6} na solução, partindo da condição inicial *nula*.

2. (2.0) Mostre que, embora o sistema linear

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

não satisfaça o Critério das Linhas, o Método de Jacobi nele aplicado converge. Para isso, mostre que, se ϕ_J é a iteração de Jacobi, então ϕ_J^2 é contração usando a norma do máximo. Estime também a velocidade de convergência.

3. Seja $I = \int_{0.2}^{1.2} \mathrm{sen}(x^2)dx$.

1. **(3.0 para 1. e 2.)** Obtenha a partição do intervalo de integração que fará o erro na estimativa de I pelo Método dos Trapézios ser menor do que 10^{-5}, considerando os erros de arredondamento *dos valores do integrando nos nós da partição* e *do arredondamento no final.*
2. Faça o mesmo em relação ao Método de Simpson.
3. **(1.0)** Use (2) para aproximar I com a precisão indicada.
4. **(1.0)**Estime o erro que a partição de (a) implica no Método de Simpson e, reciprocamente, o erro que a partição de (b) implica no Método dos Trapézios.

Formulário sem contexto:

$$\frac{(b-a)\max|f''|}{12}h^2 \quad , \quad \frac{(b-a)\max|f^{(iv)}|}{180}h^4$$

$$0.5(b-a)10^{-k}$$

$$\|x^{(k)} - x^*\| \leq \lambda^k \frac{\|x^{(0)} - x^{(1)}\|}{1-\lambda} \quad , \quad \|x\| = \max_i |x_i|$$