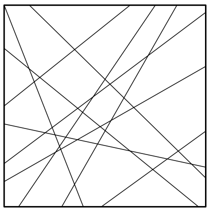
MAC 747 GEOMETRIA COMPUTACIONAL

ARRANJOS DE RETAS NO PLANO

1. Introdução



Arranjos de retas (e planos) formam uma estrutura importante e muito usada em geometria computacional. Uma arranjo de retas é mostrado na figura ao lado. Um H um conjunto finito de retas no plano particiona o plano em partes conexas de várias dimensões: regiões convexas (chamadas *células* ou *faces*); segmentos (ligando pontos de intersecção entre retas) e vértices (pontos de intersecção entre). Esta partição do plano é chamada de um arranjo $\mathcal{A}(H)$ de H. É conveniente considerarmos as faces como um conjunto abertos (não incluem as arestas da fronteira) e também as arestas como sendo abertas (não incluem as extremidades)

Arranjos surgem em vários contextos:

1. *Grafos de visibilidade.* Seja S um conjunto de n segmentos de reta disjuntos sem três extremidades colineares. O *grafo de visibilidade* (dos extremos dos segmentos) tem como vértices os extremos dos segmentos e tem uma aresta ligando o extremo x ao extremo y se o segmento aberto xy não intersecta segmentos de S. (Parece que este grafo tem aplicações em robótica.) Este grafo pode ser contruído em tempo $O(n^3)$ por um algoritmo ingênuo: para cada x e y gaste tempo $O(n)$ para testar intersecções entre xy e os segmentos de S. Através de arranjos podemos obter um algoritmo de complexidade de tempo $O(n^2)$ (cf. [4], páginas 211-217).
2. *Remoção de superfícies escondidas.* Remoção de superfícies escondidas é o processo de determinar quais as superfícies de um cena tridimensional estão escondidas do ponto de vista de um observador, e usar isso para construir uma imagem bidimensional. O primeiro algoritmo $\Theta(n^2)$ desenvolvido para o problema usava de arranjos.
3. *Ham sandwich cuts.* Um reta *mediatriz* de um conjunto finito A de pontos no plano é uma reta que divide os pontos A de tal forma que cada semiplano aberto determinado por esta reta tenha no máximo metade dos pontos (i.e. $\lfloor |A| \rfloor/2$). uma reta l é um *ham sandwich cut* de dois conjuntos de pontos A e B no plano E^2 se l é a mediatriz de A e B simultaneamente. Um teorema afirma que dados dois conjunto de pontos A e B no plano existe uma reta que é mediatriz de ambos os conjuntos simultaneamente (veja o Teorema 4.7 em [2]). Arranjos permitem que encontremos esta mediatriz em tempo linear no caso em que A e B são separaveis por uma reta (veja o Teorema 14.6 de [2]).

Date: 13 de novembro de 1997.

Observação. Acredito que a referência mais completa para este assunto é o livro de Edelsbrunner [2]. Os tópicos que cobriremos foram extraídos do Capítulo 6 de [5] e Capítulo 1 de [2].