4. Núcleo de um polígono

O *núcleo de um polígono* (*kernel of a polygon*) é o lugar geométrico dos pontos do plano que vêem todos o pontos do polígono (veja a Figura 10). Se o núcleo de um polígono não é vazio então ele é convexo. Usando o Algoritmo `Intersecção-de-Semiplanos` podemos construir o núcleo de um polígono em tempo $O(n \log n)$.

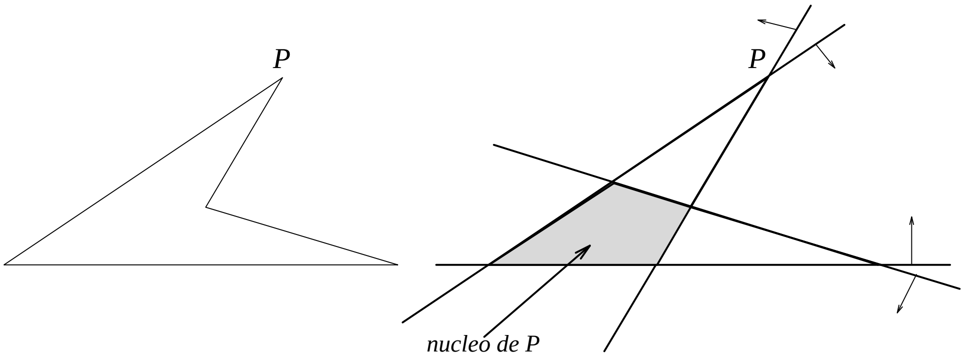

Figura 10. O núcleo de um polígono P. Note que o núcleo de P é igual a intersecção dos semiplanos determinados pelas arestas de P.

O semiplano determinado por uma aresta de um polígono é o semiplano que está à esquerda da aresta e é limitado por ela. O algoritmo que veremos é baseado no seguinte teorema.

Teorema 4. *Seja P um polígono com n vértices e seja H o conjunto dos n semiplanos determinados pelas arestas de P. Então o núcleo de P é igual a intersecção $I(H)$ dos semiplanos de H.*

Prova. Se p é um ponto do núcleo de P (como p vê todo ponto de P) então p está à esquerda de cada aresta de P. Portanto $p \in I(H)$. Reciprocamente, se $p \in I(H)$ (i.e. p está à esquerda de toda aresta de P) então não existe nenhuma aresta de P que obstrui a visão de p. Portanto $p \in I(H)$. ∎

Baseado no teorema acima podemos construir o núcleo de um dado polígono P aplicando o Algoritmo `Intersecção-de-Semiplanos` nos semiplanos determinados pelas arestas de P. A complexidade do algoritmo resultante é $O(n \log n)$. Este algoritmo não é ótimo, existe um algoritmo linear para o problema (veja [4] páginas 299–306).