

## Um exercício sobre interpolação de polinômios cúbicos explorado pelo Scilab

Depois que o Scilab calcula um spline, ele não armazena os coeficientes de cada polinômio cúbico do spline. Ele apenas armazena os valores das derivadas nos nós, pois é capaz, apenas com essa informação, de achar esses polinômios cúbicos.

Isto se baseia no princípio de que, se exigirmos que um polinômio cúbico satisfaça  $p(x_0) = y_0$ ,  $p(x_1) = y_1$ ,  $p'(x_0) = d_0$  e  $p'(x_1) = d_1$ , onde  $x_0 \neq x_1$ , então esse polinômio cúbico existirá e estará unicamente determinado.

As quatro equações podem ser explicitadas, em função de  $x_0$  e  $x_1$ , nas quatro incógnitas que são os coeficientes de  $p$ . Para mostrar que esse sistema tem solução única, há duas maneiras: (i) verificar que o determinante dos coeficientes é não-nulo; (ii) escalonar a matriz até que ela fique triangular e mostrar que cada um dos termos da diagonal é não-nulo (pois se isso acontecer poderemos fazer “substituição reversa” e encontrar a solução).

Mostre que o sistema tem solução única usando pelo menos uma das maneiras descritas.