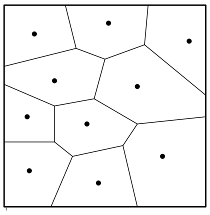
MAC 747 GEOMETRIA COMPUTACIONAL

DIAGRAMA DE VORONOI

1. Introdução



Dado um conjunto S de n pontos no plano queremos determinar para cada ponto p em S qual é a região $V(p)$ dos pontos do plano que estão mais perto de p do que de qualquer outro ponto em S. As n regiões $V(p)$ formam uma partição do plano chamada de *Diagrama de Voronoi.*

Imaginemos uma vasta floresta contendo vários pontos de observação de incêndio. O conjunto das árvores que estão mais próximas de um determinada posto p determina a região $V(p)$ das árvores que são de responsabilidade de ponto p.

Os pontos no conjunto S serão chamados de *sítios.* Dado um ponto p, qual a maneira mais eficiente de determinarmos os sítios de S mais próximos de p. Este problema foi chamado por Knuth [6] de *The Post-office Problem* (os sítios representam os postos do correio e o ponto p é uma dada casa onde algo deve ser entregue).

A primeira solução que nos vem a cabeça para resolver o problema acima requer o cálculo $O(n)$ distâncias. Será que é possível fazermos melhor do que isto? A resposta é não; pelo menos se só estivermos interessados em resolver o problema para 'poucos' pontos. Entretanto, se o número de pontos p para os quais desejamos conhecer um sítio mais próximo de p for 'grande' então após um pré-processamento envolvendo o conjunto de sítios (que assumimos serem fixos) podemos responder a cada consulta em tempo $O(\log n)$. No caso unidimensional não difícil de ver como isto pode ser feito. Já no caso bidimensional (o caso que estamos mais interessados) a maneira de responder as consultas em $O(\log n)$ é mais envolvente e creio que não chegaremos a estuda-la neste curso (veja Seção 2 do Capítulo 2 de [9]).

O diagrama de Voronoi de um conjunto de n pontos pode ser contruído em $O(n \log n)$ por um (complexo) algoritmo do tipo divisão-e-conquista (*cf.* [10]). Em 1985, Fortune [4] desenvolveu um algoritmo de varredura (*plane-sweep algorithm*) muito elegante e simples cuja complexidade de tempo é $O(n \log n)$.

Observação. Os tópicos que cobriremos foram extraídos do: Capítulo 4 de [3]; Capítulo 8 de [7], Capítulo 5 de [8]; Capítulos 5 de [9]; e Capítulo 6 de [1].

Date: 19 de outubro de 1997.