

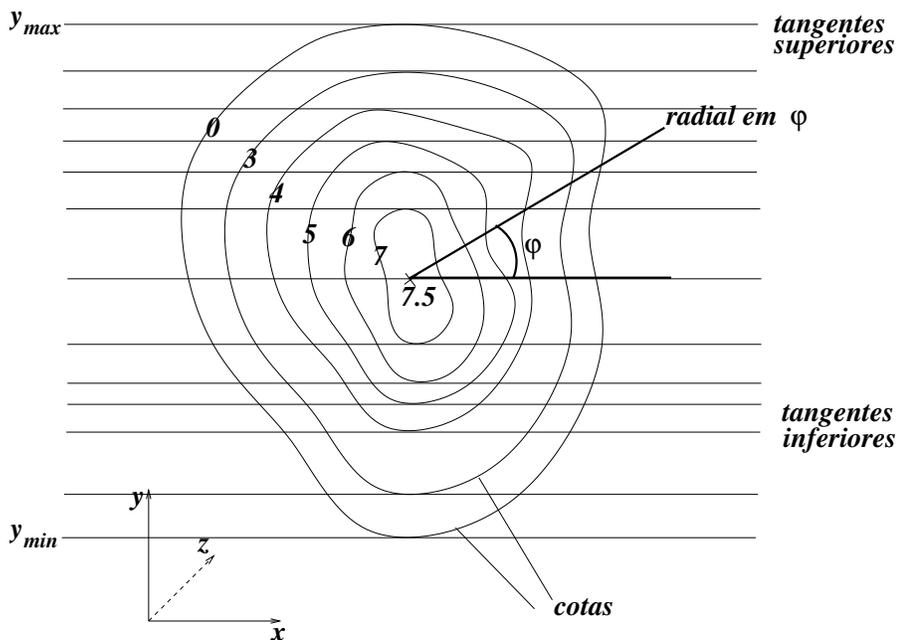
EP/T 1 - Obtenção das dimensões de um lago através de suas linhas de contorno

Este trabalho envolve spline cúbico, e integração com os métodos do Trapézio e de Simpson

O objetivo é calcular, sobre as linhas de contorno de um lago, os seguintes dados do lago: área da superfície, perímetro, volume.

O mapa do lago está na página do curso, mas será distribuído também em papel. Se for imprimir, recomenda-se impressão em A3, na FEA, por exemplo.

Abaixo segue um desenho esquemático do lago e definições.



Várias medidas serão tomadas manualmente, com o auxílio de régua e esquadro. Os dados podem ser processados em qualquer linguagem de programação, incluindo Scilab ou Matlab.

O mapa traz os resultados finais, para que você possa comparar com os seus. Atenção para as unidades de medida e as transformações de escala (diferentes impressões podem mudar a escala, portanto use uma só ao longo do trabalho).

Entregue o material todo de forma organizada, para que se possa avaliar o trabalho.

1. Obtenha a área do lago fazendo 20 subdivisões entre y_{\min} e y_{\max} , medindo o comprimento das interseções das retas $\{y = y_i\}$ com o lago e aplicando o Método de Simpson.

2. Desenhe radiais de 10 em 10 graus, e meça os raios correspondentes para cada cota. Use esses valores, com o Método de Simpson, para obter a área de cada cota, incluindo a cota zero, cujo resultado pode ser comparado com (1.). Lembre-se que a área da cota é a integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r(\theta)^2 d\theta .$$

3. Para obter o perímetro do lago, proceda da seguinte forma: (i) faça um spline com método “periódico” sobre os dados de $r(\theta)$ obtidos em (2.). Use, por exemplo, o Scilab; (ii) no Scilab, os dados do spline são armazenados num vetor que contém as derivadas nos nós: é o $\dot{r}(\theta)$. Use então Simpson para estimar o perímetro, dado por

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{r(\theta)^2 + \dot{r}(\theta)^2} d\theta .$$

4. Use os resultados de (2.) para estimar o volume do lago. Faça isso integrando $\int_0^{7.5} A(z) dz$, onde $A(z)$ é a área da cota z , usando o Método dos Trapézios e os valores de $A(z_i)$ obtidos para $z_i = 0, 3, 4, 5, 6, 7, 7.5$.

5. Obtenha o volume do lago de forma diferente: (i) em cada tangente, obtenha os valores de x correspondentes aos cruzamentos da tangente com as cotas (incluindo os pontos de tangência). Para cada tangente, você terá valores (x_i, z_i) , onde x_i é a coordenada do cruzamento sobre a reta e z_i é a cota correspondente; (ii) para cada tangente, considere o “corte” do lago com o plano vertical que contém a tangente. A idéia é estimar a área de cada corte, da seguinte forma: (ii.a) faça um spline cúbico dos pontos (x_i, z_i) , usando o método “natural” (derivada segunda nula nos extremos); (ii.b) faça uma subdivisão em 12 intervalos iguais e aplique Simpson; (iii) estime com o Método dos Trapézios a integral

$$\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} A(y) dy ,$$

onde $A(y)$ é a área do corte na linha y .