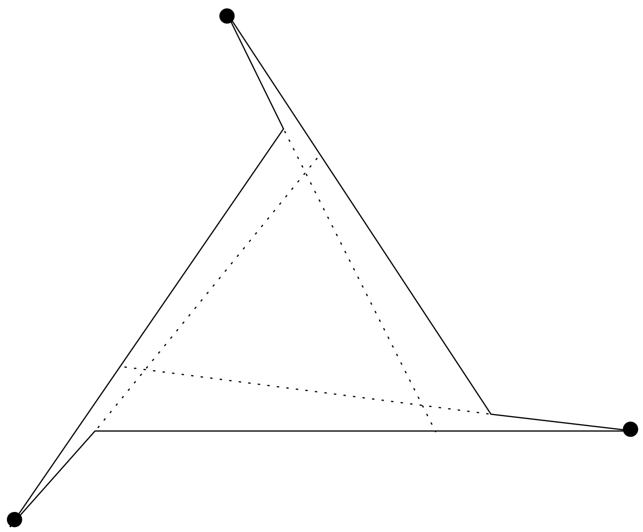
MAC 5747 – Geometria Computacional
Prof. José Coelho de Pina
Monitor: Fábio Henrique Viduani Martinez

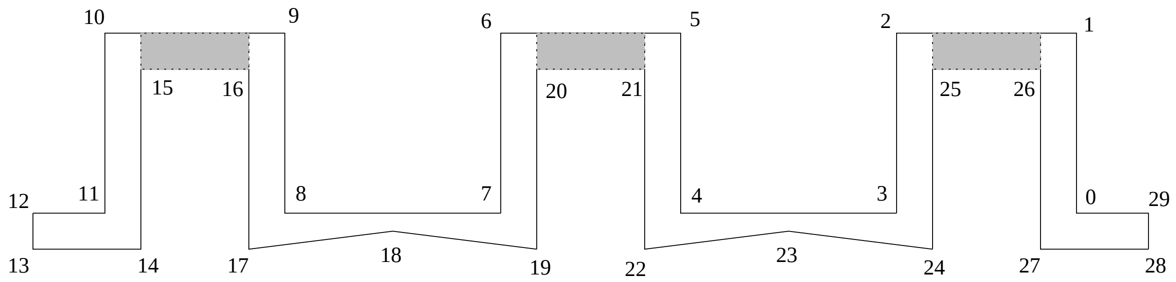
Lista de Exercícios 2 – Respostas

1. (Exercício 1.1.4.6 de [4] — guardando a parede) Construa um polígono P e disponha guardas em P de tal forma que os guardas vêem todos os pontos em ∂P, mas existem pontos de P que não são vistos por nenhum dos guardas.



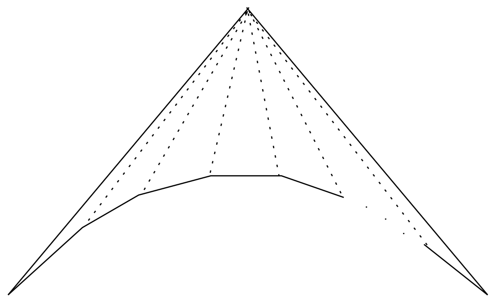
4. Pelo Teorema da Galeria de Arte sabemos que $\lfloor n/3 \rfloor$ guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrirem qualquer polígono com n vértices.

   Tendo este teorema em mente o professor Maqui Sperto fez a seguinte afirmação: Seja $P = (v_0, v_1, \ldots, v_n)$ um polígono (vértices em ordem anti-horário a medida que eles ocorrem quando percorremos ∂P) e seja $V_k := \{v_i \mid i \bmod 3 = k\}$ $(k = 0, 1, 2)$. Então guardas colocados nos vértices em V_k cobrem o polígono P para algum $k \in \{0, 1, 2\}$. Mostre através de um exemplo que o professor Sperto está enganado.



10. (Exercício 1.2.5.3 de [4] — triangularizações extremais)

    (a) Quais polígonos têm o menor número de triangularizações (em função do número de vértices n)?



Uma classe de polígonos com uma única triangularização é a classe dos polígonos compostos por um vértice convexo e uma cadeia de $n-1$ vértices, com os $n-3$ vértices internos reflexos. Veja a figura acima.

(b) Um polígono de n vértices pode ter uma única triangularização?

Veja resposta em 10(a).

(c) Quais polígonos de n vértices tem o maior número de triângularizações distintas?

Tome dois polígonos $P = \langle p_1, p_2, \ldots, p_n \rangle$ e $Q = \langle q_1, q_2, \ldots, q_n \rangle$, ambos com n vértices, tais que P é convexo e Q não é convexo.

Note que se $\mathcal{T}= \{(v_i, v_j) : 1 \leq i \neq j \leq n\}$ é uma triangularização de Q, então $\mathcal{T}$ é uma triangularização de P.

Observe também que o contrário não é verdade. Se q_i é um vértice reflexo de Q, para qualquer i, $1 \leq i \leq n$, então (q_{i-1}, q_{i+1}) não poder ser utilizada como uma diagonal em qualquer triangularização de Q. No entanto, (p_{i-1}, p_{i+1}) é uma diagonal válida para P e portanto pode estar contida em uma triangularização de P.

13. O professor Maqui Sperto (novamente) propôs uma alteração para a prova do Lema 6. Ele sugeriu que o vértice t, escolhido na demonstração, fosse um vértice tal que a distância entre v e t fosse mínima e afirmou que escolhendo t dessa maneira vt é uma diagonal do polígono P. O professor conseguiu dar um palpite correto desta vez? (Você precisa ver a demonstração do lema para fazer este exercício.)